

А.П. ПОПОВ, д.т.н., проф., зав. каф. НУК им. адм. Макарова, Николаев;
М. Г. МОЗГОВОЙ, ст. препод., НУК им. адм. Макарова, Николаев;
О.И. САВЕНКОВ, асс., НУК им. адм. Макарова, г. Николаев

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ МОДИФИКАЦИИ ЗУБЬЕВ НА КОНТАКТНУЮ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ МУФТ

Выполнено решение плоской задачи применительно к модели контакта бочкообразного наружного зуба втулки с симметрично скошенным относительно середины внутренним зубом обоймы зубчатой муфты. Получены выражения максимальных контактных напряжений и ширины площадки контакта. Для снижения максимальных величин контактных напряжений в рассматриваемой конструкции зубчатой муфты введены в средней части скошенных зубьев прямолинейные участки.

Ключевые слова: зубчатая муфта, контактная прочность, контактные напряжения, модификация зубьев, бочкообразные зубья, скошенные зубья

Введение. Разработка и создание тяжелонагруженных зубчатых муфт, предназначенных для эксплуатации в условиях перекоса осей соединяемых валов агрегатов, является актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет работоспособность и эффективность машин и механизмов, снабженных зубчатыми муфтами. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих в настоящее время научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые муфты. Для успешного решения указанной проблемы необходимы не только новые технические решения, но и новые методы расчетов нагрузочной способности и контактной прочности. Наиболее полное исследование по повышению нагрузочной способности зубчатых муфт с учетом новых технических решений, предусматривающих профилирование разверток длительных цилиндров зубчатых втулок и обойм, создание трехвенцовых зубчатых втулок и обойм, а также разработку зубчатых муфт с комбинированной продольной модификацией наружных и внутренних зубьев изложены в [1-11], а в [10,11] дана новая теория контактной прочности упруго сжатых тел, позволяющая производить решения задач для любых случаев взаимодействия зубьев.

В качестве объекта исследования используется зубчатая муфта [1], которая вследствие продольной модификации наружных и внутренних зубьев характеризуется не только нахождением всех сопряженных пар зубьев в зацеплении при перекосах осей соединяемых валов агрегатов, но и равномерным распределением нагрузки между зубьями. Указанную зубчатую муфту следует рассматривать как муфту, нечувствительную к перекосам осей.

Для решения плоской контактной задачи применительно к сопряженным под нагрузкой зубьям муфты воспользуемся новой теорией контактной прочности, разработанной проф. А. П. Поповым [10, 11]. Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел, как и любая другая теория, базируется на допущениях и упро-

щающих предположениях, некоторые из которых озвучим. Во-первых, контактные напряжения определяются на рабочих поверхностях тел, а силы трения по площадке контакта не учитываются ввиду их малых величин. Во-вторых, материалы контактирующих друг с другом тел принимаются изотропными с разными значениями коэффициентов Пуассона ν_1, ν_2 и модулей упругости материалов E_1, E_2 . В-третьих, сила F_n , сжимающая тела, создает в зоне контакта упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука. И, наконец, площадка контакта при сжатии тел считается меньшей величиной по сравнению с площадью тел, в пределах которой осуществляется их взаимодействие.

Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел предусматривает получение двух равнозначных функций контактных деформаций. Первая функция контактных деформаций определяется с учетом формы зазора между телами до нагружения. Нахождение второй функции контактных деформаций осуществляется на основе обобщенного закона Гука и гипотезы Винклера. При этом гипотеза Винклера, используемая при решениях только лишь плоских задач, впервые разработана применительно к решениям пространственных контактных задач [10,11].

А теперь перейдем к непосредственному решению контактной задачи, обратившись к рисунку 1, где на рисунке 1, *a* изображена расчетная модель контакта нагруженного зуба 1 с внутренним зубом 2 до нагружения, а на рисунке 1, *б* – после нагружения. В данном случае образующие боковых поверхностей зуба 1 выполнены криволинейными с радиусом кривизны R , а образующие боковых поверхностей зуба 2 являются прямолинейно-скошенными на угол ψ_0 относительно середины к торцам. В связи с этим сечение зуба 1 представляет собой бомбинированный ролик, а сечение зуба 2 – клин. Из рисунка 1, *a* следует, что величина максимального зазора $S(b_0)$ между зубьями 1 и 2 в точке $x = b$ равна

$$S(b_0) = S_1(b_0) + S_2(b_0), \quad (1)$$

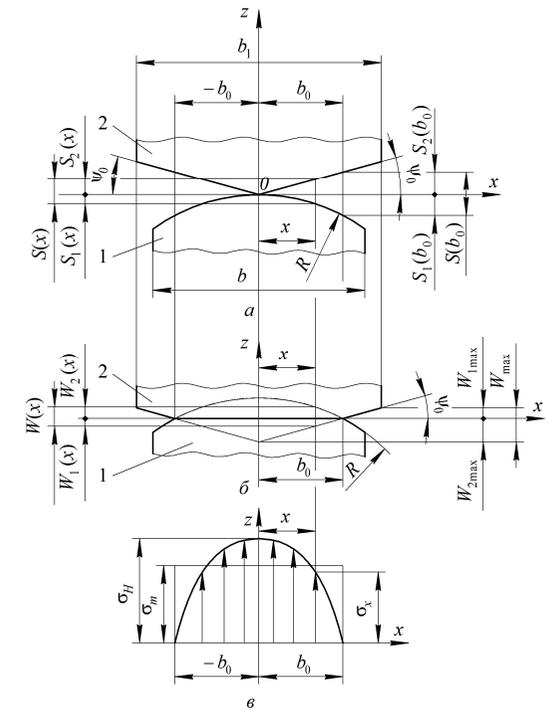


Рисунок 1 – Расчетная модель контакта зубьев:
a – до нагружения, *б* – после нагружения,
в – эпюра контактных напряжений

где $S_1(b_0) = b_0^2/2R$; $S_2(b_0) = \psi_0 b_0$ – максимальные зазоры зубьев 1 и 2 в ранее указанных точках относительно оси x ; ψ_0 – угол скоса внутренних зубьев относительно их середины, определяемый из выражения

$$\psi_0 = \frac{\Psi}{4(\pi - 2)} \left[\pi + \left(1 - \frac{\pi \alpha_w}{2} \right) \frac{mz \cos \alpha_w}{R} \right],$$

в котором Ψ – угол перекося осей, рад; $\alpha_w = 20^\circ$ – угол зацепления зубьев; m – модуль зацепления; z – число зубьев; R – радиус бочкообразности наружных зубьев.

По аналогии с уравнением (1) запишем, исходя из рисунка 1, а, текущее значение зазора в точке x между зубьями

$$S(x) = S_1(x) + S_2(x), \quad (2)$$

где $S_1(x) = x^2/2R$; $S_2(x) = \psi_0 x$ – зазоры соответственно между зубом 1 и осью x , а также между зубом 2 и осью x .

В соответствии с выражениями (1) и (2) найдем зависимость первой функции $W(x)$ контактных деформаций

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x) = [S_1(b_0) - S_1(x)] + [S_2(b_0) - S_2(x)] = \frac{b_0^2 - x^2}{2R} + \psi_0(b_0 - x). \quad (3)$$

Из уравнения (3) очевидно, что первая функция $W_1(x)$ является параболической, а функция $W_2(x)$ – линейной. Однако, как следует из [10], функция $W_1(x) = (b_0^2 - x^2)/2R$ справедлива в том случае, если максимальные контактные напряжения $\sigma_H < 120$ МПа. При $\sigma_H > 120$ МПа необходимо воспользоваться функцией $W_1(x)$, изменяющейся по эллиптическому закону. В соответствии со сказанным представим выражение (3) в виде функции [10, 11]

$$W(x) = \frac{b_0^2}{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} + \psi_0 b_0 \left(1 - \frac{x}{b_0} \right). \quad (4)$$

Определившись с первой функцией $W(x)$, перейдем к отысканию второй равнозначной ей функции. С этой целью воспользуемся законом Гука и гипотезой Винклера. При сжатии тел 1 и 2 (рисунок 1, б) в случае изменения деформаций в направлении оси x (плоская задача) будем исходить из подчинения сближаемых тел в пределах упругости гипотезе Винклера [11], тогда

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x), \quad (5)$$

где $W_1(x) = A_1(x)$, $W_2(x) = A_2(x) \cdot \omega(x)$ – упругие перемещения 1 и 2 тел; $A_1(x)$, $A_2(x)$ – коэффициенты постели 1 и 2 тел, причем $A_1(x) + A_2(x) = A(x)$, мм²/Н, $\omega(x)$ – функция нагрузки, распределенной по оси x в пределах ширины площадки контакта $2b_0$, Н/мм.

В соответствии с приведенными обозначениями функция (5) примет вид

$$W(x) = A(x) \cdot \omega(x). \quad (6)$$

Из уравнения (6) очевидно, что коэффициент постели $A(x)$ является переменной величиной, а это не позволяет осуществить решение рассматриваемой задачи. На основании сказанного перейдем от коэффициента постели $A(x)$ к постоянной величине коэффициента постели A , не зависящей от x . Для этого заменим величину площади реальной эпюры напряжений равной ей по величине площадью эпюры средних напряжений σ_m , определяемых по формуле

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2b_0 h_p}, \quad (7)$$

где $h_p = 2c^* m = 1,6m$ – рабочая высота зуба; $c^* = 0,8$ – коэффициент высоты головки зуба; m – модуль зацепления.

В качестве зависимости, устанавливающей взаимосвязь между упругими перемещениями тел W и возникающими в этих телах напряжениями σ , примем выражение [10]

$$W = C_m \sigma, \quad (8)$$

где C_m – размерный параметр, мм/МПа.

Затем, объединив зависимости (7) и (8), найдем, полагая $\sigma = \sigma_m$, выражение упругого перемещения тел, а именно:

$$W = \frac{C_m F_n}{2b_0 h_p}. \quad (9)$$

Далее, исходя из пропорционального соотношения между напряжениями σ и упругими деформациями, запишем согласно закону Гука выражение контактных напряжений, действующих на каждое из тел, полагая $\nu_1 \neq \nu_2$ и $E_1 \neq E_2$, в таком виде: $\sigma_1 = \frac{\varepsilon E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}$; $\sigma_2 = \frac{\varepsilon E_2}{1 - \nu_2^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}$, где $\varepsilon = \Delta L/L$ – относительная деформация; ΔL – абсолютная величина деформации; L – некоторый линейный размер, принимаемый равным $2b_0$ [10]. Зависимость (9) на основании двух последних выражений представим в виде двух уравнений применительно к каждому из зубьев (рисунок 1, а), исходя из $L = 2b_0$:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1} \sigma_1 = 2C_{m1} \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L} = \frac{C_{m1} E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{b_0}; \\ W &= 2C_{m2} \sigma_2 = 2C_{m2} \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L} = \frac{C_{m2} E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{b_0}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Прежде чем продолжить решение задачи, рассмотрим краткие пояснения, касающиеся размерных параметров C_{m1} и C_{m2} . Размерные параметры C_{m1} и C_{m2} представляют собой величины деформации первого и второго зубьев, измеряемые в

миллиметрах при действии напряжений, равных одному МПа. Напряжения на рабочих поверхностях зубьев (тел) характеризуются, как известно, действием одной и той же силы и одинаковой площадкой контакта. В связи с этим примем $C_{m1} = C_{m2}$, причем $C_{m1} + C_{m2} = C_m$. В действительности при неизменной по размерам площадке контакта размерные параметры C_{m1} и C_{m2} отличаются друг от друга вследствие разных значений ν_1, ν_2 и E_1, E_2 . Так как зубья в подавляющем большинстве случаев изготавливаются из сталей, у которых коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов соответственно равны друг другу, то принятое допущение о равенстве между собой размерных параметров C_{m1} и C_{m2} можно считать оправданным.

Таким образом, исходя из равенства между упругим перемещением W и абсолютной величиной деформации ΔL , найдем из выражений (10) уравнения размерных параметров: $C_{m1} = \frac{(1-\nu_1^2)b_0}{E_1}$; $C_{m2} = \frac{(1-\nu_2^2)b_0}{E_2}$. На основании выражений размерных параметров C_{m1} и C_{m2} , приняв $\sigma_m = \sigma_{m1} = \sigma_{m2} = F_n/2b_0h_p$, найдем зависимости контактной податливости каждой из сопряженной пары зубьев:

$$\delta_{\kappa 1} = 2 \frac{C_{m1}\sigma_{m1}}{F_n} = \frac{1-\nu_1^2}{2E_1h_p}; \quad \delta_{\kappa 2} = 2 \frac{C_{m2}\sigma_{m2}}{F_n} = \frac{1-\nu_2^2}{2E_2h_p}. \quad (11)$$

Умножив сумму правых частей выражений (11) на ширину площадки контакта $2b_0$, определим уравнение коэффициента постели

$$A = 2b_0(\delta_{\kappa 1} + \delta_{\kappa 2}) = \frac{b_0}{h_p} \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) = \frac{\kappa b_0}{h_p}, \quad (12)$$

где $\kappa = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2$ – параметр упругости контактирующих тел.

Тогда в соответствии с зависимостью (12) функция (6) примет окончательный вид

$$W(x) = A \cdot \omega(x) = \frac{\kappa b_0}{h_p} \omega(x). \quad (13)$$

С учетом равнозначных друг другу функций (3) и (13) запишем выражение напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев в виде

$$A \int_{-b_0}^{b_0} \omega(x) dx = AF_n = \frac{\kappa F_n b_0}{h_p} = \frac{b_0^2}{2R} \int_{-b_0}^{b_0} \left(1 - \frac{x^2}{b_0^2} \right) dx + \psi_0 \int_{-b_0}^{b_0} (b_0 - x) dx = \frac{2b_0^3}{3R} + \psi_0 b_0^2. \quad (14)$$

$$\text{В результате решения квадратного уравнения } \frac{2b_0^2}{3R} + \psi_0 b_0 - \frac{\kappa F_n}{h_p} = 0,$$

найденного из выражения (14), получим зависимость полуширины площадки контакта

$$b_0 = 0,75 \left[\sqrt{\frac{8\kappa R F_n}{3h_p} + (\psi_0 R)^2} - \psi_0 R \right]. \quad (15)$$

Из уравнения (6), полагая коэффициент постели постоянной величиной, найдем выражение функции

$$W(x) = A \cdot \omega(x) = A \frac{h_p}{h_p} \omega(x) = Ah_p \sigma(x), \quad (16)$$

где $\sigma(x) = \omega(x)/h_p$ – функция контактных напряжений.

После подстановки в уравнение (16) правой части функции (3) определим при $x = 0$ максимальное значение контактных напряжений

$$\sigma_H = \frac{b_0^2 + 2\psi_0 b_0 R}{2Rah_p}. \quad (17)$$

Заменив в уравнении (17) коэффициент постели A правой частью выражения (12), представим данное уравнение в окончательном виде

$$\sigma_H = 0,375 \sqrt{\frac{8F_n}{3\kappa R h_p} + \left(\frac{\psi_0}{\kappa} \right)^2} + 0,625 \frac{\psi_0}{\kappa}. \quad (18)$$

При $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и $E_1 = E_2 = E$ выражения (15) и (18) примут вид:

$$b_0 = 0,75 \left[\sqrt{\frac{16(1-\nu^2)RF_n}{3Eh_p} + (\psi_0 R)^2} - \psi_0 R \right]; \quad (19)$$

$$\sigma_H = 0,375 \sqrt{\frac{4EF_n}{3(1-\nu^2)Rh_p} + \left[\frac{\psi_0 E}{2(1-\nu^2)} \right]^2} + 0,3125 \frac{\psi_0 E}{1-\nu^2}. \quad (20)$$

Если в рассматриваемой задаче принять угол $\psi_0 = 0$ при $\nu = 0,3$, то от рассматриваемой модели контакта перейдем к модели контакта цилиндра с плоскостью, в связи с чем уравнения (19) и (20) преобразуются к виду:

$$b_0 = 1,622 \sqrt{\frac{RF_n}{Eh_p}}; \quad (21) \quad \sigma_H = 0,454 \sqrt{\frac{EF_n}{Rh_p}}. \quad (22)$$

Уравнения (21) и (22) идентичны уравнениям, которые приведены в [10] и получены применительно к модели контакта цилиндра с плоскостью, исходя из параболического закона изменения контактных деформаций, а это указывает на достоверность выполненных решений.

Решение задачи с использованием функции (4) аналогично выполненному решению вплоть до получения уравнения (13), в котором за основу принята функ-

ция (3). В связи с этим зависимость напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев по аналогии с уравнением (14) примет вид

$$A \int_{-b_0}^{b_0} \omega(x) dx = \frac{\kappa F_n b_0}{h_p} = \frac{b_0^2}{2R} \int_{-b_0}^{b_0} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} dx + \psi_0 b_0 \int_{-b_0}^{b_0} \left(1 - \frac{x}{b_0}\right) dx = \frac{\pi b_0^3}{4R} + \psi_0 b_0^2.$$

Данное уравнение представляет собой кубическое уравнение $\frac{\pi b_0^3}{4R} + \psi_0 b_0^2 - \frac{\kappa F_n}{h_p} = 0$, исходя из которого найдем зависимость полуширины площадки контакта b_0 от других параметров

$$b_0 = 2 \left[\sqrt{\frac{\kappa F_n R}{\pi h_p} + \left(\frac{\psi_0 R}{\pi}\right)^2} - \frac{\psi_0 R}{\pi} \right]. \quad (23)$$

Для нахождения максимальных контактных напряжений объединим выражения (13) и (23) с уравнением (17), в итоге получим

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n}{\pi \kappa R h_p} + \left(\frac{\psi_0}{\pi \kappa}\right)^2} + \frac{(\pi - 1)\psi_0}{\pi \kappa}. \quad (24)$$

Приняв в уравнениях (23) и (24) коэффициенты Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и $E_1 = E_2 = E$, получим:

$$b_0 = 2 \left[\sqrt{\frac{2(1 - \nu^2) R F_n}{\pi E h_p} + \left(\frac{\psi_0 R}{\pi}\right)^2} - \frac{\psi_0 R}{\pi} \right]; \quad (25)$$

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{E F_n}{2\pi(1 - \nu^2) R h_p} + \left[\frac{\psi_0 E}{2\pi(1 - \nu^2)}\right]^2} + \frac{(\pi - 1)\psi_0 E}{2\pi(1 - \nu^2)}. \quad (26)$$

Если в уравнениях (25) и (26) принять $\nu = 0,3$ и $\psi_0 = 0$, то данные уравнения будут сведены к виду:

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{R F_n}{E h_p}}; \quad (27) \quad \sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{E F_n}{R h_p}}. \quad (28)$$

Уравнения (27) и (28) полностью совпадают с аналогичными уравнениями Герца, полученными им применительно к упруго сжатому цилиндру и плоскости. Из уравнений (21), (22) и (27), (28) очевидно, что они имеют один и тот же вид, за исключением числовых коэффициентов. При параболическом и эллиптическом законе изменения функции $W_1(x)$ они отличаются в $1,655/1,522 = 0,454/0,418 = 1,086$ раза.

Выполним расчеты судовой зубчатой муфты, которая прошла опытную про-

верку в статических условиях с целью определения ее нагрузочной способности и упругих изгибающих моментов от неуравновешенных усилий [8], исходя из следующих данных: $m = 6$ мм; $z = 40$; $\alpha_w = 20^\circ$; $h_p = 9,6$ мм; $b = 40$ мм – длина наружных зубьев; $b_1 = 50$ мм – длина внутренних зубьев; $R = 3000$ мм; $\nu = 0,3$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\psi = (2,5; 5,0; 7,5; 8,7) \cdot 10^{-3}$ рад – углы перекоса зубьев, которым соответствуют углы скоса внутренних зубьев $\psi_0 = (1,72; 3,44; 5,16; 5,99) \cdot 10^{-3}$ рад; материал – сталь 18ХНВА; $\sigma_b = 1150$ МПа; $\sigma_t = 850$ МПа.

Данные расчетов зубчатой муфты по формулам (25) и (26) даны в таблице 1. Там же приведены значения b_0 и σ_H при $\psi_0 = \psi = 0$, определяемые по формулам (27) и (28). Из таблицы очевидно, что при возрастании угла ψ_0 контактные напряжения σ_H также возрастают. Так, например, при угле $\psi_0 = 5,99 \cdot 10^{-3}$ рад, которому соответствует угол перекоса осей $\psi = 8,7 \cdot 10^{-3}$ рад (см. ГОСТ 5006-55), контактные напряжения $\sigma_H = 707,6$ МПа. При этом допускаемые напряжения в соответствии с [8] и ГОСТ 5006-55 для подвижных зубьев равны $\sigma_H = (0,75 \dots 0,9) \cdot \sigma_t = (0,75 \dots 0,9) \cdot 850 = 637,5 \dots 765$ МПа.

Из приведенных расчетных и сравнительных данных следует, что допускаемые напряжения $\sigma_H = 637,5 \dots 765$ МПа позволяют предположить, что указанная зубчатая муфта при $\psi_0 = 5,99 \cdot 10^{-3}$ рад и $\psi = 8,7 \cdot 10^{-3}$ рад работоспособна. Однако, учитывая сложный процесс взаимодействия зубьев в муфте в условиях перекоса осей соединяемых валов агрегатов, который сопровождается скольжением зубьев относительно друг друга, можно утверждать, что найденная величина напряжений $\sigma_H = 707,6$ МПа является завышенной, и ее необходимо уменьшать путем видоизменения образующих скошенных боковых поверхностей внутренних зубьев.

Таблица 1 – Данные расчетов зубчатой муфты

Углы скоса и перекоса зубьев	$\psi \cdot 10^3$, рад	0,0	2,5	5,0	7,5	8,7
	$\psi_0 \cdot 10^3$, рад	0,00	1,72	3,44	5,16	5,99
Ширина площадки контакта	$2b_0$, мм	9,27	4,80	2,95	2,08	1,81
Контактные напряжения	σ_H , МПа	82,20	244,66	425,3	615,3	707,6

Для снижения напряжений σ_H в рассматриваемой зубчатой муфте было принято решение совместно с заводом-изготовителем о введении в средней части скошенных зубьев прямолинейных участков шириной $2a$. При этом, как показали выполненные исследования, необходимо исходить из соотношения $0,6 \leq a/b_0 \leq 0,8$. С учетом введения прямолинейных участков на скошенных зубьях при указанном соотношении параметров a и b_0 максимальные контактные напряжения σ_H можно снизить не менее чем в 2 раза по сравнению с теми величинами, приведенными в таблице 1.

В заключение необходимо отметить, что при больших углах скоса клина, контактирующего с цилиндром, максимальные напряжения достигают очень больших величин, не имеющих места в реальных конструкциях. Так, например, если принять угол $\psi_0 = 45^\circ = 0,785$ рад, то в этом случае получим $2b_0 = 0,0144$ мм и $\sigma_H = 90580$ МПа.

Выводы. 1. На основе новой теории контактной прочности, разработанной проф. А. П. Поповым, выполнено решение контактной задачи применительно к модели взаимодействия цилиндра (бочкообразный зуб втулки) с клином (скошенный зуб обоймы). Найдены выражения ширины площадки контакта $2b_0$ и максимальных контактных напряжений, которые для частного случая (модель контакта цилиндра с плоскостью) вырождаются в общеизвестные формулы Герца.

2. Анализ полученных решений указывает на то, что при взаимодействии скошенных зубьев с бочкообразными зубьями возникают большие по величине контактные напряжения, которые при углах скоса зубьев $\psi_0 \geq 8,7 \cdot 10^{-3}$ рад являются завышенными.

3. Для снижения максимальных величин контактных напряжений в рассматриваемой конструкции зубчатой муфты необходимо, как показали выполненные исследования, ввести в средней части скошенных зубьев прямолинейные участки, ширина которых должна быть меньше ширины площадки контакта примерно в 1,25...1,65 раза.

Список литературы: 1. А. с. 1504394 СССР. Зубчатая муфта / А. П. Попов (СССР). – 4089604 / 31–27; Заявл. 09.07.86; Оpubл. 30.08.89. Бюл. № 32. 2. А. с. 1559245 СССР. Зубчатая муфта / А. П. Попов (СССР). – 4142341 / 31–27; Заявл. 05.11.86; Оpubл. 15.03.90. Бюл. № 10. 3. А. с. 1393945 СССР. Зубчатая муфта А. П. Попова / А. П. Попов (СССР). – 4063606 / 31–27; Заявл. 25.02.86; Оpubл. 07.05.88. Бюл. № 17. 4. А. с. 1587243 СССР. Зубчатая муфта А. П. Попова / А. П. Попов (СССР). – 4441519 / 31–27; Заявл. 15.06.88; Оpubл. 23.08.90. Бюл. № 1. 5. Патент № 25103 на корисну модель. Україна. Зубчата муфта / Попов О. П., Савенков О. І. – u200703093; Заявл. 23.03.07; Оpubл. 25.07.07. Бюл. № 11. 6. Патент № 51954 на корисну модель. Україна. Зубчата муфта / Попов О. П., Савенков О. І. – u201000897; Заявл. 29.01.10; Оpubл. 10.08.10. Бюл. № 15. 7. Попов А. П. Научные основы проектирования зубчатых муфт // Динамика и прочность судовых машин. Сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1985. – С. 99–111. 8. Попов А. П. Зубчатые муфты в судовых агрегатах. – Л.: Судостроение, 1985. – 240 с. 9. Попов А. П. Взаимное влияние профилированных наружных и внутренних зубьев на нагрузочную способность зубчатых муфт // Триботехнология судового машиностроения: Сб. науч. тр. – Николаев: НКИ, 1993. – С. 75–88. 10. Попов А. П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: НУК, 2008. – 580 с. 11. Попов А. П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев. – Николаев: Атолл, 2011. – 774 с.

Bibliography (transliterated): 1. A. s. 1504394 SSSR. Zubchataja mufta / A.P. Popov (SSSR). – 4089604 / 31–27; Zajavl. 09.07.86; Opubl. 30.08.89. Bjul. No 32. 2. A. s. 1559245 SSSR. Zubchataja mufta / A.P. Popov (SSSR). – 4142341 / 31–27; Zajavl. 05.11.86; Opubl. 15.03.90. Bjul. No 10. 3. A. s. 1393945 SSSR. Zubchataja mufta A. P. Popova / A. P. Popov (SSSR). – 4063606 / 31–27; Zajavl. 25.02.86; Opubl. 07.05.88. Bjul. No 17. 4. A. s. 1587243 SSSR. Zubchataja mufta A. P. Popova / A.P. Popov (SSSR). – 4441519 / 31–27; Zajavl. 15.06.88; Opubl. 23.08.90. Bjul. No 1. 5. Patent No 25103 na korysnu model'. Ukrayina. Zubchasta mufta / Popov O.P., Savenkov O.I. – u200703093; Zajavl. 23.03.07; Opubl. 25.07.07. Byul. No 11. 6. Patent No 51954 na korysnu model'. Ukrayina. Zubchasta mufta / Popov O.P., Savenkov O.I. – u201000897; Zajavl. 29.01.10; Opubl. 10.08.10. Byul. No 15. 7. Popov A.P. Nauchnye osnovy proektirovanija zubchatyh muft // Dinamika i prochnost' sudovyh mashin. Sb. nauch. tr. – Nikolaev: NKI, 1985. – P. 99–111. 8. Popov A.P. Zubchatye mufty v sudovyh agregatah. – Leningrad: Sudostroenie, 1985. – 240 p. 9. Popov A.P. Vzaimnoe vlijanie profilirovannyh naruzhnyh i vnutrennih zub'ev na nagruzochnuju sposobnost' zubchatyh muft // Tribotekhnologija sudovogo mashinostroenija: Sb. nauch. tr. – Nikolaev: NKI, 1993. – P. 75–88. 10. Popov A.P. Kontaktnaja prochnost' zubchatyh mehanizmov. – Nikolaev: NUK, 2008. – 580 p. 11. Popov A.P. Zubchatye mehanizmy s tochechnym kontaktom zub'ev. – Nikolaev: Atoll, 2011. – 774 p.

Поступила (received) 04.06.2015