

**Н.Ю. ЛАМНАУЕР**, канд. техн. наук, доц., УПА, Харків

## **ЗАГАЛЬНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛУ ЛІНІЙНИХ РОЗМІРІВ ДЕТАЛЕЙ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ПОЛІПШЕННЯ ЯКОСТІ ВИРОБІВ МАШИНОБУДУВАННЯ**

Запропоновано загальну модель розподілу лінійних розмірів виробів та знайдені оцінки її параметрів, з використанням якої вирішуються задачі прогнозування та контролю якості технологічного процесу обробки та оптимальної настройки верстату.

**Ключові слова:** якість, точність, лінійний розмір, технологічний процес.

**Вступ.** Підвищення якості виробів машинобудування є головною задачею розвинутої країни. Точність лінійного розміру деталей машин є основним показником їхньої якості. Питання отримання якісних деталей за цим показником дуже актуальне. Тому постає задача прогнозування та контролю точності виготовлення виробів. Для вирішення задачі необхідно мати адекватну модель розподілу лінійних розмірів і оцінки цієї моделі.

**Аналіз останніх досліджень.** Аналіз досліджень довів, що розподіл розмірів виробів не є симетричним відносно середнього значення [1]. Тому не може бути застосований нормальний закон для розподілів розмірів, тим більш, *зрізаний*, який потребує введення додаткових *параметрів урізання* [2].

Не використання параметрів урізання може призвести до невірних результатів, особливо якщо для оцінок застосовуються *порядкові статистики* [3].

Масові випробування при правильній технології виготовлення виробів (точіння валу) не довели існування мультимодального розподілу розмірів. Вони показують, що розподіл розмірів не є симетричним та має одну моду.

Багатовершинність чи багатомодальність свідчить про існування процесу з декількома домінуючими факторами, тобто існує неоднорідність множини значень величини, що досліджується. Для правильної технології виготовлення виробів отримання емпіричної багатовершинності у гістограмах пов'язано з неоптимальним розбиттям на інтервали або малій кількості вимірювань. Композиція законів розподілів випадкової величини розмірів, яка застосовується в роботах [4], веде, в основному, до констант коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, що робить ці закони не загальними.

**Постановка задачі.** Випадкова величина розсіювання розмірів має свій закон розподілу для кожного виду технології обробки на конкретному верстаті з однаковими параметрами установки та налагодження. Тому для побу-

дови моделей розмірів виробів необхідна узагальнена модель цих розмірів, яка повністю вміщує можливу область квадрату асиметрії та ексцесу. А також стає необхідним для застосування цієї моделі знайти найкращі оцінки її параметрів. Це дасть можливість використовувати її для вирішення задач прогнозування та контролю якості обробки виробів машинобудування.

**Математична модель.** Функцію щільності  $f(x)$  для випадкових величин розміру  $X$  виробів пропонується визначати у вигляді [5]:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ при } x \notin (b, c); \\ (1+k)/(c-b) \left[ 1 - ((x-a)/(b-a))^{1/k} \right], & \text{ при } x \in [b, a]; \\ (1+k)/(c-b) \left[ 1 - ((x-a)/(c-a))^{1/k} \right], & \text{ при } x \in (a, c], \end{cases} \quad (1)$$

де  $a$  – модальне значення;  $b$  – нижня межа та  $c$  – верхня межа розміру;  $k$  – параметр форми розмірів.

Визначена функція розподілу розмірів  $F(x)$  :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ при } x \leq b; \\ \left\{ x - b + k(x-a) \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{b-a} \right)^{1/k} \right] \right\} / (c-b), & \text{ при } b < x \leq a; \\ \left\{ x - b + k(x-a) \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{c-a} \right)^{1/k} \right] \right\} / (c-b), & \text{ при } a < x \leq c; \\ 1 & , \text{ при } x > c. \end{cases} \quad (2)$$

Для оцінки параметрів даної моделі та для того, щоб центральні моменти виражалися через теоретичний розмах  $c-b$ , визначимо модальне значення параметру  $a$  через безрозмірну величину, співвідношення  $q$  ділення відрізку величиною  $c-b$ , де  $q = (a-b)/(c-a)$ .

Звідси отримаємо

$$a = (b+cq)/(1+q). \quad (3)$$

В цьому випадку маємо:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(1+k) \left[ 1 - \left( \frac{x-b+q(x-c)}{q(b-c)} \right)^{1/k} \right]}{c-b}, & \text{ при } b \leq x \leq \frac{b+qc}{1+q}; \\ \frac{(1+k) \left[ 1 - \left( \frac{b-x+q(c-x)}{b-c} \right)^{1/k} \right]}{c-b}, & \text{ при } \frac{b+qc}{1+q} < x \leq c, \end{cases} \quad (4)$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{k \left[ \frac{b-x+q(c-x)}{q(c-b)} \right]^{1/k} (b+qc-x-xq)}{(1+q)(c-b)} + \\ + \frac{[(1+q)(x-b+kx)-k(b+qc)]}{(1+q)(c-b)}, & \text{при } b \leq x \leq \frac{b+qc}{1+q}; \\ \frac{k \left[ \frac{b-x+q(c-x)}{c-b} \right]^{1/k} (b+qc-x-xq)}{(1+q)(c-b)} + \\ + \frac{[(1+q)(x-b+kx)-k(b+qc)]}{(1+q)(c-b)}, & \text{при } \frac{b+qc}{1+q} < x \leq c. \end{cases} \quad (5)$$

В точці модального значення  $F(a) = \frac{q}{1+q}$ .

Математичне очікування  $M(X)$  випадкової величини  $X$  має вигляд:

$$M(X) = \frac{3kb + kbq + b + bq + 3kqc + kc + c + qc}{2(1+q)(2k+1)}. \quad (6)$$

Різниця  $M(X) - a$  визначається виразом

$$M(X) - a = ((c-b)(1-q)(1+k)) / (2(1+q)(2k+1)). \quad (7)$$

Дисперсія випадкової величини розміру для моделі (4) має вигляд

$$D(X) = \frac{(c-b)^2 (k+1)(2k^2q + 7k^2 + 7k^2q^2 + (4k+1)(q+1)^2)}{12(2k+1)^2(1+q)^2(3k+1)}. \quad (8)$$

Для цієї моделі квадрат асиметрії є функцією двох змінних та має вигляд

$$\beta_1^2 = \mu_3^2 / \mu_2^3, \text{ де } \mu_k - \text{центральний момент } k\text{-того порядку,}$$

$$\beta_1^2 = 108(4k^2q^2 - 4k^2 + 4k^2q^3 - 4k^2q + 3kq^3 + 7kq^2 - 3k - 7kq - 1 - q + q^2 + q^3)^2 k^4 (3k+1) / ((k+1)(2k^2q + 7k^2 + 7k^2q^2 + 4k + 8kq + 4kq^2 + 1 + 2q + q^2)^3 (4k+1)^2),$$

а ексцес визначається за формулою:  $\beta_2 = \mu_4 / \mu_2^2$ , тобто

$$\beta_2 = 9(3k+1)(1+90kq^2 + 60kq + 1184k^3q^3 + 368k^2q + 1011k^5 + 572k^6 + 813k^4 + 4q^3 + 366k^3 + 6q^2 + 102k^2 + q^4 + 532k^2q^2 + 1184k^3q + 1636k^3q^2 + 1932k^4q + 1932k^4q^3 + 2958k^4q^2 + 102k^2q^4 + 1684k^5q + 1011k^5q^4 + 366k^3q^4 + 572k^6q^4 + 528k^6q^3 + 528k^6q + 813k^4q^4 + 60kq^3 + 368k^2q^3 + 1684k^5q^3 + 2546k^5q^2 + 872k^6q^2 + 4q + 15k + 15kq^4) / (5(2k^2q + 7k^2 + 7k^2q^2 + 4k + 8kq + 4kq^2 + 1 + 2q + q^2)^2 (4k+1)(5k+1)(k+1)).$$

Поверхня квадрату асиметрії має вигляд, який надано на рис.1, а поверхня ексцесу – на рис.2.

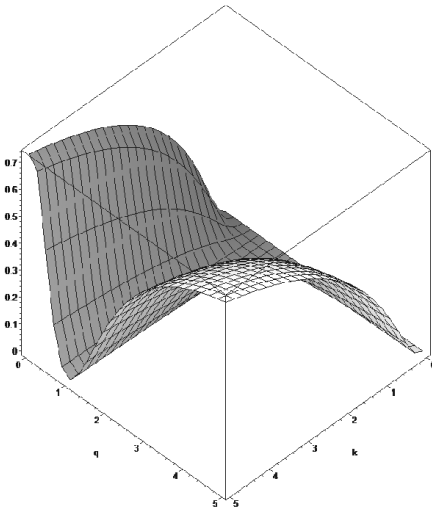


Рис. 1. – Поверхня квадрату асиметрії при  $0,001 \leq k \leq 5$  та  $0,001 \leq q \leq 5$ .

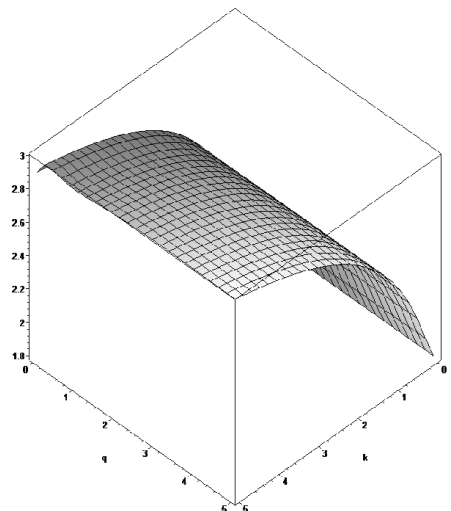


Рис. 2. – Поверхня ексцесу при  $0,001 \leq k \leq 5$  та  $0,001 \leq q \leq 5$ .

Аналіз даної моделі показав, що такі характеристики, як квадрат асиметрії  $\beta_1^2$  та ексцес  $\beta_2$ , повністю утворюють таку ж площину, як і *криві Пірсона*, що мають різні розподіли. Звідси випливає, що побудована модель розподілу розмірів є загальною моделлю розмірів виробів, яку необхідно застосовувати для кожного верстату та технології виготовлення.

**Оцінки параметрів загальної моделі розмірів.** Модель стає робочою, коли для неї знайдені найкращі оцінки параметрів. Проведений аналіз запропонованої моделі показав, що *метод моментів* для оцінки параметрів моделі розподілу розмірів [5, 6] дає значні помилки в оцінці чотирьох параметрів. Ці помилки пов'язані з оцінками високих порядків для центральних моментів розподілу. Тому виникла задача знаходження найкращих оцінок параметрів даної моделі.

В роботі [7] запропоновано метод визначення двох параметрів з використанням порядкових статистик [3]. Даний метод застосовано на рекурентному співвідношенні між математичним очікуванням порядкових статистик вибірки об'єму  $n$ .

В новому методі математичне очікування порядкових статистик вибірки об'єму  $n$  замінимо на значення порядкової статистики. Два параметри розподілу визначаються із системи рівнянь

$$\begin{cases} \mu_{1:2} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=0}^{n-2} (n-1-i)x_{(i+1)}, \\ \mu_{2:2} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=0}^{n-2} (1+i)x_{(i+2)}, \end{cases} \quad (9)$$

де  $x_{(i)}$  –  $i$ -та порядкова статистика вибірки об'єму  $n$ ;  $\mu_{1:2}$ ,  $\mu_{2:2}$  – математичні очікування порядкових статистик вибірки об'єму два.

В нашому випадку

$$\mu_{2:2} = 2 \int_b^a x f_1(x) F_1(x) dx + 2 \int_a^c x f_2(x) F_2(x) dx, \quad (10)$$

$$\mu_{1:2} = 2 \int_b^a x f_1(x) [1 - F_1(x)] dx + 2 \int_a^c x f_2(x) [1 - F_2(x)] dx. \quad (11)$$

Звідси з (10), (11), використовуючи (3), (4), (5), маємо:

$$\mu_{2:2} - a = \frac{(c-b)(k+1)(20k^2 - 7k^2q^2 + 7k^2q + 18k - 9kq^2 + 9kq + 4 - 2q^2 + 2q)}{3(1+3k)(2k+1)(2+3k)(1+q)^2},$$

$$\mu_{1:2} - a = \frac{(k+1)(c-b)(7k^2 - 7k^2q - 20k^2q^2 - 9kq + 9k - 18kq^2 + 2 - 2q - 4q^2)}{3(3k+1)(2k+1)(3k+2)(1+q)^2}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \mu_{2:2} - \mu_{2:1} = \\ & = \frac{(k+1)(c-b)(9k + 9kq^2 + 13k^2 + 13k^2q^2 + 2 + 2q^2 + 14k^2q + 18kq + 4q)}{3(1+3k)(2k+1)(3k+2)(1+q)^2}, \quad (13) \end{aligned}$$

а різниця з (7) та (12) приймає вигляд:

$$\begin{aligned} M(X) - a - (\mu_{1:2} - a) &= M(X) - \mu_{1:2} = -(c+b)(11k + \\ &+ 2 + 11kq^2 + 2q^2 + 22k^2 + 22k^2q^2 + 13k^3 + 13k^3q^2 + \\ &+ 22kq + 32k^2q + 14k^3q + 4q) / (6(1+3k)(2k+1)(2+3k)(1+q)^2). \end{aligned}$$

Тоді з (13), (12) та (8) вирази

$$(\mu_{2:2} - \mu_{1:2})^2 / D(X) \text{ та } (M(X) - \mu_{1:2})^2 / D(X)$$

є функціями двох змінних  $k$ ,  $q$  та їхню оцінку можна знайти із розв'язання системи рівнянь:

$$\begin{cases} RD3 = 4(2 + 2q^2 + 9k + 9kq^2 + 13k^2 + 13k^2q^2 + 14k^2q + 18kq + 4q)^2 (k+1) / (3(7k^2 + \\ + 2k^2q + 7k^2q^2 + 4k + 4kq^2 + 8kq + 1 + 2q + q^2)(1+q)^2(2+3k)^2(1+3k)); \\ RD2 = (2 + 2q^2 + 9k + 9kq^2 + 13k^2 + 13k^2q^2 + 14k^2q + 18kq + 4q)(11k + 2 + 11kq^2 + \\ + 2q^2 + 22k^2 + 22k^2q^2 + 13k^3 + 13k^3q^2 + 22kq + 32k^2q + 14k^3q + 4q) / (3(7k^2 + \\ + 2k^2q + 7k^2q^2 + 4k + 4kq^2 + 8kq + 1 + 2q + q^2)(1+q)^2(2+3k)^2(1+3k)), \end{cases}$$

де  $RD3 = (\tilde{\mu}_{2:2} - \tilde{\mu}_{1:2})^2 / S^2(X)$  та  $RD2 = (\bar{x} - \tilde{\mu}_{1:2})^2 / S^2(X)$ , при цьому оцінки  $\tilde{\mu}_{1:2}, \tilde{\mu}_{2:2}$  – математичні очікування порядкових статистик вибірки об'єму два, беруться із системи (5), а

$$\bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i \text{ – вибіркоче середнє та } S^2 = 1/(n-1) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

– виправлена вибіркоче дисперсія. Дана система розв'язується в системі Maple, а її розв'язок може дати оцінки параметрів  $k, q$ .

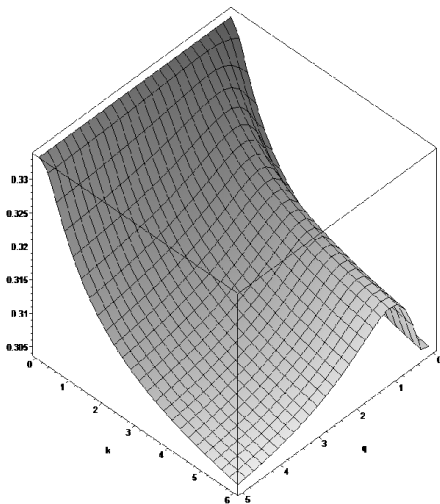


Рис. 3. – Поверхня RD3 при параметрах  $0 \leq k \leq 6$  і  $0 \leq q \leq 5$ .

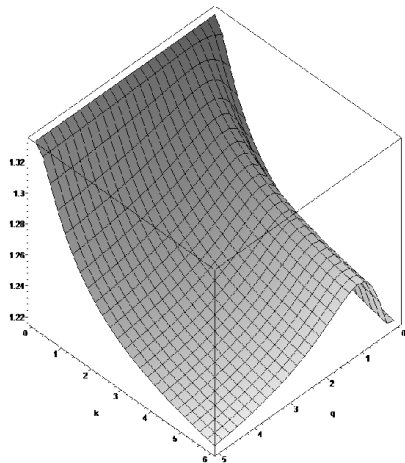


Рис. 4. – Поверхня RD2 при параметрах  $0 \leq k \leq 6$  і  $0 \leq q \leq 5$ .

На рис. 3 представлена поверхня RD3, а на рис. 4 – поверхня RD2. З рисунків видно, що ці поверхні обмежені.

Підставляючи в формулу (6) знайдені  $k$  та  $q$  і замінюючи  $M(X)$  на вибіркоче середнє  $\bar{x}$ , одержуємо рівняння відносно параметрів  $c$  і  $b$ . Аналогічно, замінюючи в формулі (8) знайдені  $k$  та  $q$ , а також замінюючи  $D(X)$  на виправлену вибіркочову дисперсію  $S^2$ , одержуємо рівняння відносно параметрів  $c$  та  $b$ .

Статистичне моделювання показало, що запропоновані оцінки більш наближені до оцінюваних параметрів та мають дисперсію меншу, ніж оцінки параметрів моделі (1), одержані в [6] *методом моментів*.

**Визначення якості налагодження верстату для виготовлення виробу.** Будь-яка технологічна система виготовлення виробу повинна забезпечувати його якість. Одним з основних показників якості виробу є одержаний розмір виробу, що знаходиться або не знаходиться в полі допуску. Поле допуску  $T$  розміру деталі, на який робиться настроєння, дорівнює різниці верхнього  $es$  і нижнього  $is$  граничних відхилень:  $T = es - is$ . Якщо поле допусків задається, то поле розсіювання знаходиться з проведених досліджень. Поле розсіювання  $2\Delta = c - b$  знаходиться через оцінки параметрів моделі (1) за результатами досліджень. Оцінки  $b$  і  $c$  визначають місце знаходження відносно заданих значень  $es$  й  $is$ . Якщо виріб бракований, тоді  $c - b > T$ . Нехай інтервал  $T \subseteq 2\Delta$ , тоді є усунений та не усунений брак, а модальне значення  $a \in T$ . Знайдемо ймовірність попадання розміру виробу в інтервал  $(z, z+T)$  за умови, що модальне значення  $a$  лежить в полі допуску  $T$  та верхня  $c$  й нижня  $b$  межі виходять за поле допуску. Маємо з знайденої функції розподілу  $F(x)$  (2) ймовірність попадання випадкової величини в інтервал  $(z, z+T)$ .

$$P(z < X < z+T) = \\ = \frac{1}{c-b} \left[ T + k(z+T-a) \left( 1 - \left( \frac{z+T-a}{c-a} \right)^{1/k} \right) - k(z-a) \left( 1 - \left( \frac{z-a}{b-a} \right)^{1/k} \right) \right].$$

Похідна отриманої функції за змінною  $z$  має вигляд

$$\frac{\partial P(z < X < z+T)}{\partial z} = \frac{k+1}{c-b} \left[ \left( \frac{z-a}{b-a} \right)^{1/k} - \left( \frac{z+T-a}{c-a} \right)^{1/k} \right].$$

Звідси максимум ймовірності попадання розміру виробу в інтервал  $(z, z+T)$  дорівнює (при змінній  $z$  незалежно від параметра форми  $k$ )

$$z_{\max} = a - \frac{(a-b)T}{c-b}.$$

Звідси нижня та верхня межі розмірів виробів, де спостерігається максимальна набракована їхня кількість, мають вигляд

$$\varepsilon_n = a - \frac{(a-b)T}{c-b} \quad \text{і} \quad \varepsilon_e = \varepsilon_n + T = a + \frac{(c-a)T}{c-b}. \quad (14)$$

Із (14) середнє значення межі розмірів виробів, де спостерігається максимальна набракована їхня кількість, визначається виразом:

$$\varepsilon_{\text{сред}} = a + \frac{b+c-2a}{2(c-b)}T.$$

Застосовуючи (5) для визначення нижньої та верхньої межі розмірів виробів, де спостерігається максимальна набракована їхня кількість,  $\varepsilon_n$  та  $\varepsilon_e$  мають вигляд:

$$\varepsilon_n = a - \frac{T}{1+q} \quad \text{і} \quad \varepsilon_e = a + \frac{Tq}{1+q}.$$

В цьому випадку середнє значення:

$$\varepsilon_{\text{сред}} = a + \frac{q-1}{q+1} \cdot \frac{T}{2}.$$

Доля виробів, де спостерігається максимальна набракована їхня кількість, складає величину

$$P(\varepsilon_n < X < \varepsilon_e) \cdot 100\% = \frac{T}{c-b} \left[ 1 + k - k \left( \frac{T}{c-b} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \cdot 100\%$$

та не залежить від величини моди  $a$ . Якщо ця доля менша за дану величину, то звідси випливає, що верстат настроєно неправильно.

В окремому випадку, коли мода співпадає з середнім значенням, тобто

$$a = (b+c)/2 \quad \text{чи} \quad q = 1,$$

маємо:

$$\varepsilon_n = a - \frac{T}{2} \quad \text{та} \quad \varepsilon_e = a + \frac{T}{2},$$

що раніше було запропоновано для настроєння станка.

Оскільки сума абсолютних відхилень випадкової величини від медіани є мінімальною величиною [8], то настроєння будь-якого верстату треба проводити на медіанну величину. В нашому випадку ця величина знаходиться з розв'язання рівняння:

$$\left\{ x_m - b + k(x_m - a) \left[ 1 - \left( \frac{x_m - a}{b - a} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \right\} / (c - b) = 0,5 \quad \text{при} \quad b < x_m \leq a$$

чи



$$\left\{ x_m - b + k(x_m - a) \left[ 1 - \left( \frac{x_m - a}{c - a} \right)^{\frac{1}{k}} \right] \right\} / (c - b) = 0,5 \text{ при } a < x_m \leq c.$$

Це рішення знаходиться з отриманих вище оцінок параметрів  $a, b, c$  і  $k$ . Так, наприклад, при  $a = 4$ ,  $b = 2$ ,  $c = 8$  і  $k = 0,5$  маємо  $x_m = 4,67302$  і  $M(X) = 4,75$ .

Розглянемо питання настроення верстату з урахуванням усуненого і не усуненого браку, коли відома ціна втрати кожного з цих браків  $Q_2$  та  $Q_1$ . Нехай доля втрати ціни від усуненого браку  $Q_2/(Q_2+Q_1)$ , а не усуненого  $Q_1/(Q_2+Q_1)$ . Тоді втрата від браку визначається виразом

$$P = \left[ z - b + k(z - a) \left( 1 - \left( \frac{z - a}{b - a} \right)^{1/k} \right) \right] Q_1 / [(c - b)(Q_1 + Q_2)] + \\ + \left[ 1 - \left[ z + T - b + k(z + T - a) \left( 1 - \left( \frac{z + T - a}{c - a} \right)^{1/k} \right) \right] / (c - b) \right] Q_2 / (Q_1 + Q_2).$$

Частинна похідна від втрати браку за невідомою нижньою межею настроення верстату має вигляд:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \left[ Q_1(k+1) \left( 1 - \left( \frac{z - a}{b - a} \right)^{1/k} \right) - Q_2(k+1) \left( 1 - \left( \frac{z + T - a}{c - a} \right)^{1/k} \right) \right] / [(c - b)(Q_1 + Q_2)].$$

Звідси екстремальне значення нижньої межі настроення верстату  $\varepsilon_n$  з мінімальною кількістю браку визначається з рівняння

$$Q_1 \left( 1 - \left( \frac{\varepsilon_n - a}{b - a} \right)^{\frac{1}{k}} \right) = Q_2 \left( 1 - \left( \frac{\varepsilon_n + T - a}{c - a} \right)^{\frac{1}{k}} \right).$$

Дане трансцендентне рівняння відносно змінної  $\varepsilon_n$  достатньо просто може бути розв'язано в системі Maple.

**Перспективи подальших досліджень.** Для отриманої моделі розподілу величин розмірів планується знайти найкращі оцінки її параметрів, які можна застосувати для малої вибірки.

**Висновки.** Запропонована модель розподілу величини лінійних розмірів є загальною, яка містить в собі розподіли з різними формами та має велику область квадрату асиметрії та ексцесу, що співпадає з областю кривих Пірсона.

Пропонуються оцінки чотирьох параметрів моделі розподілу розмірів за методом з використанням порядкових статистик, які кращі, ніж оцінки, одержані методом моментів.

Складено програму в системі Maple, яка дозволяє знаходити оцінки цих чотирьох параметрів.

Знайдено верхню та нижню межу розмірів виробів, де спостерігається максимальна забракована їхня кількість, що дасть можливість підвищувати якість.

Одержані результати можуть використовуватися для настроєння верстату та отримання виробів з мінімальною кількістю браку.

Розглянуто питання економічної ефективності настроєння верстату з урахуванням усуненого та не усуненого браку.

**Список літератури:** 1. *Маталин А.А.* Технология машиностроения: Учебник для машиностроительных вузов по специальности «Технология, металлорежущие станки и инструменты». – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 496с. 2. *Кендалл М., Стьюарт А.* Теория распределений: Пер.с англ. / Под ред. А.Н.Колмогорова. – М.: «Наука». Главная редакция физ.-мат. литературы, 1966. – 588 с. 3. *Дейвид Г.* Порядковые статистики: Пер. с англ. / Под ред. В.В.Петрова – М.: Наука. 4. *Бородачев Н. А., Абдрашитов Р М и др.* Точность производства в машиностроении и приборостроении. – М.: Машиностроение, 1973г. – 567 с. 5. *Ламнауэр Н.Ю.* Распределение размеров изготовления изделий//Високи технології в машинобудуванні:зб. наук. праць. – Харків, НТУ «ХП», 2012. – Вип.1 (22). – С.177-181. 6. *Ламнауэр Н.Ю.* Модель распределения размеров изделий и ее применение для оценки точности обработки//Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», – 2012. – №27. – С. 98 – 107. 7. *Куцын А.Н., Созонов Ю.И.* Оценка качества технических систем//Сборка в машиностроении, приборостроении. – 2004. – №7. – С.23 – 27. 8. *Краммер Г.,* Математические методы статистики: Пер. с англ. / Под ред. А.Н.Колмогорова. – М.: «Мир». – 1976. – 623 с.

*Надійшла до редколегії 14.09.2013*

---

УДК 519.2:621.9

**Загальна модель розподілу лінійних розмірів деталей та її застосування для поліпшення якості виробів машинобудування / Н. Ю. Ламнауер // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2013. – №54 (1027). – С. 134 – 143. Бібліогр.: 8 назв.**

Предложена общая модель распределения линейных размеров изделий и найдены оценки ее параметров, с использованием которой решаются задачи прогнозирования и контроля качества технологического процесса обработки и оптимальной настройки станка.

**Ключевые слова:** порядковые статистики, качество, точность, линейный размер, технологический процесс.

The general pattern of distribution of linear sizes of products and found the estimation of its parameters, using which solved the problem of forecasting and quality control process handling and optimal tuning machines.

**Key words:** ordinal statistics, quality, precision, linear size, process.