

А.А. АТРОШЕНКО, асп. каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ”

## ИЗГИБ ПОЛОСЫ С УЧЕТОМ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И ВЛИЯНИЯ ПРОДОЛЬНЫХ УСИЛИЙ

Данная работа посвящается анализу изгиба полосы с учетом больших перемещений и влияния продольных усилий. Проектирование различных конструкций, в которых применяются тонкостенные элементы, в том числе – панели, затрагивает множество отраслей машиностроения. Такое широкое применение тонкостенных конструкций требует совершенствования методов их расчета и проектирования. В данной работе рассматривается задача, представляющая собой исследование тонкостенной полосы, размеры которой максимально приближены к размерам полосы, выделенной из панели металлического зернохранилища. Данная работа включает в себя создание математической модели с применением конечно-разностного метода, исследование полосы на изгиб с учетом умеренных прогибов, а также определение продольных усилий.

**Ключевые слова:** силос, метод конечных элементов, метод конечных разностей, геометрическая нелинейность, продольные усилия, математическая модель, программный модуль, итерационное решение

**Введение.** Проектирование различных конструкций, в которых применяются тонкостенные элементы, в том числе – панели, работающие при больших прогибах, затрагивает множество отраслей машиностроения. Основное применение данных элементов – в авиастроении, судостроении, агропромышленности, а именно – в изготовлении таких сооружений как силосные установки (емкости для хранения зернопродуктов). Ранее в статье [1] указывалось, что установки такого типа имеют ряд преимуществ. При проектировании данных установок необходимо учитывать внешние силовые воздействия, предполагая рациональный выбор их конструктивных элементов и материалов. В связи с этим необходимо рассчитывать их напряженно-деформированное состояние (НДС) под действием внутреннего давления столба зерновой массы. Это влечет за собой использование той или иной расчетной математической модели элементов металлоконструкции исследуемого силоса [2-4].

Такое широкое применение тонкостенных конструкций требует совершенствования методов их расчета и проектирования. В данной работе будет рассматриваться задача, об исследовании тонкостенной полосы, размеры которой приближены к размерам полосы, выделенной из панели металлического зернохранилища. Работа включает в себя создание математической модели с применением конечно-разностного метода, исследование полосы на изгиб с учетом умеренных прогибов, определение продольных усилий. Результаты решения задачи с использованием данной методики исследования сравниваются с результатами, полученными аналитически, и результатами, полученными в программном комплексе ANSYS [1-4, 12, 13].

**Цель данной работы** заключается в следующем: разработке математической модели и создании программного модуля для решения задач об изгибе полосы с учетом умеренных прогибов; в определении прогиба полосы с учетом геометрической нелинейности с применением метода конечных разностей (МКР); в сравнении аналитического и конечно-разностного решения задачи об изгибе полосы; в определении продольных усилий и прогибов путем итерационного решения путем пошагового циклического удовлетворения нелинейной системы уравнений; в усуре-

нии процесса итерационного уточнения решения исследуемой задачи путем варьирования коэффициента ускорения сходимости; в сравнении решений, полученных МКР и методом конечных элементов (МКЭ) (ANSYS); в определении погрешности, вносимой приближенными соотношениями для кривизны изогнутой оси стержня и равномерным распределением усилий растяжения вдоль этой оси.

**Постановка задачи.** В работе общие соотношения для решения поставленной задачи иллюстрируются на конкретном примере. Объектом исследования является полоса, геометрические параметры сечения которой равны: длина  $l = 1$  м, ширина  $A = 0,012$  м, толщина  $B = 0,003$  м. В дальнейшем будем представлять полосу в виде стержня со следующими параметрами: площадь поперечного сечения стержня  $S = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$ , модуль упругости материала  $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ , момент инерции  $I = 2,7 \cdot 10^{-11} \text{ м}^4$ . Данные размеры приближены к размерам полосы, выделенной из панели металлического зернохранилища. Распределенная погонная нагрузка, действующая на поверхность стержня, равняется  $q = 150 \text{ Н/м}$ . Схема исследуемой конструкции показана на рис. 1. Следует заметить, что другие особенности конструкции будут учтены в дальнейших исследованиях. В этой же работе акцент делается на влияние геометрической нелинейности на поведение полосы, в связи с чем привлечение стержневой модели в первом приближении оправдано [1-4, 7].

Для решения задачи рассмотрим МКР. Достоинство этого метода заключается в том, что он сводит решение краевой задачи для дифференциального уравнения к решению системы алгебраических уравнений относительно значений искомой функции на заданном дискретном множестве точек. Это достигается путем замены производных, входящих в дифференциальное уравнение, их конечно-разностными аппроксимациями [5].

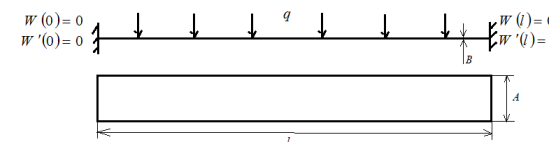


Рисунок 1 – Схема исследуемой конструкции

**Математическая модель.** Рассмотрим более детально расчетные зависимости данного метода решения для дифференциального уравнения изгиба стержня четвертого порядка [6]:

$$EIW^{IV} = q. \quad (1)$$

Здесь  $E$  – модуль упругости,  $I$  – момент инерции,  $EI$  – изгибная жесткость стержня,  $W$  – прогиб, а  $q$  – распределенная погонная нагрузка.

Для решения данного уравнения применяется МКР с использованием центральной разности четвертого порядка [5]. Стержень разбивается  $n$  узлами на  $(n-1)$  участков (рис. 2).

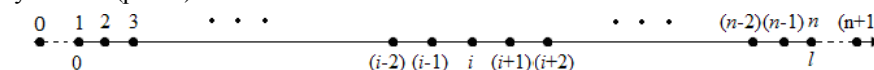


Рисунок 2 – Схема дискретизации стержня

Получим дискретные уравнения из дифференциального уравнения четвертого порядка (1) и краевых условий (см. рис. 1):

$$w_{i-2} - 4w_{i-1} + 6w_i - 4w_{i+1} + w_{i+2} = \frac{q_i \Delta^4}{EI}, i = 2, 3, \dots, n-2, n-1. \quad (2)$$

Для крайних узлов получаем уравнения

$$w_j = 0; j = 0, 1, n, (n+1), \quad (3)$$

где индексы "0" и (n+1) соответствуют "законтурным" точкам (фиктивные узлы) [5].

Таким образом, для всех внутренних узлов ( $i=2 \div (n-1)$ ) записываются соотношения (2), вытекающие из конечно-разностной аппроксимации соответствующего дифференциального уравнения изгиба стержня (1), а для крайних точек (по две с каждого края) – краевые условия (3), (см. рис. 1) [5]. Из этих соотношений формируется ленточная матрица следующей структуры:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & 0 \\ 0 & 1 & & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ & & & & & & 1 & 0 \\ 0 & & & & & & & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Тогда система уравнений (2), (3) приобретает вид:

$$M_1 \cdot W = Q, \quad (5)$$

где  $Q$  – вектор с компонентами:

$$Q = \{0; 0; q_3 \Delta^4 / EI; q_4 \Delta^4 / EI; \dots; q_{n-2} \Delta^4 / EI; 0; 0\}^T. \quad (6)$$

Решение данной системы уравнений дает возможность определить массив узловых искомым  $w_i$ , а по ним – НДС исследуемого стержня [5, 6, 7].

На данном этапе проводится анализ точности решения по полученным соотношениям. В качестве сравнения рассматривается аналитическое решение задачи (см. рис. 1), которое имеет вид:

$$W = \frac{ql^2 x^2}{24EI} - \frac{qlx^3}{12EI} + \frac{qx^4}{24EI}, x = 0..l. \quad (7)$$

Данное уравнение описывает величину прогиба стержня в зависимости от продольной координаты  $x$  [6]. С помощью разработанного программного модуля определяется величина прогибов стержня в конечно-разностной постановке и сравнивается с аналитическим решением. В качестве варьируемого параметра выбрано количество узлов стержня дискретизации  $n$ , которое варьируется от 50 до 300.

Распределения прогибов с разными вариантами разбиения сетки и аналитически полученные показаны на рис. 3. Данный график показывает отличие между конечно-разностным и аналитическим решениями. Полученные результаты (максимальные прогибы – в центре стержня) сведены в табл. 1 (представлены значения прогибов стержня при различном разбиении сетки, определена погрешность конечно-разностного решения, зависящая от количества узлов).

При использовании разбиения размерностью 50 узлов происходит ускорение процесса решения задачи с допустимой дискретизацией погрешности около 7,4%. В дальнейшем использован вариант дискретизации под номером 2, как достаточно экономный и точный.

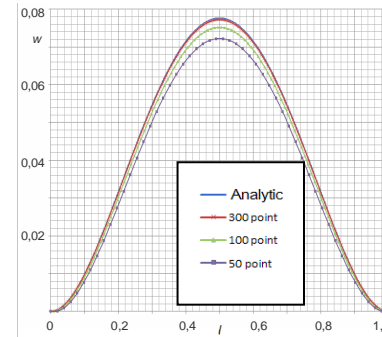


Рисунок 3 – Распределение прогибов стержня, полученные на сетке с разбиением 300, 100, 50 узлов в сравнении с аналитическим решением (analytic)

Рассмотрим уравнение второго порядка для растяжения-сжатия стержня [6, 7]:

$$ES \cdot u'' + q_x = 0, \quad (8)$$

$$ES \left( \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right)' + q_x = 0, \quad (9)$$

где  $u$  – продольные перемещения точек средней линии стержня, а  $q_x$  – продольная

распределенная погонная нагрузка.

Уравнение (8) записано в линейном виде, а (9) – в нелинейном с учетом влияния прогиба  $w$  на продольную деформацию стержня. Получим дискретное уравнение второго порядка для решения уравнения растяжения-сжатия стержня (8) с учетом краевых условий (см. рис. 1) [5]:

$$U_{i-1} - 2U_i + U_{i+1} = \frac{q_i \Delta^2}{EI}, i = 2, 3, \dots, n-1. \quad (10)$$

Здесь  $U$  – вектор узловых перемещений  $u$  (дискретизация – аналогично введенной для прогибов  $w$ ). Из этих соотношений формируется ленточная матрица следующей структуры:

Таблица 1 – Результаты, полученные МКР и аналитически

№	Кол-во узлов	Величина прогиба, м	Погрешность, %
1	Аналит. решение	0,0776	0
2	50	0,0722	7,4
3	100	0,0752	3,1
4	300	0,0772	0,5

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ & & & -1 & 2 & -1 \\ 0 & & & & & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Тогда система уравнений (10) с учетом краевых условий  $U_1 = 0; U_n = 0$  приобретает вид:

$$M_2 \cdot U = Q_x, Q_x = \left\{ 0, \dots, \frac{q_{ix} \Delta^2}{ES}, 0 \right\}^T. \quad (12)$$

Поскольку в рассматриваемом случае предполагаются умеренные прогибы полосы, нагруженной поперечной нагрузкой, то в первом приближении для оценки

напряженно-деформированного состояния можно применить геометрически нелинейные соотношения для связанного изгиба и растяжения стержней. При этом для вычисления деформаций  $\varepsilon_x$  при изгибе используется соотношения (12):

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2 w}{dx^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{dw}{dx} \right)^2. \quad (13)$$

Здесь  $z$  – расстояние по толщине от срединной линии стержня,  $u, w$  – компоненты перемещения точек стержня вдоль оси  $X$  и  $Z$  соответственно [7]. В рассмотренном случае влияние прогибов  $w$  на продольные деформации намного больше, чем продольных перемещений. Из выражения (13) путем интегрирования по толщине и осреднения по длине определяем продольные усилия ( $P$ ):

$$P = ES \left( u' + \frac{1}{2} (w')^2 \right) \approx ES \frac{1}{2l} \int_0^l (w')^2 dl \approx \approx ES \frac{1}{2l} \sum_i^{n-1} \left( \frac{w_{i+1} - w_i}{\Delta} \right)^2 \cdot \Delta = \frac{1}{2l} \frac{ES}{\Delta} \sum_i^{n-1} (w_{i+1} - w_i)^2. \quad (14)$$

Для решения совместной задачи влияния усилий изгиба стержня и растяжения запишем систему уравнений:

$$EIw^{IV} + Pw'' = q. \quad (15)$$

Проводится дискретизация системы (15) с привлечением матриц (4) и (11), и тогда система уравнений (15) принимает следующий вид:

$$(M_1 + P \cdot M_2)W = Q. \quad (16)$$

Данное уравнение используется для определение изгиба стержня с учетом продольных усилий, в свою очередь зависящих от  $W$  по соотношению (14). Для решения системы уравнений (14), (16) будем использовать метод простой итерации с ускорением. По значениям неизвестных на  $k$ -й итерации находят их значения на следующей итерации [5]. Для численного решения системы нелинейных уравнений (14), (16) привлекается и адаптируется метод простой итерации:

$$\begin{cases} W^{(0)} := M_1^{-1} \cdot Q; & (a) \quad P^{(1)} := G(W^{(0)}); & (b) \quad k := 1; & (c) \\ W^{(k)} := [M_1 + P^{(k)} \cdot M_2]^{-1} \cdot Q; & (d) \quad P^{(k+1)} := P^{(k)} + \omega \cdot (G(W^{(k)}) - P^{(k)}); & (e) \\ k := k + 1; & (f) \\ \text{if } \left[ \frac{\max |w_{i+1}^k - w_i^{(k-1)}|}{\max |w_i^k|} > \varepsilon_w \right] \text{ and } \left[ \frac{\max |P_{i+1}^k - P_i^{(k-1)}|}{\max |P_i^k|} > \varepsilon_p \right] \text{ go to (d)} & (g) \end{cases} \quad (17)$$

От традиционного метод простой итерации алгоритм (17) отличается тем, что для обеспечения устойчивости итерационного процесса вводится параметр ускорения  $\omega$ . При  $\omega = 1$  получается традиционный алгоритм простой итерации. С целью

определения рекомендуемого интервала для назначения  $\omega$  было проведено исследование его влияния на скорость сходимости итерационного процесса (17). Для этого, задавшись  $\varepsilon_w = \varepsilon_p = 10^{-4}$ , было осуществлено решение ряда тестовых задач с упомянутыми ранее параметрами  $El, l, S, q, n$  [5].

**Результаты расчета.** Рассмотрим результаты решения исследуемой задачи.

В табл. 2 представлены результаты численных экспериментов. Здесь  $\varepsilon$  – точность решения,  $\omega$  – ускорение;  $W_{(\max)}$  – максимальный прогиб, м;  $P$  – продольные усилия, Н;  $K = K(0)$  – количество итераций, которые необходимо было выполнить, для удовлетворения решения условий сходимости (г) в системе (17). Подробные картины,

Таблица 2 – Результаты численных экспериментов

№	$\varepsilon$	$\omega$	$W_{(\max)}$	$P$	$K$
1	0,0001	0,03125	0,0093	1585,2647	75
2	0,0001	0,0625	0,0093	1584,1298	50
3	0,0001	0,125	0,0093	1583,7028	30
4	0,0001	0,25	0,00932	1583,3730	15
5	0,0001	0,35	0,0093	1583,3277	11
6	0,0001	0,4	0,0093	1583,3175	9
7	0,0001	0,45	0,0093	1583,3113	9
8	0,0001	0,5	0,0093177	1583,3433	10
9	0,0001	0,65	0,0093	1583,2565	20
10	0,0001	0,7	0,0093	1583,2389	40
11	0,0001	0,725	0,0093	1583,4111	60
12	0,0001	0,75	0,0093174	1583,4194	480

характеризующие процесс изменения  $W_{\max}^k, P^k$  в зависимости от номера шага итерационного процесса, а также относительных величин  $\delta_W^k = (W_{\max}^k - W_{\max}^\infty) / W_{\max}^\infty$ ,  $\delta_P^k = (P_{\max}^k - P^\infty) / P^\infty$  (определяют отличие текущего решения от конечного), представлены на рис. 4-12.

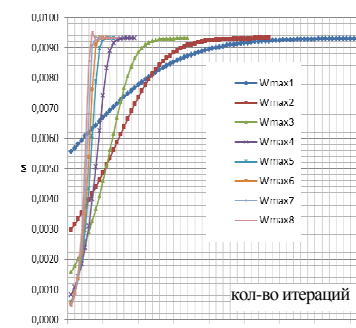


Рисунок 4 – Процесс изменения максимальных прогибов  $W_{\max}$ , вар. 1-8

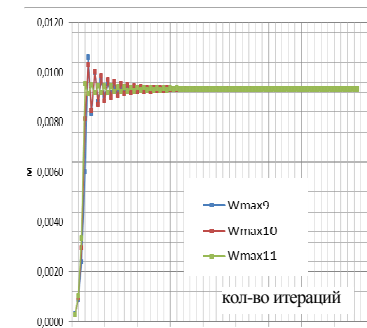


Рисунок 5 – Процесс изменения максимальных прогибов  $W_{\max}$ , вар. 9-11

На данных рисунках проиллюстрирован процесс приближения текущего решения (17) к точному. В вар. 3-8 приближение решения достигается равномерно и

стабильно, в вар. 1-2, 9-12 наблюдается зигзагообразное приближение к решению с увеличенным количеством итераций.

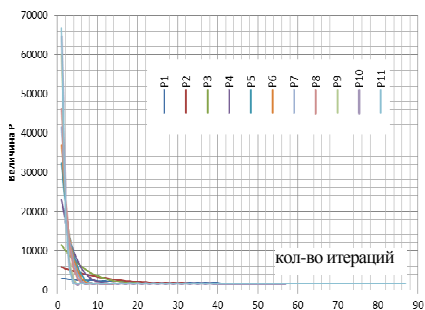


Рисунок 6 – Процесс изменения максимальных продольных усилий  $P$

Рассмотрим подробное поведение приближения рассматриваемого решения относительно поведения значений  $W_{\max}^k / W_{\max}^\infty$  и  $P^k / P^\infty$  с ростом номера шага итерационного процесса (рис. 9-10).

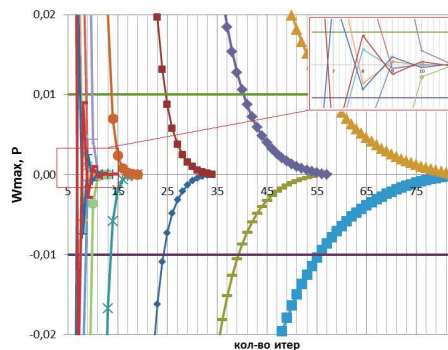
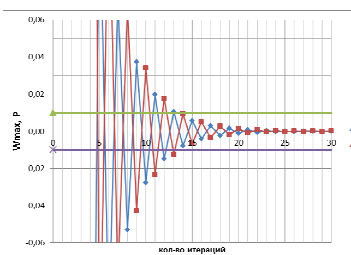
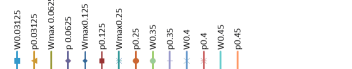
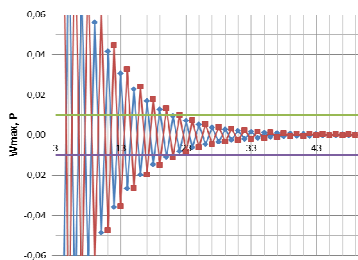


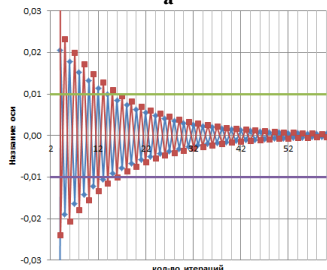
Рисунок 7 – Процесс приближения решения относительных величин  $\delta_W^k, \delta_P^k$ , зависящий от количества итераций (вар. 1-8)



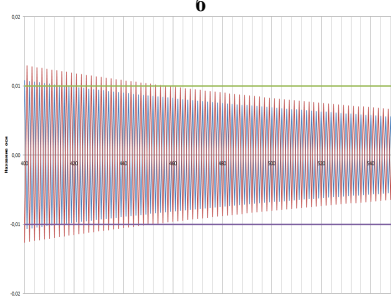
а



б



в



г

Рисунок 8 – Процесс приближения решения относительных величин  $\delta_W^k, \delta_P^k$ , зависящий от количества итераций: а – вар. 9; б – вар. 10; в – вар. 11; г – вар. 12

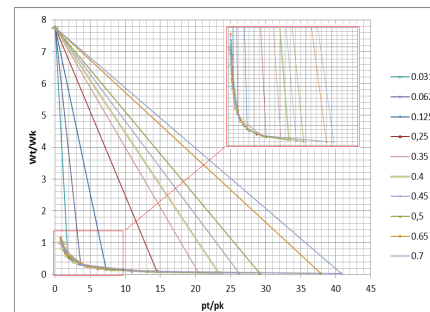


Рисунок 9 – Процесс приближения решения относительно  $W_{\max}^k / W_{\max}^\infty$  и  $P^k / P^\infty$ , вар. 1-10

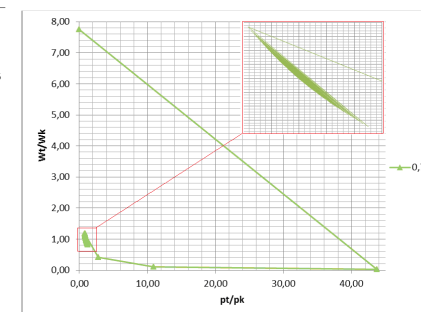


Рисунок 10 – Процесс приближения решения относительно  $W_{\max}^k / W_{\max}^\infty$  и  $P^k / P^\infty$ , вар. 11

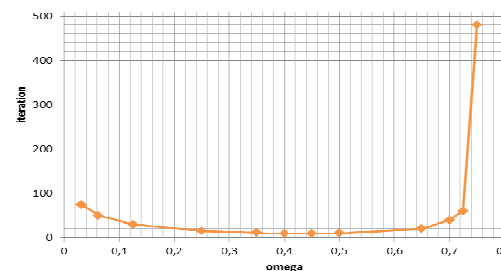


Рисунок 11 – Итоговый график  $W = K(\omega)$ , демонстрирующий зависимость необходимого количества итераций для решения нелинейной системы уравнений (см. табл. 2)

Итоговый график, демонстрирующий зависимость необходимого количества итераций для решения нелинейной системы уравнений (14), (16), показан на рис. 11. Из данного графика видно, что для более быстрого решения необходимо выбирать область, в которой рекомендуемое  $\omega$  находится в интервале  $0,3 \leq \omega \leq 0,5$ .

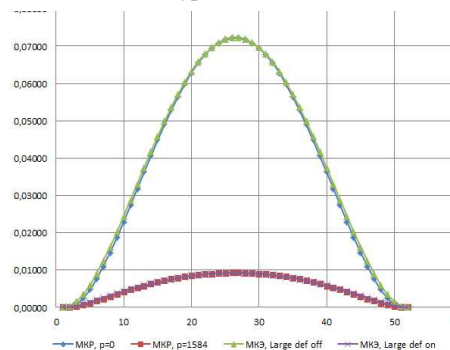


Рисунок 12 – Максимальный прогиб  $W_{\max}^k$  МКР и МКЭ с учетом и без учета геометрической нелинейности

**Сравнение результатов.** Проводится сравнение полученных результатов МКР и МКЭ, реализованных в системе ANSYS [13, 14]. Для реализации МКЭ в программном комплексе ANSYS была построена стержневая модель полосы согласно ранее указанным размерам:  $A, B, l$  и в соответствии свойствам материала. Данная полоса жестко фиксировалась по краям, и на верхнюю поверхность задавалась распределенная нагрузка  $q$ . Исследуемая задача решалась в двух постановках: с учетом и без учета больших перемещений (геометрическая нелинейность). Результаты решений представлены на рис. 12-13.

На рис. 12 представлены результаты расчета максимальных прогибов  $W_{\max}^k$  МКР и МКЭ. В данной постановке были рассмотрены варианты с учетом и без учета геометрической

нелинейности. Из графиков видно хорошее соответствие между двумя методами. На рис. 13 проиллюстрирован процесс приближения решения относительно  $W_{\max}^k / W_{\max}^{\infty}$  МКР и МКЭ с учетом и без учета геометрической нелинейности.

Из данных графиков следует, что полученное конечно-разностное решение соответствует решению, полученному МКЭ при различной постановке. При этом наблюдается хорошее соответствие с отклонением около  $0,1 \div 0,8\%$ .

**Определение погрешности, вносимой в расчетную модель задачи.** Рассмотрим более подробно определение погрешности, вносимой приближенными соотношениями для кривизны изогнутой оси стержня (вместо точных) и равномерным распределением усилий растяжения вдоль этой оси (вместо неравномерных по длине стержня). Рассмотрим эти факторы. Уравнение изгиба стержня с точными соотношениями для кривизны имеют вид [6]:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[ EI \cdot \frac{d^2 w / dx^2}{\left(1 + (dw/dx)^2\right)^{3/2}} \right] + d^2 / dx^2 [P(x) \cdot w] = q. \quad (18)$$

Данные уравнения можно трактовать как уравнения изогнутой оси стержня при переменной вдоль длины изгибной жесткости:

$$(EI)^* = EI / \left(1 + (dw/dx)^2\right)^{3/2}, \quad (19)$$

а также при неравномерном распределении  $P(x)$  вдоль его длины. Естественно, что и  $(EI)^*$ , и  $P(x)$  являются функциями решения (18), т.е. они зависят от  $w(x)$ , однако степень отличия

$(EI)^*$  и  $P(x)$  от констант на длине стержня при данном сочетании параметров исследуемого стержня и нагрузки незначительны. В связи с этим, задавшись принудительным разбросом величин  $(EI)_H < (EI)_{\min}^*$ ;  $(EI)_{\max}^* < (EI)_B$ ,  $P_H < P_{\min}^*$ ;  $P_{\max}^* < P_B$ , можно решить уравнения:

$$(EI)_{H,B} w^{IV} + P_{H,B} w = q. \quad (20)$$

Получив разброс решений  $w$ , можно оценить допускаемую погрешность расчетной модели. Оценка разброса для изгибной жесткости в данном случае  $EI = \pm 5\%$ , для усилия  $P = \pm 10\%$ . В табл. 3 приведены результаты расчетов с различными вариантами сочетаний  $(EI)_{H,B}$  и  $P_{H,B}$ . На рис. 14 представлены распределения  $w$ , полученные для табличных данных.

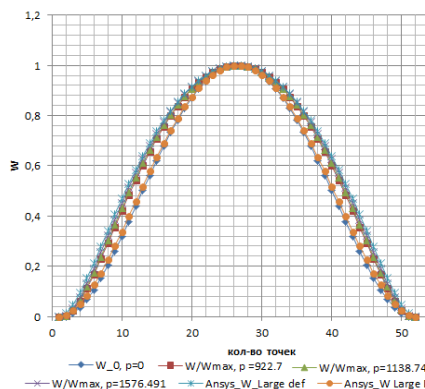


Рисунок 13 – Процесс приближения решения МКР и МКЭ с учетом и без учета геометрической нелинейности относительно  $W_{\max}^k / W_{\max}^{\infty}$

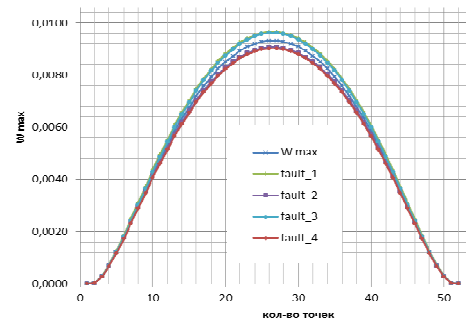


Рисунок 14 – Распределения  $w$ , полученных для табличных данных

Таким образом, для оценки влияния других факторов, в том числе геометрической нелинейности и влияния продольных усилий на изгиб, можно принять модель с равномерным распределением продольных усилий по длине стержня, а также

Таблица 3 – Результаты исследуемого расчета

Параметры		$W_{\max} / \Delta$		$W_{\max}^{ном}$
		$P_H = 0,9$	$P_B = 1,1$	
$EI_H$	0,95	0,0097/+0,043011	0,0091/-0,021978	0,0093
$EI_B$	1,05	0,0096/+0,032258	0,009/-0,033333	

рассчитывать кривизну изогнутой оси стержня по приближенной формуле как вторую производную от прогиба. В данной работе была разработана математическая модель и создан программный модуль для решения задач об изгибе стержня с учетом умеренных прогибов. В основе математической модели лежит МКР. Разработанный программный комплекс позволяет определять изгиб стержней с учетом геометрической нелинейности, вычислять значение продольных усилий и прогибов итерационным путем. Было проведено управление ускорением процесса итерационного уточнения решения исследуемой задачи путем варьирования коэффициента ускорения сходимости. Определены погрешности, вносимые приближенными соотношениями для кривизны изогнутой оси стержня и равномерным распределением усилий растяжения. Для конкретного примера они составили  $3,3 \div 4,4\%$ .

Для подтверждения корректности и точности полученных результатов проведены сравнения результатов по предлагаемой методике с полученными МКЭ, реализованным в программном комплексе ANSYS. Было получено хорошее соответствие с минимальной погрешностью.

В дальнейшем планируется применить предложенный подход к решению задач, в которых будет рассмотрена постановка задачи для системы пластин, соединенных болтовым крепежом в геометрически нелинейной постановке.

**Список литературы:** 1. Атрошенко О.О. Обгрунтування розрахункових моделей елементів силосу / В.Б. Третьяков, И.И. Иванцов, О.В. Веретельник, О.О. Атрошенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Машинознавство та САПР. – 2013. – № 1. – С. 139-154. 2. Атрошенко О.О. Численное исследование контактных задач для системы пластин, соединенных болтовым крепежом. в геометрически нелинейной постановке / О.О.

Полученные данные сравниваются с результатами конечно-разностных расчетов, которые находятся в хорошем соответствии с данными, полученными в программном комплексе ANSYS при конечно-элементном моделировании. Видно, что погрешность расчетной модели заключена в интервале  $-3,3 \div +4,4\%$ . Следовательно, вносимое указанными факторами искажение решения задачи не изменяет характера распределения прогибов, а его величины изменяются незначительно.

Атрошенко // Вісник НТУ «ХП». Тем.вип.: Машинознавство та САПР. – 2013. №1 (975). – С. 3-14.

3. Атрошенко О.О. Экспериментальное исследование системы пластин, соединенных болтовым крепежом / О.О. Атрошенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Транспортне машинобудування. – 2014. №14 (1057). – С. 105-112.

4. Атрошенко О.О. Анализ влияния геометрической нелинейности / О.О. Атрошенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Транспортне машинобудування. – 2014. №14 (1057). – С. 105-112.

5. Турчак Л.И. Основы численных методов / Турчак Л.И., Плотников П.В. Москва ФИЗМАТЛИТ, 2002 – 304с.

6. Биргер И.А. Сопроотивление материалов: учебное пособие / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов / – М.: Наука. Гл. Ред., физ.-мат. лит., 1986 – 560 с.

7. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу – М.: Мир, 1987. – 542 с.

8. Бурдун Е.Т. Напряженно-деформированное состояние гофрированных пластин и пологих оболочек при действии поверхностных нагрузок / Бурдун Е.Т., Кочанов В.Ю., Кутриевич А.Б. и др. // 36. наук. пр. нац. ун-ту кораблебудування. – 2009. – №5(428). – С. 45-53.

9. Короткий О.А. Совершенствование конструкции цилиндрических силосов, используемых в сельском хозяйстве. Автореф. дис. канд. тех. наук., Москва, 2009. – 24 с.

10. Ращеткин С.В. Принципы конструирования и экспериментальные исследования новых металлических спиральных силосов. Дис. канд. тех. наук., Саратов, 2003. – 172 с.

11. Кузнецов И.М. Пространственная работа гибкого металлического силоса с наружным стержневым каркасом. Дис. канд. тех. наук., Москва, 2000. – 181 с.

12. Якофаров А.Х. Совершенствование конструкции, уточнение расчета и оптимальные параметры стального круглого бункера. Дис. канд. тех. наук., Екатеринбург, 2005. – 146 с.

13. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя / К.А. Басов. – М. ДМК Пресс, 2005. – 640с.

14. Капун А.Б. ANSYS в руках инженера / А.Б. Капун. – М.: Единотриал, 2003. – 272 с.

Поступила в редколлегию 23.03.2014

УДК 539.3

Изгиб полосы с учетом больших перемещений и влияния продольных усилий / А.А. Атрошенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Машинознавство та САПР. – Х. : НТУ «ХП», 2014. – № 29 (1072). – С. 3-13. – Бібліогр.: 14 назв. ISSN 2079-0075.

Дана робота присвячується аналізу згинання смуги з урахуванням великих переміщень і впливу поздовжніх зусиль. Проектування різних конструкцій, в яких застосовуються тонкостінні елементи, в тому числі панелі, стосується багатьох галузей машинобудування. Таке широке застосування тонкостінних конструкцій вимагає вдосконалення методів їх розрахунку та проектування. У даній роботі розглядається задача, що представляє собою дослідження тонкостінної смуги, розміри якої максимально наближені до розмірів смуги, виділеної з панелі металевого зерносковища. Дана робота включає в себе створення математичної моделі з застосуванням метода скінченних різниць, дослідження смуги з урахуванням помірних прогинів, а також визначення поздовжніх зусиль.

**Ключові слова:** силос, метод скінченних елементів, метод скінченних різниць, геометрична нелінійність, поздовжні зусилля, математична модель, програмний модуль, ітеративне рішення

This work is devoted to the analysis of bending stripe taking into account large deflection and longitudinal forces of influence. Designing a variety of designs, which use thin-walled elements, including panels, cover many branches of engineering. Such widespread use of thin-walled structures requires improved methods of analysis and design. In this paper, we consider problem, which is the study of thin strip, the dimensions of which are close to the size of the band derived from the metal panel granaries. This work includes the creation of a mathematical model using finite difference method, the study band bending considering large deflection, as well as the definition of longitudinal forces.

**Keywords:** silo, finite element method, finite difference method, geometric nonlinearity, longitudinal forces, mathematical model, the software module, the iterative solution