

**М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. О. БОНДАРЕНКО, М. С. САВЕРСЬКА, М. А. ТКАЧУК,
Д. О. ТЕСЛЯ**

РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕМЕНТІВ УНІВЕРСАЛЬНО-ЗБІРНИХ ПРИСТОСУВАНЬ

У виробництві широке застосування мають універсальні збірні пристосування. Ці пристосування визначають продуктивність та якість технологічних операцій на металорізальних верстатах. Для забезпечення міцності та жорсткості таких пристосувань здійснені чисельні та експериментальні дослідження складань із комплекту універсальних збірних пристосувань. Для моделювання мікромеханічних властивостей шару шорсткості між контактними елементами розміщені пружні прокладки. У ході досліджень установлені закономірності деформування пристосувань з урахуванням контактної взаємодії із базовими плитами. Для визначення розподілу контактної тиску застосовано чутливі до тиску плівки. Визначено умови, за яких здійснюється зміна умов деформування збірних пристосувань. Також визначено умови сполучення елементів пристосувань із базовою плитою.

Ключові слова: розрахунково-експериментальне дослідження; контактна взаємодія; універсальні збірні пристосування; контактний тиск; напружено-деформований стан

**Н. Н. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, М. А. БОНДАРЕНКО, М. С. САВЕРСКАЯ, Н. А. ТКАЧУК,
Д. А. ТЕСЛЯ**

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ УНИВЕРСАЛЬНО-СБОРНЫХ ПРИСПОСОБЛЕНИЙ

В производстве широко применяются универсальные сборные приспособления. Эти приспособления определяют производительность и качество технологических операций на металлорежущих станках. Для обеспечения прочности и жесткости таких приспособлений осуществлены численные и экспериментальные исследования сборок из комплектов универсальных сборных приспособлений. Для моделирования микромеханических свойств слоя шероховатости между контактными элементами размещены упругие прокладки. В ходе исследований установлены закономерности деформирования приспособлений с учетом контактного взаимодействия с базовыми плитами. Для определения распределения контактного давления применены чувствительные к давлению пленки. Определены условия, при которых осуществляется изменение условий деформирования сборных приспособлений. Также определены условия сопряжения элементов приспособлений с базовой плитой.

Ключевые слова: расчетно-экспериментальное исследование; контактное взаимодействие; универсальные сборные приспособления; контактное давление; напряженно-деформированное состояние

**M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, M. BONDARENKO, M. SAVERSKA, M. TKACHUK, D. TESLIA
CALCULATION AND EXPERIMENTAL RESEARCH OF CONTACT INTERACTION
OF UNIVERSAL-ASSEMBLIES DEVICES ELEMENTS**

Universal assemblies are widely used in manufacture. These devices determine the performance and quality of technological operations in metal-cutting machines. To ensure the strength and rigidity of such devices, numerical and experimental studies have been carried out for assemblies from a set of universal prefabricated devices. To simulate the micromechanical properties of the roughness layer, elastic pads are placed between the contact elements. In the course of the research the laws of deformation of adaptations were established taking into account the contact interaction with base plates. Pressure sensitive films are used to determine the distribution of contact pressure. The conditions are determined when the deformation conditions of prefabricated devices are changed. Also conditions were defined for devices elements combination with the base plate.

Keywords: calculation and experimental research; contact interaction; universal assemblies; contact pressure; stress-strain state.

Вступ. У сучасних умовах різко зростають вимоги до властивостей технологічного оснащення. Це зумовлено тим, що саме оснащення визначає продуктивність та точність виконання технологічних операцій. Крім того, важливим є економічний аспект. Цей аспект вимагає застосування переналагоджувального оснащення, яке перенацілюється на виготовлення тієї чи іншої деталі залежно від виробничої програми. Відповідно, застосовуються різні види оснащення [1]. Серед їх різноманіття особливе місце займають універсальні збірні пристосування (УЗП). Вони передбачають формування складань УЗП із комплекту стандартизованих елементів (базуючих, фіксуючих, базових тощо) [1]. До цих пристосувань, як і до інших, ставляться вимоги міцності та жорсткості. Це напряму пов'язане із продуктивністю та якістю виконання технологічних операцій на металорізальних верстатах. Враховуючи, що складання УЗП є системою великої кількості елементів, які перебувають між собою у контактній взаємодії, то визначальним чинником є характер формування цих систем. Крім того, слід урахувати також і характеристики проміжних шор-

стких шарів, які впливають, наприклад, із мікромеханічних властивостей шорсткості контактуючих елементів УЗП.

Натепер відсутнє вирішення всього комплексу проблем, які постали перед наукою та виробництвом із напрямку аналізу властивостей пристосувань УЗП у широкому діапазоні конструктивних, технологічних параметрів та технологічних режимів оброблення матеріалів. Відповідно, формується актуальна проблема з точки зору дослідження деформування складань УЗП при дії сил різання матеріалу та сил закріплення.

Мета роботи – розрахунково-експериментальне дослідження деформування складань УЗП з урахуванням контактної взаємодії їх елементів.

Аналіз сучасного стану методів аналізу контактної взаємодії елементів механічних систем.

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, М. О. Бондаренко, М. С. Саверська, М. А. Ткачук, Д. О. Тесля, 2019

Для аналізу контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій залучаються різноманітні підходи, моделі та методи. Серед них значну роль відіграють методи скінченних та граничних елементів (МСЕ та МГЕ) [2–8].

Для моделювання властивостей проміжних шарів, у тому числі – шарів шорсткості, використовуються різноманітні моделі, описані у роботах [9–18]. Урахування контактної взаємодії здійснюється на основі підходів теорії варіаційних нерівностей, методу граничних інтегральних рівнянь, варіаційних принципів типу Калькера тощо [19–22].

Поєднання можливостей перелічених підходів, моделей та методів дає можливість здійснювати широкий спектр досліджень контактної взаємодії елементів конструкцій, у тому числі – технологічного оснащення, включно із складаннями УЗП. Разом із тим, пряме механічне їх застосування не завжди є ефективним як із точки зору адекватності моделей, так і оперативності досліджень, точності результатів та обґрунтованості розроблених рекомендацій. Так, у низці перелічених вище робіт [6–21] не враховуються різні чинники, зокрема, властивості проміжних шарів (у тому числі – нелінійні). Також у окремих випадках універсальні моделі та методи призводять до громіздких чисельних реалізацій. З іншого боку, використання їх спрощених альтернатив може призвести до суттєвих похибок.

Таким чином, є потреба у розробці нових підходів, моделей та методів до дослідження деформування складних багатокомпонентних механічних систем із урахуванням контактної взаємодії. Крім того, потрібні відповідні експериментальні дослідження.

У роботі такі дослідження, що базуються на роз-

виту запропонованих раніше підходів [3–5, 22], описані на прикладі складання УЗП.

Чисельні дослідження контактної взаємодії елементів універсально-збірних пристосувань.

Універсально-збірні пристосування мають у своєму комплекті набір базових (плит) та базуючих (наприклад, призми) елементів. Складання УЗП – це верстатне пристосування, що оперативно збирається для закріплення та базування у процесі обробки на верстаті тієї чи іншої деталі. Після виготовлення партії деталей складання УЗП розбирається, а його елементи можуть бути використані повторно.

Враховуючи, що базові та базуючі елементи складання УЗП є достатньо жорсткими та міцними, а при цьому у них є багато контактних зон, то, природно, виникає проблема визначення вкладу контактних спряжень у забезпечення жорсткості, точності та працездатності складання УЗП. Аналіз поведінки елементів складання УЗП і складає мету та зміст досліджень, описаних нижче.

Як приклад складання УЗП розглядалися їх варіанти I і II збірної конструкції із призматичною та циліндричною шпонками (рис. 1, 2). При цьому болти призми затягуються крутним моментом M_3 , а між призмами (див. рис. 1) діє розпірна сила Q . Ставиться задача визначити розподіл контактних зусиль у спряженнях «призма – базова плита» та вплив контактної жорсткості на неї, а також на зміщення та деформування елементів збірки. Момент M варіювався в інтервалі $0 \div 150$ Н·м, сила – Q $0 \div 4$ кН.

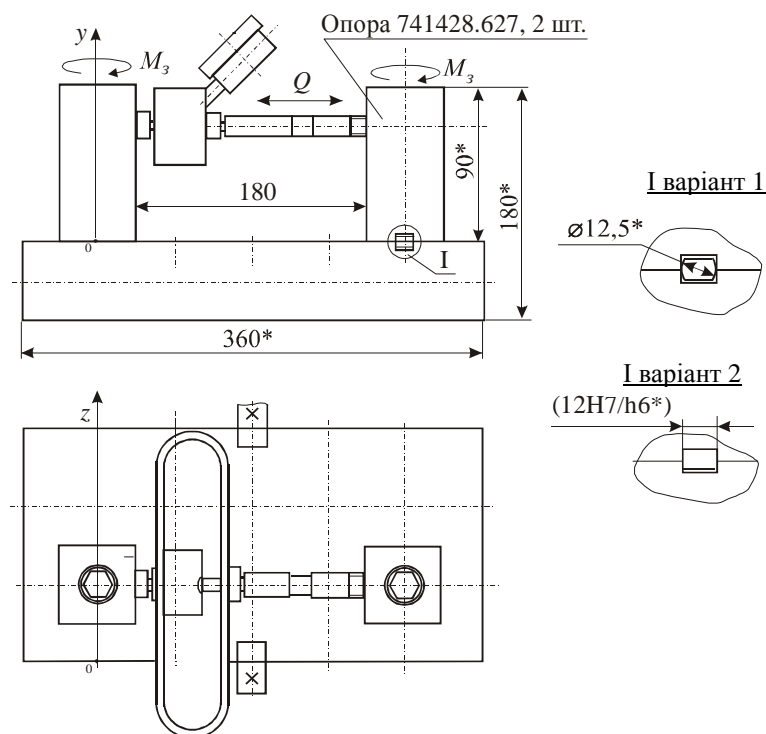


Рисунок 1 – Компонівка УЗП (варіант I)

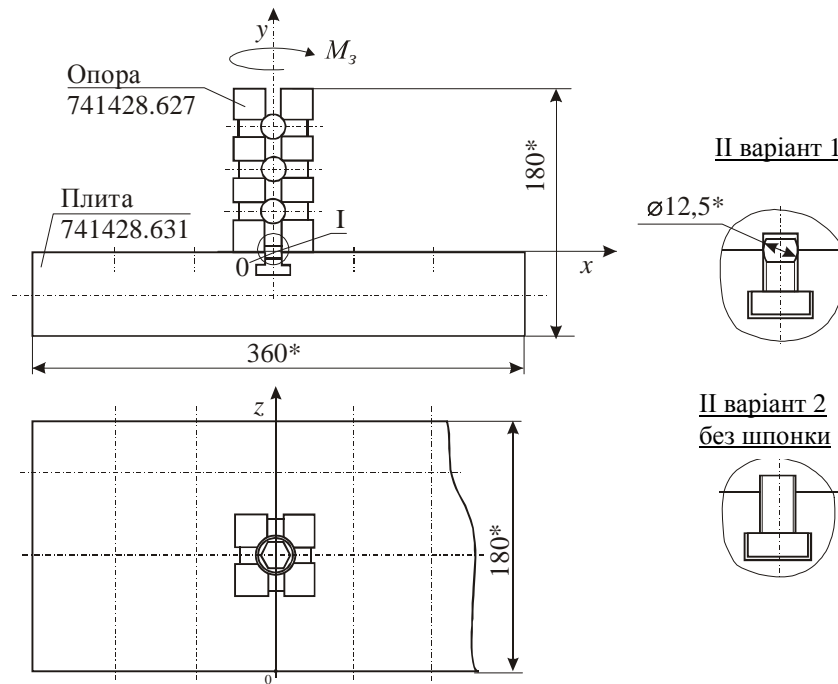


Рисунок 2 – Компонівка УЗП (варіант II)

Для визначення властивостей просторових конструкцій із комплексу УЗП було промодельовано найпростіше складання, яке зображене на рис. 3. Між призми та плитами УЗП задана контактна взаємодія (рис. 4), яка промодельована в МСЕ контактною парою (див. рис. 4, а). Крім того, у скінченно-елементній моделі присутній болт, який попередньо затягується зусиллям 2 кН. Між плитою УЗП та стійкою встановлюється прокладка товщиною 1 мм, у якій варіюється модуль пружності: E , $E/10$, $E/100$, $E/1000$ від номіналу $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па. На призму діє горизонтальна сила $F = 4$ кН. На підшві плити задане закріплення. В силу симетрії розглядається 1/2 частина системи.

На рис. 5 та у табл. 1–4 наведені картини розподілу контактної тиску при варіюванні модуля пружності проміжного шару та діючої сили, а також розподіли повних переміщень та інтенсивності напружень за Мізесом.

Видно, що ключову роль у дослідженій системі відіграє співвідношення сил попереднього затягування болта та горизонтальної зрушувальної сили.

Якщо зовнішня сила порівняно мала, то розкриття стику у болтовому з'єднанні не відбувається. Із зростанням цієї сили зростає нерівномірність розподілу контактної тиску, його максимум зміщується до дальнього ребра призми. За деякого рівня цієї сили відбувається відрив призми від плити. При цьому контактний тиск на значній частині підшви призми відсутній. Також слід відзначити, що чим менший модуль пружності проміжного шару, тим більш рівномірно розподіляється контактний тиск.

Відмічені особливості зміни контактних областей та контактної тиску відображають природні функціональні призначення: складання УЗП має забезпечувати базування деталей, які закріплюються та обробляються на металорізальних верстатах. Для надійного закріплення деталей, як видно із наведених результатів, необхідно прикладати таку силу затягування болтів, яка унеможливіє відрив призми від базової плити.

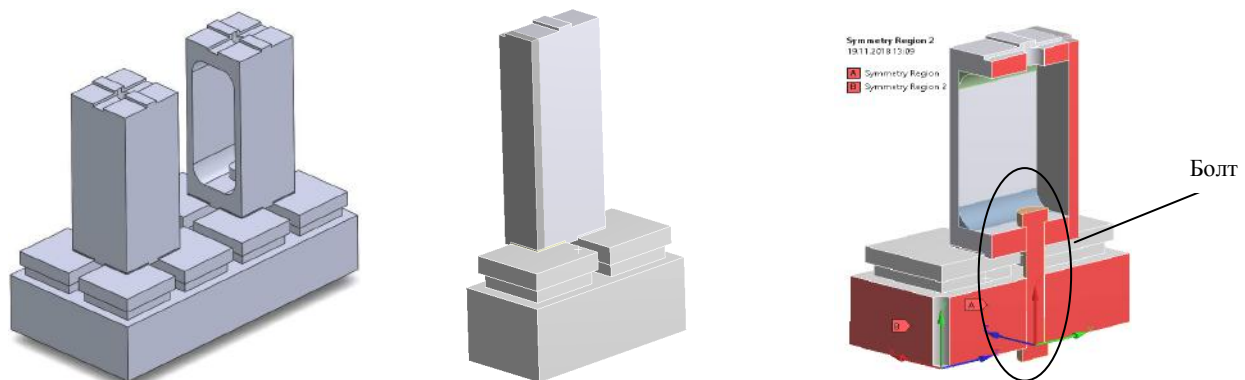


Рисунок 3 – Геометрична модель компонентів УЗП

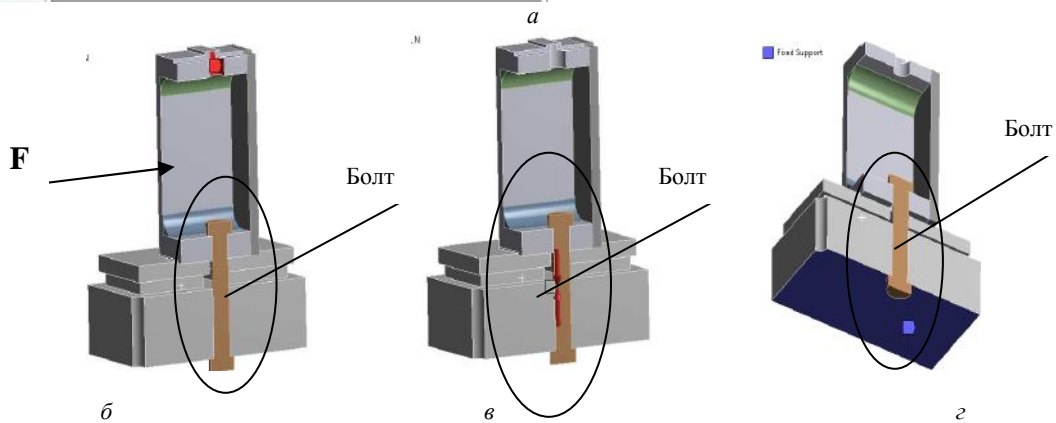
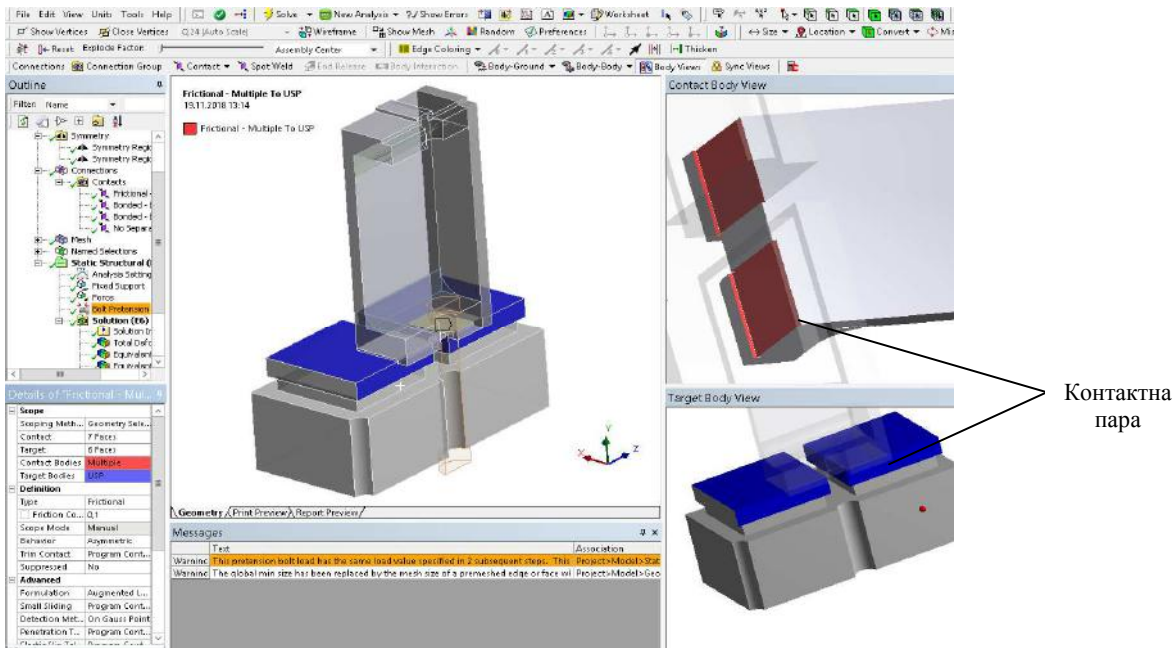


Рисунок 4 – Контактна взаємодія: а – моделювання контактної взаємодії; б – навантаження; в – дії болтового з’єднання; г – закріплення елементів УЗП у складанні

Таблиця 1 – Картини розподілу контактної тиску (МПа) за варіювання модуля пружності від базового значення E до $10^{-3}E$ ($F = 4$ кН)

Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактної тиску (МПа)	Розподіл контактної тиску (МПа)
E	<p>139,8 Max</p> <p>124,27 108,73 93,2 77,666 62,133 46,6 31,067 15,533</p> <p>0 Min</p>	
$E/10$	<p>213,18 M</p> <p>189,49 165,8 142,12 118,43 94,745 71,059 47,373 23,686</p> <p>0 Min</p>	
$E/100$	<p>194,23 Max</p> <p>172,65 151,07 129,49 107,9 86,323 64,743 43,162 21,581</p> <p>0 Min</p>	

Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактного тиску (МПа)	Розподіл контактного тиску (МПа)
$E/1000$	<p>84,304 Max</p> <p>74,937 65,57 56,202 46,835 37,468 28,101 18,734 9,3671 0 Min</p>	

Таблиця 2 – Картини розподілу контактного тиску (МПа) за варіювання модуля пружності від базового значення E до $10^{-3}E$ ($F = 2$ кН)

Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактного тиску (МПа)	Розподіл контактного тиску (МПа)	Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактного тиску (МПа)	Розподіл контактного тиску (МПа)
E	<p>24,435 Max</p> <p>21,72 19,005 16,29 13,575 10,86 8,145 5,43 2,715 0 Min</p>		$E/10$	<p>21,234 Max</p> <p>18,875 16,516 14,156 11,797 9,4375 7,0782 4,7188 2,3594 0 Min</p>	
$E/100$	<p>28,392 Max</p> <p>25,237 22,082 18,928 15,773 12,618 9,4638 6,3092 3,1546 0 Min</p>		$E/1000$	<p>24,57 Max</p> <p>21,84 19,11 16,38 13,65 10,92 8,1902 5,4601 2,7301 0 Min</p>	


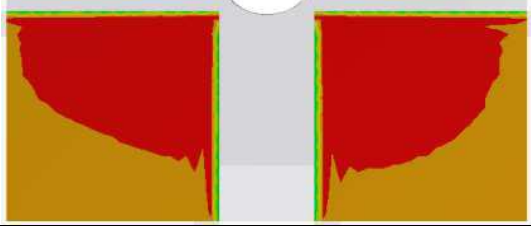
Таблиця 3 – Картини розподілу контактного тиску (МПа) за варіювання модуля пружності від базового значення E до $10^{-3}E$ ($F = 20$ Н)

Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактного тиску (МПа)	Розподіл контактного тиску (МПа)
E	<p>4,0354 Max</p> <p>3,5942 3,1529 2,7116 2,2704 1,8291 1,3879 0,9466 0,50534 0,06408 Min</p>	

Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактного тиску (МПа)	Розподіл контактного тиску (МПа)
$E/10$	<p>4,0201 Max</p> <p>3,5764 3,1327 2,689 2,2453 1,8016 1,3579 0,91421 0,47052</p> <p>0,026825 Min</p>	
$E/100$	<p>4,0206 Max</p> <p>3,5767 3,1329 2,689 2,2451 1,8012 1,3573 0,9134 0,46951</p> <p>0,025615 Min</p>	
$E/1000$	<p>4,1077 Max</p> <p>3,6542 3,2008 2,7473 2,2938 1,8404 1,3869 0,93345 0,47998</p> <p>0,026523 Min</p>	

Таблиця 4 – Картини розподілу контактного тиску (МПа) за варіювання модуля пружності від базового значення E до $10^{-3}E$ ($F = 0$ кН)

Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактного тиску (МПа)	Розподіл контактного тиску (МПа)
E	<p>3,795 Max</p> <p>3,375 2,9549 2,5349 2,1149 1,6948 1,2748 0,85477 0,43473</p> <p>0,014697 Min</p>	
$E/10$	<p>3,5845 Max</p> <p>3,1862 2,7879 2,3896 1,9914 1,5931 1,1948 0,79655 0,39827</p> <p>0 Min</p>	
$E/100$	<p>3,6052 Max</p> <p>3,2047 2,8041 2,4035 2,0029 1,6023 1,2017 0,80117 0,40058</p> <p>0 Min</p>	

Варіювання модуля пружності	Значення розподілу контактної тиску (МПа)	Розподіл контактної тиску (МПа)
$E/1000$	<p>3,7068 Max</p> <p>3,2949 2,883 2,4712 2,0593 1,6474 1,2356 0,82372 0,41186 0 Min</p> 	

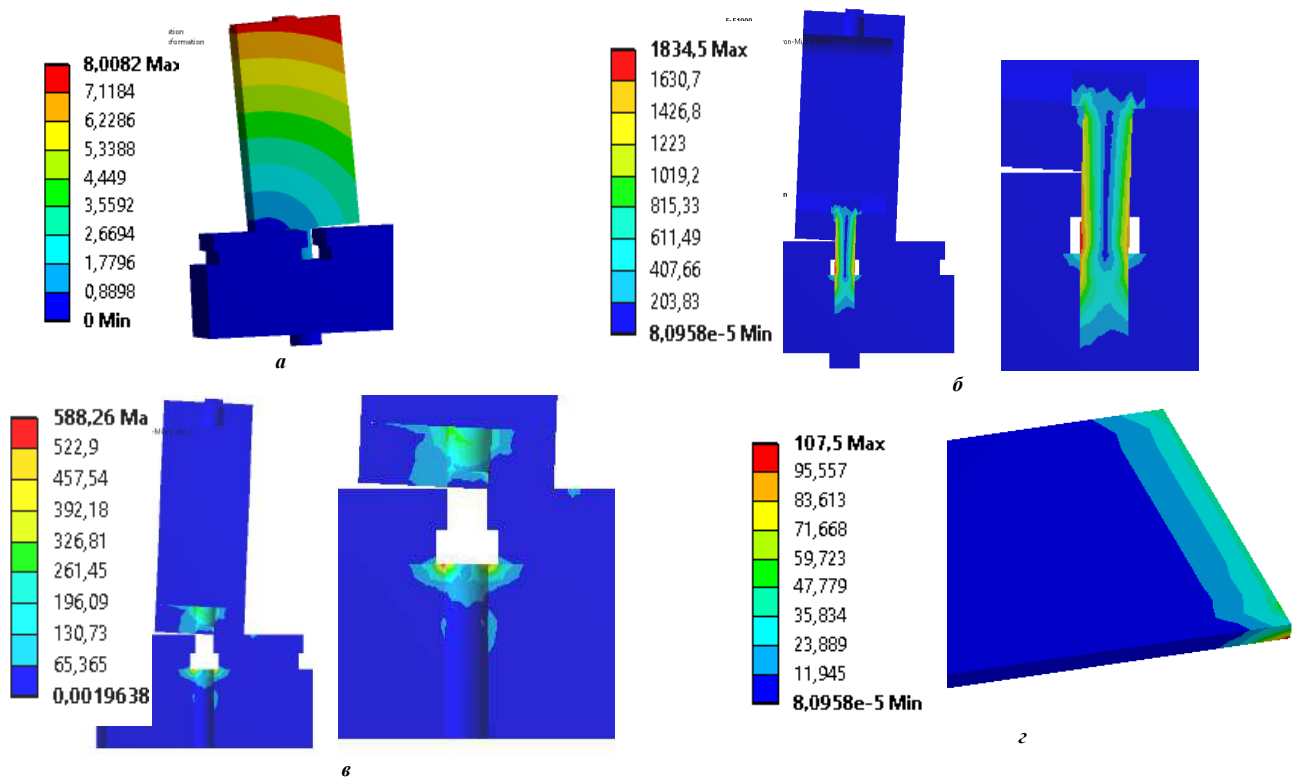


Рисунок 5 – Картини розподілів повних переміщень, мм (а), інтенсивності напружень за Мізесом (б), (в), МПа, та контактної тиску (МПа) у спряженні призми із базовою плитою (г)

Отримані результати використані для порівняння із даними експериментальних досліджень, які наведені далі.

Експериментальне дослідження контактної взаємодії елементів універсально-збірних пристосувань. Для експериментального аналізу контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій були обрані об'єкти, що частково відповідають тим, які досліджені чисельно. Усі ці об'єкти мають або складну форму поверхню сполучених елементів, або збурення цієї форми чи властивостей проміжного контактної шару чинить суттєвий вплив на контактну взаємодію, а, відповідно, – й на працездатність виробів.

У процесі дослідження контактної взаємодії елементів УЗП (рис. 6) визначався розподіл контактної

тиску між призмою та базовою плитою. Як і у ході чисельних досліджень (див. вище), призми притягувалися до базової плити відповідними болтами. Між призмою та плитою у варіанті 1 (див. рис. 6) не було ніякого проміжного шару, а у варіанті 2 – гумовий шар товщиною 1 мм (див. рис. 6). На площині з'єднання «призма–плита» визначався розподіл контактної тиску за допомогою чутливих до тиску півок.

На рис. 7 наведені контактні відбитки та розподіли контактної тиску, одержані у ході розшифровок. Видно, що наявність пружного проміжного шару згладжує розподіл контактної тиску, знижуючи його рівень. Це відповідає одержаним чисельним результатам.



Рисунок 6 – Експериментальні дослідження елементів УЗП: робочі моменти випробувань контактної взаємодії призм УЗП із базовою плитою

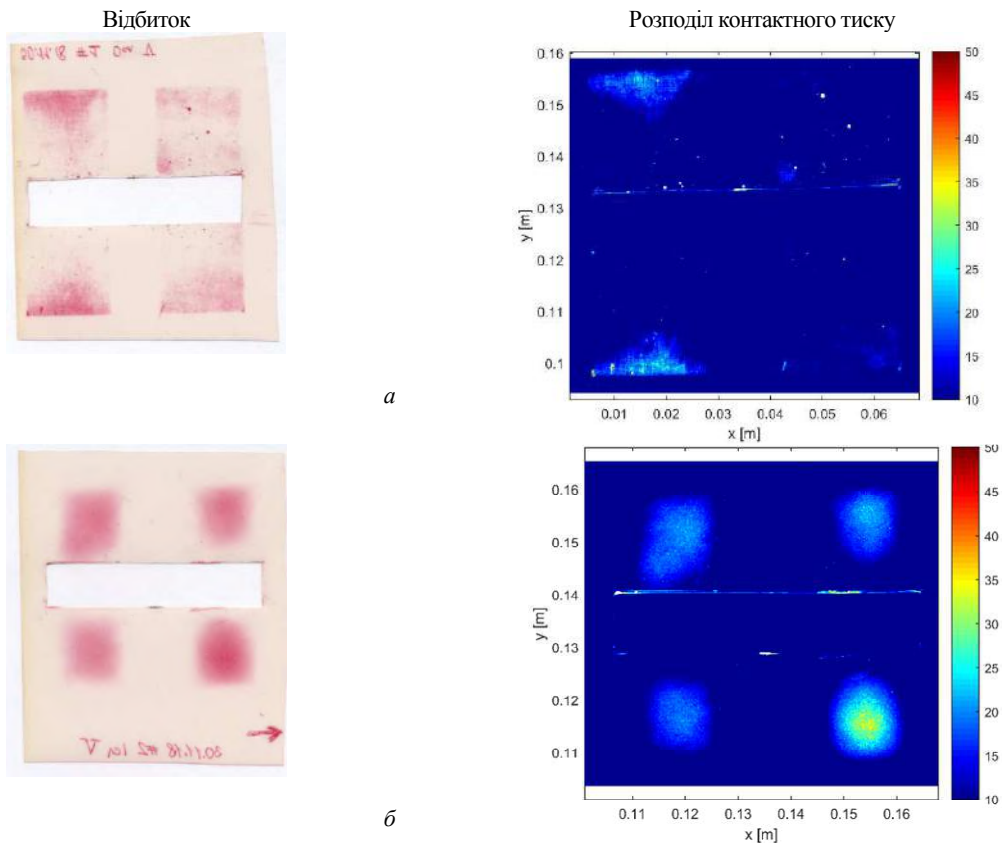


Рисунок 7 – Контактні відбитки та розподіли контактного тиску між призмою та базовою плитою УЗП під дією тільки зусилля закріплення болтів: *a* – варіант 1; *б* – варіант 2

Також визначено розподіл контактного тиску під дією розпираючого зусилля на збірку УЗП (ті ж варіанти 1 та 2 – без та із гумовим проміжним шаром). На

рис. 8 – результати досліджень. Як видно, для цих розподілів властиві ті ж тенденції, що і для випадку дії тільки зусиль закріплення від болтів.

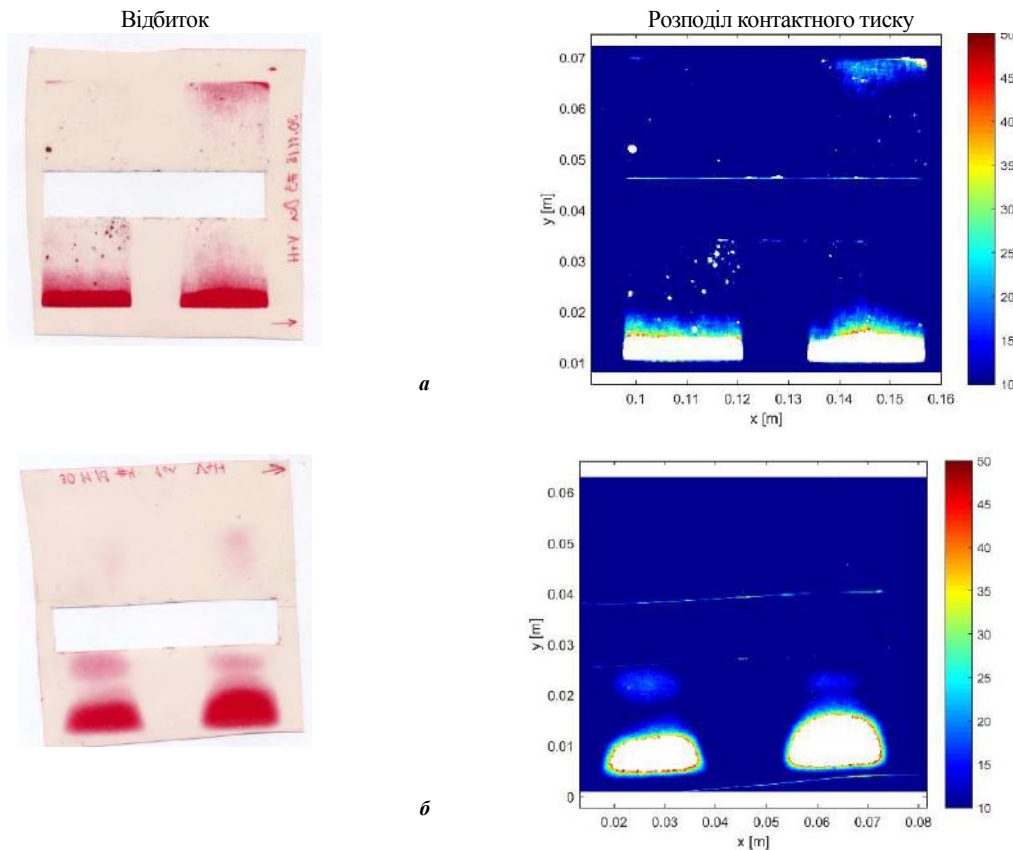


Рисунок 8 – Контактні відбитки та розподіли контактної тиску між призмою та базовою плитою УЗП під дією тільки зусилля закріплення болтів та сил розпирання: а – варіант 1; б – варіант 2

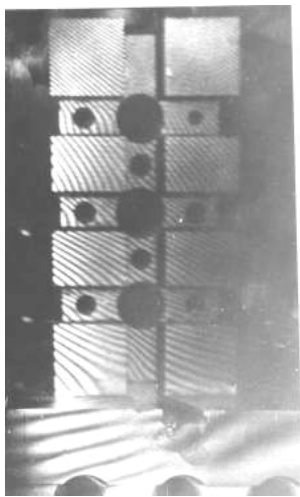


Рисунок 9 – Голографічна інтерферограма компонування з фіксацією опори циліндричною шпонкою (вигляд збоку)

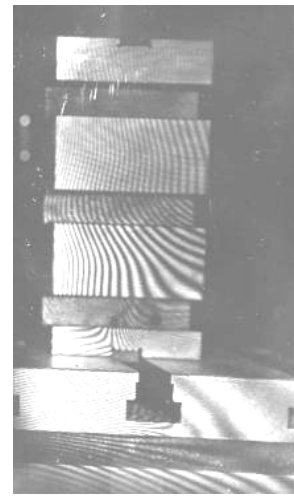


Рисунок 10 – Голографічна інтерферограма компонування з фіксацією опори звичайною призматичною шпонкою (вигляд збоку)

Крім того, було здійснено голографічне дослідження двох вказаних варіантів при перепаді моментів затягування $\Delta M_3 = 100 \text{ Нм} \pm 10 \text{ Нм}$.

На рис. 9–12 наведені голографічні інтерферограми, що характеризують геометричні зміни, які сталися з компонуваннями у процесі затягування. Голографування здійснювалося при освітленні об'єкту гелій–неоновим лазером ЛГН–215 із довжиною хвилі 0,63 мкм.

Друге компонування складається з базової плити

і двох опорних елементів, закріплених за допомогою болтового з'єднання моментом затягування 150 Н·м. Досліджуваний опорний елемент фіксується в одному варіанті циліндричною шпонкою (рис. 13), в іншому – звичайною призматичною (рис. 14). Зовнішнім навантаженням служить розпираюча сила Q . Голографічні дослідження цих двох варіантів були проведені при перепаді розпираючих зусиль $\Delta P = (7,5 \text{ кН} \pm 6,3 \text{ кН}) = 1,2 \text{ кН}$

(рис. 15, 16).

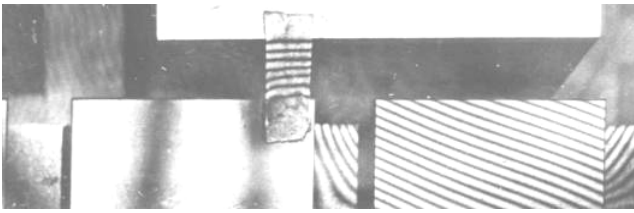


Рисунок 11 – Голографічна інтерферограма базової плити при перепаді моментів затягування $\Delta M_z = 100 \text{ Нм} \pm 10 \text{ Нм}$ з фіксацією опори звичайною призматичною шпонкою

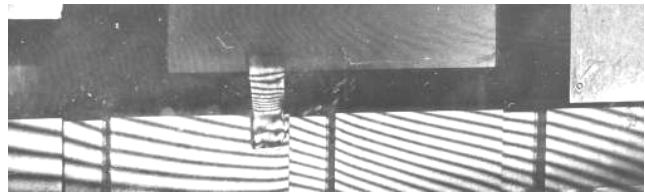


Рисунок 12 – Голографічна інтерферограма базової плити при перепаді моментів затягування $\Delta M_z = 100 \text{ Нм} \pm 10 \text{ Нм}$ з фіксацією опори циліндричною шпонкою

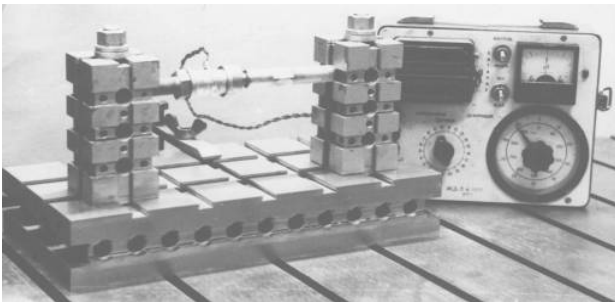


Рисунок 13 – Компонування, що складається з базової плити і двох опорних елементів з фіксацією опор циліндричними шпонками

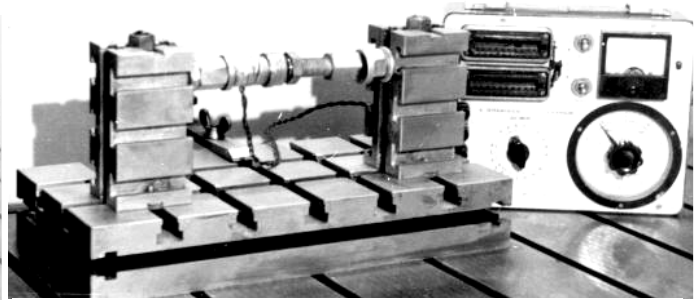


Рисунок 14 – Компонування, що складається з базової плити і двох опорних елементів з фіксацією опор призматичними шпонками

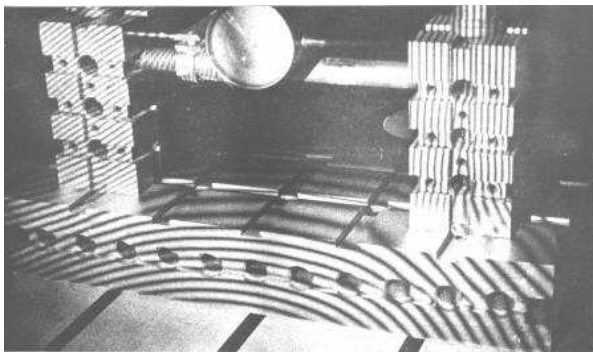


Рисунок 15 – Голографічна інтерферограма компоненту з фіксацією опор циліндричними шпонками при перепаді зусилля 1,2 кН

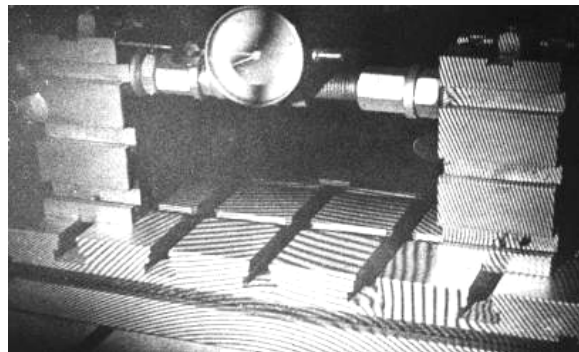


Рисунок 16 – Голографічна інтерферограма компоненту з фіксацією опор звичайними призматичними шпонками при перепаді зусилля 1,2 кН

У результаті виконання спекл-голографічних досліджень компонентів УЗП продемонстровано, що діапазон величин вимірюваних переміщень будь-яких точок, що лежать на поверхні конструкції, складає $0,5 \div 100 \text{ мкм}$; домінуючі переміщення точок призвиклиані зміщенням їх як жорсткого тіла, це видно за характером інтерференційної картини смуг на голограмі; максимальні переміщення верхньої частини опори при перепаді моменту затягування від $0 \div 100 \text{ Нм}$ складають 24 мкм для опори з фіксацією призматичними шпонками і 16 мкм для опори з фіксацією циліндричними шпонками; максимальні прогини базових плит при перепаді розпираючого зусилля $\Delta P = 1,20 \text{ кН}$ складають 32 мкм для опори з фіксацією призматичними шпонками і 10 мкм для опори з фіксацією циліндричними шпонками; здійснені експериментальні дослідження дають змогу зробити висно-

вок, що при фіксації опор циліндричними шпонками жорсткість компонентів у 2–3 рази більша, ніж при фіксації компонентів звичайними призматичними шпонками. Обидва види розглянутих компонентів працездатні у широкому діапазоні навантажень, що прикладаються, забезпечуючи при цьому необхідну жорсткість зібраних конструкцій; здійснені дослідження уможливають обчислювати жорсткість складань як функцію того чи іншого конструктивного рішення і виду організації сполучення; окремим питанням при цьому є характер умов сполучення на границях призма-плита і плита-основа (див. рис. 19, 20); неспівпадіння картин смуг у цих сполученнях свідчить про їхнє відносне зміщення, а наклейка гумових «містків» дає змогу кількісно оцінити ці зміщення.

Висновки. У роботі запропоновані та підтвер-

джені методи досліджень контактної взаємодії багатокомпонентних механічних систем на прикладі УЗП. При цьому одержані наступні результати та установлені певні закономірності.

1. Розроблені чисельні моделі для аналізу контактної взаємодії елементів багатокомпонентних механічних систем на прикладі УЗП. На відміну від традиційних, у цих моделях враховані варійовані фізико-механічні властивості проміжних шарів між контактуючими елементами.

2. Установлено, що для певного рівня навантажень на складання УЗП відбувається така перебудова розподілу контактного тиску, яка призводить до зміни характеру деформування пристосування. У цей момент розпочинається розкриття стику між контактуючими елементами. Цей процес, як правило, також супроводжується суттєвим зниженням рівня жорсткісних характеристик. Це стає на перепоні інтенсифікації режимів оброблення деталей та досягнення якості оброблення поверхонь. Крім того, можуть виникати небажані динамічні процеси у системі «пристосування – деталь – інструмент – верстат».

3. Експериментальні дослідження підтверджують якісний характер деформування складань УЗП та кількісні його характеристики. Зокрема, підтверджено можливість розкриття зазору у стикових з'єднаннях призм та базових плит УЗП. Також виявлена нерівномірність розподілу контактного тиску між призмами та базовими плитами навіть при дії тільки зусиль у болтових з'єднаннях. Крім того, при дії сил, які моделюють технологічні зусилля, відбувається перерозподіл контактного тиску. Це призводить до зміщення максимального рівня тиску до зовнішньої кромки призми (відносно напрямку дії збурювальної сили). На додаток, одержано підтвердження тієї закономірності, що переміщення призм набагато вищі, ніж у базових плит. Переважно це переміщення, які викликані зміщенням та поворотом призм як жорстких тіл. Разом із тим суттєве значення має контактна взаємодія (тобто, наприклад, деформування поверхневого проміжного шорсткого шару). Це змушує звернути увагу на аналіз впливу контактної взаємодії на міцнісні та жорсткісні властивості складань УЗП як яскравих представників систем із множинним контактним з'єднанням великої кількості елементів.

Запропоновані підходи, розроблені моделі та методи, а також установлені закономірності є відправними при подальших дослідженнях подібних об'єктів.

Список літератури

1. Артемов И. В., Барчан Е. Н., Глинин Г. П., Пеклич М. М., Роменский В. И., Ткачук Н. А. К вопросу об интеграции систем автоматизированного проектирования, технологической подготовки производства и управления предприятием. *Вестник НТУ ХПИ. Тем. выпуск „Машиноведение и САПР“*. 2005. №60. С. 9-29.
2. Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
3. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no 3/7(93), pp. 34–41.
4. Tkachuk M. M., Skripchenko N., Tkachuk M. A., Grabovskiy A. V. Numerical Methods for Contact Analysis of

Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no 5/7(95), pp. 22–31.

5. Atroshenko O., Tkachuk M., Martynenko O., Tkachuk M., Saverska M., Hrechka I., Khovansky S. The study of multi-component loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019, no. 1/ 7 (97), pp. 15–25.
6. Крауч С., Старфилд А. *Методы граничных элементов в механике твердого тела*. Москва: Мир, 1987. 328 с.
7. Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 518 p.
8. Simo J. C., Wriggers P. A., Taylor R. L. A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985, Vol. 50, pp.163–180.
9. Аргатов И. И., Дмитриев Н. Н. *Основы теории упругого дискретного контакта*. Санкт-Петербург: Политехника, 2003. 233 с.
10. Ciavarella M. Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015. Vol. 104. pp. 104–111.
11. Ciavarella M., Murolo G., Demelio G., Barber JR. Elastic contact stiffness and contact resistance for the weierstrass profile. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2004, vol. 52(6), pp. 1247–1265.
12. Ciavarella M., Murolo G., Demelio G. On the elastic contact of rough surfaces: Numerical experiments and comparisons with recent theories. *Wear*. 2006, vol. 261, pp. 1102–1113.
13. Greenwood J. A., Tripp J. H. The elastic contact of rough spheres. *Journal of Applied Mechanics*. 1967, vol. 34, pp. 153–159.
14. Pohrt R., Popov V. L. Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behaviour. *Advances in Tribology*, 2013.
15. Pastewka L., Robbins M. O., Persson Bo NJ. Finite-size scaling in the interfacial stiffness of rough elastic contacts. *Physical Review E Staff*. 2013, vol. 87(6), pp. 062809.
16. Slobodyan B. S., [..], Martynyak R. M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *Journal of Mathematical Sciences*. 2016, vol. 215(1), pp. 110–112.
17. Pastewka and Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*. 2016, vol. 108(22), pp. 221601.
18. Джонсон К. *Механика контактного взаимодействия*. М.: Мир. 1989. 510 с.
19. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977, vol. 20, pp. 199–221.
20. Hlavacek I., Haslinger J., Necas J. [and oth.]. *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York: Springer-Verlag, 1988. 327 p.
21. Vollebregt E.A.H. 100-fold speed-up of the normal contact problem and other recent developments in "CONTACT". *Proceedings of the 9th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems. China*. 2012, vol. 201–209.
22. Ткачук Н. Н. *Контактное взаимодействие сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: монография. 2-е изд., перераб. и доп.* Харьков: ФОП Панов А.Н., 2019. 188 с.

References (transliterated):

1. Artemov I. V., Barchan E. N., Glinin G. P., Peklich M. M., Romenskij V. I., Tkachuk N. A. K voprosu ob integracii sistem avtomatizirovannogo proektirovanija, tehnologicheskoi podgotovki proizvodstva i upravlenija predpriatiem [On the question of the integration of computer-aided design, technological preparation of production and enterprise management]. *Vestnik NTU KhPI. Tem. vypusk „Mashinovedenie i SAPR“*. 2005, no. 60, pp. 9-29.
2. Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7th ed. Oxford, Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
3. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no 3/7(93), pp. 34–41.
4. Tkachuk M. M., Skripchenko N., Tkachuk M. A.,

- Grabovskiy A. V. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 5/7(95), pp. 22–31.
5. Atroschenko O., Tkachuk M., Martynenko O., Tkachuk M., Saverska M., Hrechka I., Khovansky S. The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019, no. 1/7 (97), pp. 15–25.
 6. Krauch S., Starfild A. *Metody granichnyh jelementov v mehanike tverdogo tela* [Methods of boundary elements in solid mechanics]. Moscow, Mir, 1987. 328 p.
 7. Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag, 2006. 518 p.
 8. Simo J. C., Wriggers P. A., Taylor R. L. A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985, Vol. 50, pp.163–180.
 9. Argatov I. I., Dmitriev N. N. *Osnovy teorii uprugogo diskretnogo kontakta* [Fundamentals of the theory of elastic discrete contact]. Sankt-Peterburg, Politehnika, 2003. 233 p.
 10. Ciavarella M. Adhesive rough contacts near complete contact. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2015, Vol. 104, pp. 104–111.
 11. Ciavarella M., Murolo G., Demelio G., Barber JR. Elastic contact stiffness and contact resistance for the weierstrass profile. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2004, vol. 52(6), pp. 1247–1265.
 12. Ciavarella M., Murolo G., Demelio G. On the elastic contact of rough surfaces: *Numerical experiments and comparisons with recent theories*. *Wear*. 2006, vol. 261, pp. 1102–1113.
 13. Greenwood J. A., Tripp J. H. The elastic contact of rough spheres. *Journal of Applied Mechanics*. 1967, vol. 34, pp. 153–159.
 14. Pohrt R., Popov V. L. Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behaviour. *Advances in Tribology*, 2013.
 15. Pastewka L., Robbins M. O., Persson Bo NJ. Finite-size scaling in the interfacial stiffness of rough elastic contacts. *Physical Review E Staff*. 2013, vol. 87(6), pp. 062809.
 16. Slobodyan B. S., [...], Martynyak R. M. Modeling of Contact Interaction of Periodically Textured Bodies with Regard for Frictional Slip. *Journal of Mathematical Sciences*. 2016, vol. 215(1), pp. 110–112.
 17. Pastewka and Mark O Robbins. Contact area of rough spheres: Large scale simulations and simple scaling laws. *Applied Physics Letters*. 2016, vol. 108(22), pp. 221601.
 18. Dzhonson K. *Mehanika kontaktного vzaimodejstviya* [Contact mechanics]. Moscow, Mir, 1989. 510 p.
 19. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977, vol. 20, pp. 199–221.
 20. Hlavacek I., Haslinger J., Necas J. [and oth.]. *Solution of Variational Inequalities in Mechanics*. Berlin, New York, Springer-Verlag, 1988. 327 p.
 21. Vollebregt E.A.H. 100-fold speed-up of the normal contact problem and other recent developments in "CONTACT". *Proceedings of the 9th International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems. China*. 2012, vol. 96, pp. 201–209.
 22. Tkachuk N. N. *Kontaktne vzaimodejstvie slozhnoprofil'nyh jelementov mashinostroitel'nyh konstrukcij s kinematesheski sopryazhennymi poverhnostjami : monografija. 2-e izd., pererab. i dop.* Khar'kov : FOP Panov A.N., 2019. 188 p.

Поступила (received) 08.06.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola) – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", старший науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org

Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович) – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

Бондаренко Марина Олександрівна (Бондаренко Марина Александровна, Bondarenko Maryna) – кандидат технічних наук (PhD.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1856-3648>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: mrina.bondarenko@tmm-sapr.org.

Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

Саверська Марія Сергіївна (Саверская Мария Сергеевна, Saverska Mariia) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: m.saverska@tmm-sapr.org

Тесля Дмитро Олександрович (Тесля Дмитрий Александрович, Teslia Dmytro) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; e-mail: tma@tmm-sapr.org.