

*О. В. БАШТА, П. Л. НОСКО, Г. О. БОЙКО, В. Б. МЕЛЬНИК, А. О. БАШТА*

## **ВИЗНАЧЕННЯ ВТРАТ ПОТУЖНОСТІ ВНАСЛІДОК ПЕРІОДИЧНОГО СТИСKANНЯ-РОЗШИРЕННЯ МАСТИЛО-ПОВІТРЯНОЇ СУМІШІ МІЖ ЗУБЦЯМИ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС. ЧАСТИНА 1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ**

При одночасному контакті двох пар зубців між їхніми активними профілями утворюється замкнений об'єм мастило-повітряної суміші. Процес зменшення цього об'єму призводить до виникнення такого негативного явища, як періодичне стиснення і розширення масляно-повітряної суміші в об'ємі. За високих швидкостей обертання зубчастих коліс спостерігається різке підвищення тиску масляно-повітряної суміші і, як наслідок, виникнення додаткової вібрації зубчастої передачі. Швидкість витікання мастило-повітряної суміші може досягати швидкості звуку, що спричиняє додатковий шум під час експлуатації зубчастої передачі, а за високих частот обертання в замкненому між зубцями шестерні та колеса просторі виникає гідравлічний удар, результатом якого є кавітація. Представляючи косозубе колесо як сукупність прямозубих коліс, зміщених одне відносно одного в тангенціальному напрямку, математична модель зводиться до опису термодинамічних процесів у послідовних ізольованих порожнинах. Представлено математичну модель періодичного стиснення-розширення масляно-повітряної суміші в замкненому між зубцями просторі, яка враховує площі поперечних перерізів осьових і радіальних потоків мастило-повітряної суміші, тиск навколишнього середовища, замкненого в простір між зубцями, швидкість радіального потоку мастило-повітряної суміші, миттєвий об'єм замкненої між зубцями елементарної порожнини та поточний тиск в  $i$  й порожнині.

**Ключові слова:** втрати потужності, мастило-повітряна суміш, періодичне стиснення-розширення, зубчасті колеса, математична модель, гідродинамічна модель

*O. V. BASHTA, P. L. NOSKO, G. O. BOIKO, V. B. MELNYK, A. O. BASHTA*

## **DETERMINATION OF POWER LOSSES DUE TO PERIODIC COMPRESSION-EXPANSION OF THE OIL-AIR MIXTURE BETWEEN THE TEETH OF GEARS. PART 1. MATHEMATICAL MODEL**

The simultaneous contact of two pairs of teeth between their active profiles creates a closed volume of the oil-air mixture. Reducing this volume leads to the occurrence of such a negative phenomenon as periodic compression and expansion of the oil-air mixture in volume. At high gear rotation speeds, a significant increase in the pressure of the oil-air mixture is observed and, as a result, additional vibration of the gearing occurs. The oil-air mixture outflow rate can reach the speed of sound, which causes additional noise during gear operation, and at high rotational speeds, a hydraulic shock occurs in the space closed between the pinion and gear teeth, resulting in cavitation. By representing the helical gear as a set of spur gears displaced relative to each other in the tangential direction, it simplified the mathematical model to describe thermodynamic processes in a series of isolated cavities. The following variants are considered: a) the first cavity in the direction of engagement is connected to the environment on one side and to the next second cavity on the other side; b) some  $i$ -th cavity is connected to the cavities  $i - 1$  and  $i + 1$ , respectively; c) the edge cavity  $N$  is connected to the previous cavity  $N - 1$  and the environment. Thus, a mathematical model of the periodic compression-expansion of the oil-air mixture in the space closed between the teeth is presented, which considers the cross-sectional areas of the axial and radial flows of the oil-air mixture, the ambient pressure of the space closed between the teeth, the velocity of the radial flow of the oil-air mixture, the instantaneous volume of the elementary cavity closed between the teeth, and the current pressure in the cavity.

**Keywords:** power losses, oil-air mixture, periodic compression-expansion, toothed gears, mathematical model, hydrodynamic model

**Вступ.** Втрати потужності можна умовно розділити [1] на ті, що залежать від переданого навантаження (механічне тертя в зачепленні та підшипниках), і ті, що не залежать від навантаження (аеродинамічний опір, періодичне стиснення та розширення між зубцями) [2–9]. Так, наприклад, автори роботи [3] представляють низку формул, які дозволяють прогнозувати втрати на перемішування мастила для однієї шестерні, характерної для автомобільної трансмісії. Результати ґрунтуються на розмірному аналізі і були експериментально підтверджені в широкому діапазоні швидкостей, геометрій передачі, мастил і глибин занурення. Доведено, що, залежно від напрямку обертання, співставлення індивідуальних втрат шестерні та зубчастого колеса призводить до помилкових значень. Для розширення запропонованої методики було створено випробувальний стенд [4], в який можна вставити кілька рухомих стінок, що дозволяє змінювати радіальні та осьові зазори, тобто відстані між досліджуваною передачею та стінками. В роботі [7] експериментально досліджено незалежні від навантаження (обертів) втрати потужності в коробці передач, що працює в умовах занурення мастила, на прикладі пари косозубих зубчастих коліс автомобільної трансмісії. Розроблено спеціальний редуктор для роботи одного зубчастого колеса або пари зубчастих коліс за зада-

них швидкісних і температурних умов. Матриця випробувань, яка складається з серії дослідів з: (i) одного прямозубого, косозубого зубчастого колеса або диска без зубців та (ii) косозубої пари зубчастих коліс за різних температур, глибин занурення та положень шестерні відносно її сполученого зубчастого колеса. Втрати потужності від окремого зубчастого колеса і пари зубчастих коліс за однакових умов експлуатації порівнюються для кількісної оцінки складових загальних втрат на обертання у вигляді втрат через аеродинамічний опір зубчастих коліс, утворення зазорів у зачепленні, а також через втрати в підшипниках і ущільненнях. В дослідженні [9] представлено порівняльні результати вимірювань втрат потужності при аеродинамічному та гідродинамічному навантаженні зубчастих коліс. Вимірювання проводилися в умовах аеродинамічних втрат (тільки повітря) і гідродинамічних (занурення в масло до певного рівня) для кількісної оцінки втрат потужності, які не залежать від навантаження, серії прямозубих і косозубих зубчастих коліс разом з модельними дисками. З метою кількісної оцінки впливу геометрії зубчастих коліс на втрати на змішування або аеродинамічні втрати для встановлення поча-

© О. В. Башта, П. Л. Носко, Г. О. Бойко,  
В. Б. Мельник, А. О. Башта, 2023

ткового рівня за відсутності корпусу навколо зубчастого колеса, схема випробувань була розроблена для дослідження трьох ключових елементів: (а) вплив втрат на периферії та торцях, (б) вплив зубців зубчастого колеса в порівнянні з беззубим модельним диском, а також основних конструктивних параметрів (модуль зубчастого колеса і кут нахилу зубців), і (в) порівняння втрат потужності на змішування і аеродинамічні втрати, виміряних при однакових параметрах. Також, [10, 11] були проведені вичерпні дослідження різних видів розподілу втрат потужності. Крім того автори [12] дослідили узагальнену методику розрахунку гідродинамічних втрат потужності у високошвидкісних зубчастих передачах та проаналізували втрати потужності внаслідок тертя ковзання і кочення в зубчастому зачепленні [13]. За допомогою CFD (обчислювальної гідродинаміки) та експериментальних вимірювань автори [14, 15] дослідили втрати на перемішування в планетарних редукторах. Для того, щоб зрозуміти вплив різних параметрів, автори [15] виконали початкове моделювання зі спрощеною геометрією, що представляє простий диск, який обертається в повністю заповненому корпусі (вільна поверхня відсутня як в експериментах, так і в підході CFD).

Наразі роботи на тему прогнозування втрат потужності при перекачуванні/витисканні масла поодинокі та спрощені. В роботі [16] запропоновано спрощену гідродинамічну модель для прогнозування втрат потужності через витискання масла в циліндричній зубчастій парі. Ця модель враховує зміну зазору між зубцями, але вона є спрощеною щодо геометрії. Автори [17] запропонували фізичну модель механіки рідини для прогнозування втрат потужності. Ця модель розраховує втрати як суму втрат, пов'язаних із взаємодією окремих зубчастих коліс з рідиною та втрат потужності через перекачування масла через зачеплення зубчастих коліс. Хоча модель призначена для моделювання втрат від перемішування оливи в умовах зануреного змащення, певні її компоненти також можуть застосовуватись до втрат від аеродинамічного опору. Втрати потужності в першій групі моделюються за окремими формулами для сил опору, що створюються рідиною на колесах, яке обертається, вздовж його периферії та торців, а також для вихорів, які утворюються в задинах між сусідніми зубцями [17]. Втрати на перекачування в зачепленні аналітично прогноуються як втрати потужності через витискання мастила внаслідок об'ємного стиснення зазорів між зубчастими колесами при їх обертанні. Модель застосовано до прямозубої пари зубчастих коліс.

**Постановка задачі.** Основною умовою безперервності взаємодії зубів зубчастих передач є двопарне зачеплення – наявність одночасного контакту двох пар зубців, між активними профілями яких утворюється замкнений об'єм мастило-повітряної суміші. Між двома сполученими зубчастими колесами об'єм порожнини між зубцями безперервно змінюється. Процес зменшення замкненого об'єму призводить до виникнення такого негативного явища як періодичне стиснення і розширення [18] мастило-повітряної суміші в цьому об'ємі.

Оскільки коефіцієнт перекриття в зубчастій передачі більший за одиницю, то в момент потрапляння в зачеплення нової пари зубців попередня пара ще не вийшла із зачеплення.

До виходу із зачеплення попередньої пари зубців між точками зачеплення утворюється замкнений у радіальному напрямку об'єм мастило-повітряної суміші, який згодом зменшується. Це призводить до різкого збільшення тиску в цій замкненій порожнині та виштовхування мастило-повітряної суміші в осьовому [18] напрямку (рис. 1). Надалі за різкого збільшення об'єму в просторі між зубцями утворюється розширення, що призводить до різкого падіння тиску нижче атмосферного і, як наслідок, відбувається перетікання рідини з масляної ванни в порожнину між зубцями. Цей процес є циклічним, і, як правило, виникає кілька порожнин, які стискаються одночасно.

Оскільки час, відведений на періодичне стискання-розширення мастило-повітряної суміші дуже невеликий, то описане явище може призводити до великих втрат потужності, значного підвищення температури в просторі між зубцями та надзвукових швидкостей витікання мастило-повітряної суміші в осьовому напрямку.

Використовуючи CFD-модель для прогнозування періодичного стиснення і розширення мастило-повітряної суміші автори [18] підкреслюють, що цей вид втрат зростає зі збільшенням швидкості обертання і знижується з ростом температури. Результати також показують, що для низьких режимів і високих температур цей вид втрат є незначним.

За результатами аналізу досліджень періодичного стиснення і розширення мастило-повітряної суміші (масла) в замкненому між зубцями шестерні та колеса просторі, зроблено такі основні висновки:

- за високих швидкостей обертання зубчастих коліс втрати на періодичне стискання-розширення можна порівняти з втратами на аеродинамічний опір;

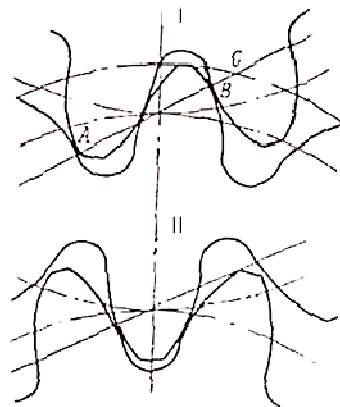


Рисунок 1 – Початок зачеплення (I) та положення мінімального замкненого об'єму (II) при зачепленні без зазорів

- за високих швидкостей обертання зубчастих коліс спостерігається різке підвищення тиску мастило-повітряної суміші (масла) і, як наслідок, виникнення додаткової вібрації зубчастої передачі;

- швидкість витікання мастило–повітряної суміші (масла) в деяких випадках досягає швидкості звуку, що спричиняє додатковий шум під час експлуатації зубчастої передачі;
- за високих частот обертання в замкненому між зубцями шестерні та колеса просторі виникає гідравлічний удар, результатом якого є кавітація;
- переважна більшість проведених досліджень явища періодичного стискання-розширення мастило–повітряної суміші в просторі між зубцями мають теоретичний характер;
- усі наявні у відкритій пресі математичні моделі, що описують явища періодичного стискання-розширення, мають загальну теоретичну базу, закладену Pechersky і Wittbrodt [19].

**Математична модель поведінки мастило–повітряної суміші в замкненому між зубцями просторі.** Розв'язання рівнянь математичних моделей періодичного стискання-розширення масляно-повітряної суміші в замкненому між зубами просторі можливе тільки чисельними методами. Рівняння нерозривності відповідно до рис. 2 представлено у вигляді

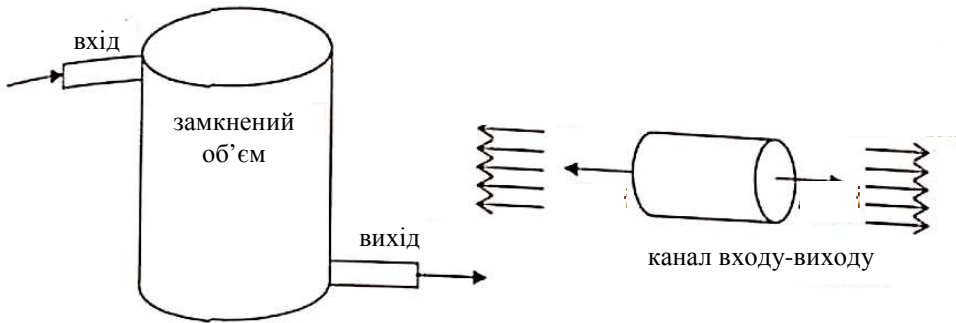


Рисунок 2 – Геометричне представлення замкненого між зубцями коліс об'єму масляно-повітряної суміші

Нехтуючи в'язкісним тертям між поверхнями зубців і мастило–повітряною сумішшю та припускаючи процес стискання-розширення мастило–повітряної суміші в замкненому об'ємі адіабатичним і оборотним, перший закон термодинаміки для відкритих систем набуває такого вигляду

$$\sum_i \left( \frac{u_i^2}{2} + h_i \right) \cdot M_i = 0, \quad (2)$$

де  $u_i$  – швидкість мастило–повітряної суміші в каналі  $i$ , м/с;

$h_i$  – питома ентальпія мастило–повітряної суміші в каналі  $i$ , Дж/кг;

$M_i$  – масова витрата мастило–повітряної суміші через канал  $i$ , кг/с.

У кожен момент часу тиск мастило–повітряної суміші пов'язаний з її густиною рівнянням

$$\frac{dp}{p} = k \frac{d\rho}{\rho}. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \iiint_{\text{volume}} \rho dV &= \sum_{i=1} \iint_{\text{section } i} (\rho_i \bar{u}_i \cdot dS_i \bar{n}_i) = \left( \frac{dm_{\text{sum}}}{dt} \right) = \\ &= \left( \sum_{\text{inp}} M_{\text{inp}} - \sum_{\text{out}} M_{\text{out}} \right) = \\ &= \sum_{\text{inp}} (\rho_{\text{inp}} \bar{u}_{\text{inp}} \cdot dS_{\text{inp}} \bar{n}_{\text{inp}}) - \sum_{\text{out}} (\rho_{\text{out}} \bar{u}_{\text{out}} \cdot dS_{\text{out}} \bar{n}_{\text{out}}), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $m_{\text{sum}}$  – загальна маса системи, кг;

$\rho, \rho_i, \rho_{\text{inp}}, \rho_{\text{out}}$  – густина мастило–повітряної суміші, щільність у довільному перерізі, на вході та на виході простору між зубцями відповідно, кг/м<sup>3</sup>;

$\bar{u}_i, \bar{u}_{\text{inp}}, \bar{u}_{\text{out}}$  – вектори швидкостей у довільному перерізі, на вході та виході з простору між зубцями відповідно, м/с;

$\bar{n}_i, \bar{n}_{\text{inp}}, \bar{n}_{\text{out}}$  – одиничний вектор, нормальний до перерізу потоку в довільному перерізі, на вході та на виході з простору між зубцями відповідно;

$M_{\text{inp}}, M_{\text{out}}$  – масова витрата мастило–повітряної суміші на вході та виході простору між зубцями відповідно.

Для деякої  $i$ ї порожнини рівняння (1) набуде дискретного вигляду

$$\begin{aligned} \rho_i \frac{dV_i}{dt} + V_i \frac{dp_i}{dt} + \alpha \cdot \rho_{i-1} \cdot S_{\alpha, i-1} + \delta \cdot \rho_{i+1} \cdot S_{\alpha, i+1} + \\ + (S_{r, i} + S_{r, i-1}) \cdot u_{r, i} = 0, \end{aligned}$$

після множення отриманого рівняння на  $(1/V_i) \cdot (p_a / p_i)$  і підставляючи (2) отримаємо рівняння для чисельного інтегрування

$$\begin{aligned} \frac{1}{dV_i} \cdot \frac{dV_i}{dt} + \frac{1}{kp_i} \cdot \frac{dp_i}{dt} + \frac{1}{V_i} \cdot \left( \frac{p_a}{p_i} \right) \times \\ \times [a \cdot \rho_{i-1} S_{\alpha, i-1} \cdot u_{\alpha, i-1} + \\ + \delta \cdot \rho_{i+1} S_{\alpha, i+1} \cdot u_{\alpha, i+1} + (S_{r, i+1} + S_{r, i-1}) \cdot u_{r, i}] = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $p_i$  – поточний тиск у  $i$ -й порожнині, Па;

$p_a$  – тиск середовища, замкненого в простір між зубцями, Па;

$S_{\alpha, i-1}, S_{\alpha, i+1}$  – площі поперечних перерізів осевих потоків мастило–повітряної суміші, м<sup>2</sup>;

$S_{r,i}, S_{r,i-1}$  – площі поперечних перерізів радіальних потоків мастило–повітряної суміші, м<sup>2</sup>;

$u_{a,i-1}, u_{a,i+1}$  – швидкості осьових потоків масляно–повітряної суміші, м/с;

$u_{r,i}$  – швидкість радіального потоку мастило–повітряної суміші, м/с;

$V_i$  – миттєвий об'єм елементарної порожнини яка замкнена між зубцями, м<sup>3</sup>;

$\alpha$  – оператор:  $\alpha = 0$ , якщо  $i = 1$ ;

$\alpha = -(p_a / p_i)^{1/k}$ , якщо  $i \neq 1$ ;

$\delta$  – оператор:  $\delta = 1 + (p_a / p_i)^{1/k}$ , якщо  $i = 1$ ;

$\delta = -(p_a / p_i)^{1/k}$ , якщо  $i \neq 1$  и  $N$ ;

$\delta = 1$ , якщо  $i = N$ .

Зв'язок між різними порожнинами описується рівнянням масового балансу між будь-якою парою розглянутих порожнин.

Рівняння (4) є нелінійним диференціальним рівнянням, яке необхідно розв'язати відносно невідомого поточного тиску в  $i$ -й порожнині.

Температуру, густину і масову витрату мастило–повітряної суміші визначали з таких рівнянь:

$$T(t) = T(t - \Delta t) \left[ \frac{p(t - \Delta t)}{p(t)} \right]^{1-k}; \quad (5)$$

$$\rho(t) = \rho(t - \Delta t) \left[ \frac{p(t - \Delta t)}{p(t)} \right]^{\frac{1}{k}}; \quad (6)$$

$$M(t) = \rho(t) \cdot u(t) \cdot S(t). \quad (7)$$

Масову  $M(t)$  витрату через переріз  $S(t)$  на кожному кроці інтегрування порівнювали зі своїм максимальним значенням, яке визначається умовами досягнення швидкості звуку (критичної швидкості):

$$M_{\max(t)} = \frac{1}{R} \cdot \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}} \cdot \sqrt{\frac{2k \cdot R}{k+1}} \cdot \frac{p(t)}{\sqrt{T(t)}} \cdot S(t).$$

Представляючи косозубе колесо як сукупність прямозубих коліс (рис. 3), зміщених одне відносно одного в тангенціальному напрямку, математична модель зводиться до опису термодинамічних процесів у послідовних ізольованих порожнинах.

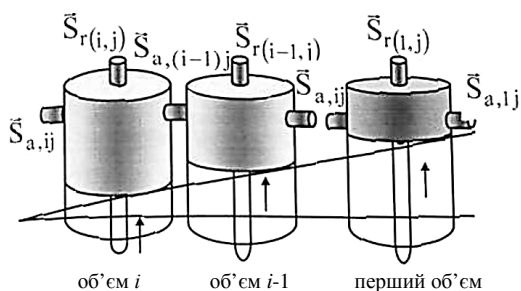


Рисунок 3 – Дискретна гідродинамічна модель зміни об'єму, який замкнений між зубцями

Розглядаються три можливі варіанти:

а) перша порожнина в напрямку зачеплення однією стороною з'єднана з навколишнім середовищем, а другою стороною – з наступною другою порожниною;

б) деяка  $i$ -та порожнина, відповідно з'єднана з порожнинами  $i - 1$  и  $i + 1$ ;

в) крайня порожнина  $N$ , з'єднана з попередньою порожниною  $N - 1$  та навколишнім середовищем.

**Висновки.** Встановлено, що при двопарному зачепленні зубчастих коліс між зубцями утворюється замкнений простір змінного об'єму, в якому за високих швидкостей обертання зубчастих коліс відбувається швидке наростання тиску і швидкість витікання мастило–повітряної суміші із замкненого простору досягає швидкості звуку, що призводить до появи додаткового шуму і кавітації.

Наведено рівняння для визначення температури, щільності та масової витрати мастило–повітряної суміші.

Максимальне значення масової витрати  $M(t)$  через переріз  $S(t)$  визначається умовами досягнення швидкості звуку (критичної швидкості).

Представлено математичну модель періодичного стисання–розширення мастило–повітряної суміші в замкненому між зубцями просторі, яка враховує площі поперечних перерізів осьових і радіальних потоків мастило–повітряної суміші, тиск навколишнього середовища, замкненого в простір між зубцями, швидкість радіального потоку масляно–повітряної суміші, миттєвий об'єм замкненої між зубцями елементарної порожнини та поточний тиск в  $i$  й порожнині.

#### Список літератури

- Niemann G., Winter H. *Maschinenelemente*. 2nd ed. Berlin (in German): Springer; 2003. (Band 2: Getriebeallgemein, Zahnradgetriebe – Grundlagen, Stirnradgetriebe).
- Changenet C., Oviedo-Marlot X., Velex P. Power Loss Predictions in Geared Transmissions Using Thermal Networks-Applications to a Six-Speed Manual Gearbox. *Journal of Mechanical Design*. 2005. Vol. 128(3). Pp. 618-625.
- Changenet C., Velex P. A Model for the Prediction of Churning Losses in Geared Transmissions-Preliminary Results. *Journal of Mechanical Design*. 2006. Vol. 129(1). Pp. 128-33.
- Changenet C., Velex P. Housing Influence on Churning Losses in Geared Transmissions. *Journal of Mechanical Design*. 2008. Vol. 130(6).
- Seetharaman S., Kahraman A., Moorhead MD, Petry-Johnson TT. Oil Churning Power Losses of a Gear Pair: Experiments and Model Validation. *Journal of Tribology*. 2009. Vol. 131(2). Pp. 1-9.
- Zhou X., Walker P., Zhang N., Zhu B., Ruan J. Study of Power Losses in a Two-Speed Dual Clutch Transmission. *SAE Technical Paper Series*. 2014. 1799.
- Polly J., Talbot D., Kahraman A., Singh A., Xu H. An Experimental Investigation of Churning Power Losses of a Gearbox. *Journal of Tribology*. 2018. Vol. 140(3). P. 031102.
- Stavytskyy V., Nosko P., Boyko G., Bashta O., Golovin A., Stebeletska N. Power losses of gear systems. *Problems of friction and wear*. 2017. Vol. 4 (77). Pp. 84-93.
- Handschuh M., Guner A., Kahraman A. An experimental investigation of windage and oil churning power losses of gears and discs. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: *Journal of Engineering Tribology*. 2022. Vol. 237. P. 135065012211043.
- Heingartner P., Mba D. Determination power losses in the helical gear mesh. *Gear technology*. 2005. Vol. 22(5). Pp. 32-37.
- Lechner G., Naunheimer H. *Automotive Transmissions-*

- Fundamentals, Selection, Design and Application*. 1st ed. Berlin: Springer. 1999.
12. Stavytskyi V., Bashta O., Nosko P., Tsybrii Yu. Determination of hydrodynamic power losses in a gearing, *Acta Mechanica et Automatica*. 2022. Vol 16, №1. pp. 1-7.
  13. Башта О., Носко П., Радко О., Герасимова О., Башта А. Дослідження втрат потужності внаслідок тертя ковзання і кочення в зубчастому зацепленні. Огляд. *Проблеми тертя та зношування*. 2020. Т/ 4 (89). С. 47-57.
  14. Concli F., Gorla C. Influence Of Lubricant Temperature, Lubricant Level And Rotational Speed On The Churning Power Loss In An Industrial Planetary Speed Reducer: Computational And Experimental Study. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2013. Vol. 1. 10.2495/CMEM-V1-N4-353-366.
  15. Gorla C., Concli F., Stahl K., Hoehn B.R., Klaus M., Schultheiss H., Stemplinger J.P. CFD Simulations of Splash Losses of a Gearbox. *Advances in Tribology*. 2012. 10.1155/2012/616923.
  16. Strasser D. Einfluss des Zahnflanken- und Zahnkopfspieles auf die Leerlaufverlustleistung von Zahnradgetrieben – Dissertation zur Erlangung del Grades Doktor-Ingenieur. – Bochum. 2005.
  17. Seetharaman S., Kahraman A. Load-Independent Spin Power Losses of a Spur Gear Pair: Model Formulation, *Journal of Tribology APRIL*. 2009. Vol. 131.
  18. Concli F., Gorla C. A CFD analysis of the oil squeezing power losses of a gear pair. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2014. 10.2495/CMEM-V2-N2-157-167.
  19. Pechersky M. J., Wittbrodt M. J. An Analysis of Fluid Flow Between Meshing Spur Gear Teeth, *Proceedings of the ASME Fifth International Power Transmission and Gearing Conference*, Chicago, IL. 1989. pp. 335–342.
  6. Zhou X., Walker P., Zhang N., Zhu B., Ruan J. Study of Power Losses in a Two-Speed Dual Clutch Transmission. *SAE Technical Paper Series*. 2014. 1799.
  7. Polly J., Talbot D., Kahraman A., Singh A., Xu H. An Experimental Investigation of Churning Power Losses of a Gearbox. *Journal of Tribology*. 2018. 140(3). 031102.
  8. Stavytskyi V., Nosko P., Boyko G., Bashta O., Golovin A., Stebeletskaya N. Power losses of gear systems. *Problems of friction and wear*. 2017. 4 (77). pp. 84-93.
  9. Handschuh M., Guner A., Kahraman A. An experimental investigation of windage and oil churning power losses of gears and discs. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2022. 237. 135065012211043.
  10. Heingartner P., Mba D. Determination power losses in the helical gear mesh. *Gear technology*. 2005. 22(5). pp. 32-37.
  11. Lechner G., Naunheimer H. *Automotive Transmissions-Fundamentals, Selection, Design and Application*. 1st ed. Berlin: Springer. 1999.
  12. Stavytskyi V., Bashta O., Nosko P., Tsybrii Yu. Determination of hydrodynamic power losses in a gearing, *Acta Mechanica et Automatica*. 2022. Vol. 16, no. 1, pp. 1-7.
  13. Bashta O., Nosko P., Radko O., Herasymova O., Bashta A. Doslidzhennia vtraty potuzhnosti vnaslidok tertia kovzannia i kochennia v zubchastomu zacheplenni. Ohliad. *Problemy tertia ta znoshuvannia*. 2020. Vol. 4 (89), pp. 47-57.
  14. Concli F., Gorla C. Influence Of Lubricant Temperature, Lubricant Level And Rotational Speed On The Churning Power Loss In An Industrial Planetary Speed Reducer: Computational And Experimental Study. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2013. Vol. 1. 10.2495/CMEM-V1-N4-353-366.
  15. Gorla C., Concli F., Stahl K., Hoehn B.R., Klaus M., Schultheiss H., Stemplinger J.P. CFD Simulations of Splash Losses of a Gearbox. *Advances in Tribology*. 2012. 10.1155/2012/616923.
  16. Strasser D. Einfluss des Zahnflanken- und Zahnkopfspieles auf die Leerlaufverlustleistung von Zahnradgetrieben – Dissertation zur Erlangung del Grades Doktor-Ingenieur. – Bochum. 2005.
  17. Seetharaman S., Kahraman A. Load-Independent Spin Power Losses of a Spur Gear Pair: Model Formulation, *Journal of Tribology APRIL*. 2009. Vol. 131.
  18. Concli F., Gorla C. A CFD analysis of the oil squeezing power losses of a gear pair. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2014. 10.2495/CMEM-V2-N2-157-167.
  19. Pechersky M. J., Wittbrodt M. J. An Analysis of Fluid Flow Between Meshing Spur Gear Teeth, *Proceedings of the ASME Fifth International Power Transmission and Gearing Conference*, Chicago, IL. 1989. pp. 335–342.

#### References (transliterated)

1. Niemann G., Winter H. *Maschinenelemente*. 2nd ed. Berlin (in German): Springer; 2003. (Band 2: Getriebeallgemein, Zahnradgetriebe – Grundlagen, Stirnradgetriebe).
2. Changenet C., Oviedo-Marlot X., Vexlex P. Power Loss Predictions in Gearing Transmissions Using Thermal Networks-Applications to a Six-Speed Manual Gearbox. *Journal of Mechanical Design*. 2005. 128(3). pp. 618-625.
3. Changenet C., Vexlex P. A Model for the Prediction of Churning Losses in Gearing Transmissions—Preliminary Results. *Journal of Mechanical Design*. 2006. 129(1). pp. 128-33.
4. Changenet C., Vexlex P. Housing Influence on Churning Losses in Gearing Transmissions. *Journal of Mechanical Design*. 2008. 130(6).
5. Seetharaman S., Kahraman A., Moorhead MD, Petry-Johnson TT. Oil Churning Power Losses of a Gear Pair: Experiments and Model Validation. *Journal of Tribology*. 2009. 131(2). pp. 1-9.
6. Zhou X., Walker P., Zhang N., Zhu B., Ruan J. Study of Power Losses in a Two-Speed Dual Clutch Transmission. *SAE Technical Paper Series*. 2014. 1799.
7. Polly J., Talbot D., Kahraman A., Singh A., Xu H. An Experimental Investigation of Churning Power Losses of a Gearbox. *Journal of Tribology*. 2018. 140(3). 031102.
8. Stavytskyi V., Nosko P., Boyko G., Bashta O., Golovin A., Stebeletskaya N. Power losses of gear systems. *Problems of friction and wear*. 2017. 4 (77). pp. 84-93.
9. Handschuh M., Guner A., Kahraman A. An experimental investigation of windage and oil churning power losses of gears and discs. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2022. 237. 135065012211043.
10. Heingartner P., Mba D. Determination power losses in the helical gear mesh. *Gear technology*. 2005. 22(5). pp. 32-37.
11. Lechner G., Naunheimer H. *Automotive Transmissions-Fundamentals, Selection, Design and Application*. 1st ed. Berlin: Springer. 1999.
12. Stavytskyi V., Bashta O., Nosko P., Tsybrii Yu. Determination of hydrodynamic power losses in a gearing, *Acta Mechanica et Automatica*. 2022. Vol. 16, no. 1, pp. 1-7.
13. Bashta O., Nosko P., Radko O., Herasymova O., Bashta A. Doslidzhennia vtraty potuzhnosti vnaslidok tertia kovzannia i kochennia v zubchastomu zacheplenni. Ohliad. *Problemy tertia ta znoshuvannia*. 2020. Vol. 4 (89), pp. 47-57.
14. Concli F., Gorla C. Influence Of Lubricant Temperature, Lubricant Level And Rotational Speed On The Churning Power Loss In An Industrial Planetary Speed Reducer: Computational And Experimental Study. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2013. Vol. 1. 10.2495/CMEM-V1-N4-353-366.
15. Gorla C., Concli F., Stahl K., Hoehn B.R., Klaus M., Schultheiss H., Stemplinger J.P. CFD Simulations of Splash Losses of a Gearbox. *Advances in Tribology*. 2012. 10.1155/2012/616923.
16. Strasser D. Einfluss des Zahnflanken- und Zahnkopfspieles auf die Leerlaufverlustleistung von Zahnradgetrieben – Dissertation zur Erlangung del Grades Doktor-Ingenieur. – Bochum. 2005.
17. Seetharaman S., Kahraman A. Load-Independent Spin Power Losses of a Spur Gear Pair: Model Formulation, *Journal of Tribology APRIL*. 2009. Vol. 131.
18. Concli F., Gorla C. A CFD analysis of the oil squeezing power losses of a gear pair. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2014. 10.2495/CMEM-V2-N2-157-167.
19. Pechersky M. J., Wittbrodt M. J. An Analysis of Fluid Flow Between Meshing Spur Gear Teeth, *Proceedings of the ASME Fifth International Power Transmission and Gearing Conference*, Chicago, IL. 1989. pp. 335–342.

Надійшло (received) 28.06.2023

#### Відомості про авторів / About the Authors

**Башта Олександр Васильович / Bashta Oleksandr** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, Національний авіаційний університет, доцент кафедри прикладної механіки та інженерії матеріалів; м. Київ, Україна; <https://orcid.org/0000-0001-7914-897X>; e-mail: [oleksandr.bashta@npp.nau.edu.ua](mailto:oleksandr.bashta@npp.nau.edu.ua)

**Носко Павло Леонідович / Nosko Pavlo** – доктор технічних наук (Dr. habil. of Eng. S.), професор, Національний авіаційний університет, професор кафедри прикладної механіки та інженерії матеріалів; м. Київ, Україна; <https://orcid.org/0000-0003-4792-6460>; e-mail: [nosko\\_p@ukr.net](mailto:nosko_p@ukr.net)

**Бойко Григорій Олексійович / Boiko Grygorii** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), професор, Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, доцент кафедри залізничного, автомобільного транспорту та підйомно-транспортних машин; м. Київ, Україна; <https://orcid.org/0000-0001-5065-3200>; e-mail: [ednil-uni@ukr.net](mailto:ednil-uni@ukr.net)

**Мельник Володимир Борисович / Melnyk Volodymyr** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, Національний авіаційний університет, доцент кафедри прикладної механіки та інженерії матеріалів; м. Київ, Україна; <https://orcid.org/0000-0003-4379-654X>; e-mail: [volodymyr.melnyk@npp.nau.edu.ua](mailto:volodymyr.melnyk@npp.nau.edu.ua)

**Башта Алла Олексіївна / Bashta Alla** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, Національний університет харчових технологій, доцент кафедри технології оздоровчих продуктів; м. Київ, Україна; <https://orcid.org/0000-0003-0310-3788>; e-mail: [alla.sher.b@gmail.com](mailto:alla.sher.b@gmail.com)