УДК 517.968.519.6

В. Д. ДУШКИН, канд. физ.-мат. наук, доц., АВВ МВД Украины, Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИФРАКЦИИ ВОЛН НА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ИМПЕДАНСНЫХ ЛЕНТ

На основе системы граничных сингулярных интегральных уравнений первого и второго рода построена математическая модель дифракции Е-поляризованных и Н-поляризованных волн на периодической многослойной системе импедансных лент. При построении модели был применен метод параметрических представлений интегральных операторов. Численное решение полученной системы интегральных уравнений можно провести с помощью метода дискретных особенностей.

Ключевые слова: дифракция волн, импедансные ленты, сингулярные уравнения, интегральные операторы, электромагнитные волны.

Введение. Развитие современной электроники, электротехники и машиностроения приводит к необходимости созданию всё более совершенных устройств, создающих электродинамические поля с требуемой структурой [1 – 2]. В частности, интерес представляют устройства, которые позволяют получить значительное увеличение значений электромагнитных полей в отдельных точках пространства. Такой эффект достигается в большинстве случаев за счет специального расположения различных элементов структур в пространстве и специально выбранного соотношения между геометрическими размерами элементов структур. Также необходимая структура поля достигается за счет специального выбора материалов и учета их проводимости [3]. Поэтому построение математических моделей процессов рассеяния электромагнитных волн на структурах, которые состоят из большого количества элементов и учитывают электродинамические свойства материалов, из которых изготовлены решетки, является актуальной задачей для исследователей.

Анализ последних исследований. Одним из эффективных способов, который позволяет построить математические модели рассеяния электромагнитных волн на структурах сложной геометрической формы, является предложенный *Ю. В. Ганделем*, *метод параметрических представлений интегральных преобразований* [4]. Этот метод позволяет свести исходные краевые задачи для *уравнений Максвелла* к эквивалентным системам интегральных уравнений, через решение которых выражаются основные электродинамические характеристики полей. С помощью этого подхода разработано большое количество математических моделей различных электродинамических процессов и проведен численный эксперимент на их основе [5]. В частности, в работе [6] были получены граничные интегральные уравнения задачи дифракции на непериодической многослойной системе *импедансных лент*. Основываясь на идеях этой работы, построена математическая модель рассеяния электромагнитных волн на многослойной периодической системе импедансных лент. Изложение алгоритма построения этой модели с помощью метода параметрических представлений интегральных преобразований является целью данной работы.

Постановка задачи. В однородной изотропной среде с параметрами $\varepsilon = 1, \quad \mu = 1$ располагается $2l'$ – периодическая электродинамическая структура, состоящая из бесконечно тонких импедансных лент. Эти ленты расположены в N параллельных плоскостях $z' = z'_q, \quad q = 1,\ldots,N$. Введём декартову систему координат так, чтобы координатная плоскость $X'OY'$ была параллельна плоскостям лент, а ось OX' – рёбрам лент. Рассматриваются структуры, расположенные так, что плоскость $X'OZ'$ не пересекает ленты.

Введём следующие обозначения. Определим области

$$\Omega_q = \left\{ \left(y', z' \right) \middle| \quad z_q < z < z'_{q+1}, \quad q = 0,\ldots,N \right\},$$

где $z'_0 = -\infty, \ z'_{N+1} = +\infty$.

Пусть α'_{qp} и β'_{qp} – координаты проекций на ось OY' рёбер ленты с индексом p, лежащей в плоскости $z = z'_q, \quad q = 1,\ldots,N$ в слое $0 \le y \le 2l'$.

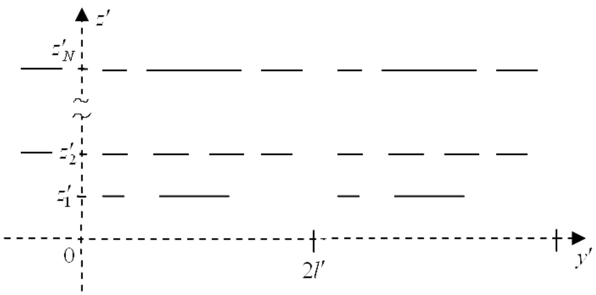

Рис.1 – Сечение дифракционной структуры плоскостью $Y'OZ'$.

Зависимость поля от времени даётся множителем $e^{-i\omega t}$. Пусть из бесконечности сверху на дифракционную структуру, описанную выше, наклонно падает Н-поляризованная плоская электромагнитная волна единичной амплитуды:

$$U(y', z') = H_x(y', z') = \exp\left(ik\left(y' \cdot \sin\varphi - z' \cdot \cos\varphi\right)\right). \qquad (1)$$

В задаче необходимо найти полное поле $u(y',z')$, возникшее в результате дифракции волны на решётках. Полное поле $u(y',z')$ является решением *уравнения Гельмгольца*:

$$\Delta u + k^2 u = 0, \tag{2}$$

в области Ω, которая представляет часть пространства вне лент. Это решение удовлетворяет импедансным граничным условиям:

$$\frac{\partial u}{\partial n} - h \cdot u\Big|_{(y',z')\in\partial\Omega} = 0, \tag{3}$$

которые являются следствием *граничных условий Щукина-Леонтовича* [3]; условию конечности энергии в любой ограниченной области плоскости $Y'OZ'$, *условию излучения Зоммерфельда* и *условию квазипериодичности Флоке*. Заметим, что в случае Е-поляризации задача для единственной отличной от нуля компоненты электрического поля $E_x\left(y,z\right)$ ставится аналогично.

Математическая модель. Полное поле $u(y',z')$, возникшее в результате дифракции волны на решётке, в каждой из областей Ω_q будем искать в виде:

$$u(y',z') = U(y',z') + u_q(y',z'),\ \left(y',z'\right)\in\Omega_q; \tag{4}$$

где

$$u_q(y',z') = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(C_{q,n}^{+}\cdot e^{\gamma_n'\left(z_q'-z'\right)} + C_{q,n}^{-}\cdot e^{\gamma_n\left(z'-z_{q+1}'\right)}\right)\cdot e^{ip_n'y'}, \tag{5}$$

$$p_n' = k\cdot\sin\varphi + \frac{\pi n}{l'},\ \ \gamma_n' = \sqrt{\left(p_n'\right)^2 - k^2},\ n\in Z. \tag{6}$$

Условия излучения Зоммерфельда будут выполнены, если

$$\mathrm{Re}\left(\gamma_n'\right)\ge 0,\ \mathrm{Im}\left(\gamma_n'\right)\le 0,\ C_{N,n}^{-} = C_{0,n}^{+} = 0,\ n\in Z.$$

Введём безразмерные координаты, параметры и обозначения:

$$\partial\ell = \frac{l'k}{\pi} = \frac{2l'}{\lambda},\quad y = \frac{\pi}{l'}y',\quad z = \frac{\pi}{l'}z',\quad z_q = \frac{\pi}{l'}z_q'; \tag{7}$$

$$\alpha_{q,p} = \frac{\pi}{l'}a_q',\quad \beta_{q,p} = \frac{\pi}{l'}b_{q,p}',\quad q = 1,\ldots,N; \tag{8}$$

$$\gamma_n = \sqrt{\left(p_n\right)^2 - \partial\ell^2},\quad p_n = \frac{l\cdot p_n'}{\pi} = \partial\ell\cdot\sin\varphi + n,\quad n\in Z; \tag{9}$$

$$L_q = \bigcup_p L_{qp},\quad L_{qp} = \left(\alpha_{qp},\beta_{qp}\right). \tag{10}$$

Введём функции

$$F_q\left(y\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left[u_q-u_{q-1}\right]_{z=z_q},\quad G_q\left(y\right)=\frac{\partial}{\partial z}\left[u_q-u_{q-1}\right]_{z=z_q}. \tag{11}$$

Из условий непрерывности поля и его производных всюду вне лент следуют равенства:

$$F_q\left(y\right)=G_q\left(y\right)=0,\qquad y\notin L_q\quad q=1,\ldots,N; \tag{12}$$

$$\left.\left(u_q-u_{q-1}\right)\right|_{z=z_q}=\int_0^y F_q\left(\eta\right)d\eta,\ y\in L_q,\ \int_{L_{qp}} F_q\left(\eta\right)d\eta=0,\ \forall L_{qp}\in L. \tag{13}$$

Функции $F_q\left(y\right)$ и $G_q\left(y\right)$ имеют следующие представления:

$$F_q(y)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} ip_n\left(C_{q,n}^{+}+C_{q,n}^{-}\cdot e^{-\gamma_n\cdot d_{q,q+1}}\right)\cdot e^{ip_n y}-$$

$$-\sum_{n=-\infty}^{\infty} ip_n\left(C_{q-1,n}^{+}\cdot e^{\gamma_n\cdot d_{q-1,q}}+C_{q-1,n}^{-}\right)\cdot e^{ip_n y}, \tag{14}$$

$$G_q(y)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n\left(-C_{q,n}^{+}+C_{q,n}^{-}\cdot e^{-\gamma_n\cdot d_{q,q+1}}\right)\cdot e^{ip_n y}-$$

$$-\sum_{n=-\infty}^{\infty} \gamma_n\left(-C_{q-1,n}^{+}\cdot e^{\gamma_n\cdot d_{q-1,q}}+C_{q-1,n}^{-}\right)\cdot e^{ip_n y}, \tag{15}$$

где $d_{s,q}=\left|z_s-z_q\right|$.

С помощью *обратного преобразования Фурье* из (14), (15) находим:

$$C_{q,n}^{+}+C_{q,n}^{-}e^{-\gamma_n\cdot d_{q,q+1}}-C_{q-1,n}^{+}e^{\gamma_n\cdot d_{q-1,q}}-C_{q-1,n}^{-}=\frac{-i}{2\pi p_n}\int_{L_q} F_q\left(\eta\right)\cdot e^{-ip_n\eta}d\eta, \tag{16}$$

$$\left(-C_{q,n}^{+}+C_{q,n}^{-}\cdot e^{-\gamma_n\cdot d_{q,q+1}}\right)-\left(-C_{q-1,n}^{+}\cdot e^{\gamma_n\cdot d_{q-1,q}}+C_{q-1,n}^{-}\right)=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{L_q}\frac{G_q\left(\eta\right)}{\gamma_n}\cdot e^{-ip_n\eta}d\eta. \tag{17}$$

Из (16) – (17) следует справедливость равенств:

$$C_{q-1,n}^{-}=C_{q,n}^{-}\cdot e^{-\gamma_n d_{q,q+1}}-\frac{1}{4\pi}\int_{L_q}\left\{-i\frac{F_q\left(\eta\right)}{p_n}+\frac{G_q\left(\eta\right)}{\gamma_n}\right\}\cdot e^{-ip_n\eta}d\eta,\quad n\in Z; \tag{18}$$

$$C_{q,n}^{+}=C_{q-1,n}^{+}\cdot e^{-\gamma_n d_{q-1,q}}+\frac{1}{4\pi}\int_{L_q}\left\{-i\frac{F_q\left(\eta\right)}{p_n}-\frac{G_q\left(\eta\right)}{\gamma_n}\right\}\cdot e^{-ip_n\eta}d\eta,\quad n\in R. \tag{19}$$

Учитывая, что $C_{N,n}^{-}=0,\ n\in Z$ и, решая систему уравнений (18) последовательно относительно $C_{q-1,n}^{-}$, получаем, что

$$C_{q-1,n}^{-} = -\sum_{l=q}^{N} \frac{1}{4\pi} \int_{L_l} \left\{ -i\frac{F_l(\eta)}{p_n} + \frac{G_l(\eta)}{\gamma_n} \right\} \cdot e^{-ip_n\eta} d\eta \cdot \exp\left(-\gamma(\lambda) d_{q,l}\right). \quad (20)$$

Учитывая, что $C_{0,n}^{+} = 0,\ n \in Z$, и решая систему уравнений (19) последовательно относительно $C_{q,n}^{+}$ получаем, что

$$C_{q,n}^{+} = \sum_{s=1}^{q} \frac{1}{4\pi} \int_{L_s} \left\{ -i\frac{F_s(\eta)}{p_n} - \frac{G_s(\eta)}{\gamma_n} \right\} \cdot e^{-ip_n\eta} d\eta \cdot \exp\left(-\gamma_n d_{s,q}\right). \quad (21)$$

Из граничных условий Щукина-Леонтовича на поверхности лент следуют соотношения:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(u_q - u_{q-1}\right)\Big|_{z=z_q} - h\cdot\left(u_q + u_{q-1}\right)\Big|_{z=z_q} = 2f_q(y), \quad y \in L_q; \quad (22)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(u_q + u_{q-1}\right)\Big|_{z=z_q} - h\cdot\left(u_q - u_{q-1}\right)\Big|_{z=z_q} = -2g_q(y), \quad y \in L_q; \quad (23)$$

где

$$2hU_q\left(y, z_q\right) = 2f_q(y), \quad 2h\frac{\partial}{\partial z}U_q\left(y, z_q\right) = 2g_q(y), \quad y \in L_q. \quad (24)$$

Из уравнений (22) – (23), определения (11) функции $G_q(y)$ и свойства (13) функций $F_q(y)$ следует, что

$$G_q(y) - h\int_0^y F_q(\eta)d\eta - 2h\cdot u_{q-1}\Big|_{z=z_q} = 2f_q(y), \quad y \in L_q; \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(u_q + u_{q-1}\right)\Big|_{z=z_q} - h\int_0^y F_q(\eta)d\eta = -2g_q(y), \quad y \in L_q. \quad (26)$$

Из (20), (21) следует справедливость равенств:

$$C_{q-1,n}^{+} \cdot e^{-\gamma_n d_{q-1,q}} + C_{q-1,n}^{-} = -\sum_{s=1}^{N} \frac{1}{4\pi} \int_{L_s} \frac{G_s(\eta)}{\gamma_n} \cdot e^{-ip_n\eta} d\eta \cdot \exp\left(-\gamma_n d_{s,q}\right) +$$

$$+\sum_{s=1}^{N} \frac{\chi_{s,q}}{4\pi} \int_{L_s} i\frac{F_s(\eta)}{p_n} \cdot e^{-ip_n\eta} d\eta \cdot \exp\left(-\gamma_n d_{s,q}\right), \quad (27)$$

где $\chi_{s,q} = sign(s-q) + \delta_{sq}$.

Введём обозначения:

$$\Delta_n = \gamma_n - |n| - \partial\ell \sin\varphi \cdot \frac{|n|}{n} = O\left(\frac{1}{n}\right), \quad n \to \infty; \quad (28)$$

$$\Lambda_{q,n} = -\left(C_{q,n}^{+} + C_{q,n}^{-} \cdot e^{-\gamma_n \cdot d_{q,q+1}} \right) + \left(C_{q-1,n}^{+} \cdot e^{\gamma_n \cdot d_{q-1,q}} + C_{q-1,n}^{-} \right); \quad (29)$$

$$\Psi_{q,s,n}=\begin{cases}\gamma_n^{-1}-|n|^{-1}, & (s=q)\wedge(n\neq 0),\\ \gamma_n^{-1}, & \neg(s=q)\wedge(n\neq 0);\end{cases}\qquad(30)$$

$$\Xi_{q,s,n}=\begin{cases}p_n^{-1}-n^{-1}, & (s=q)\wedge(n\neq 0),\\ p_n^{-1}, & \neg((s=q)\wedge(n\neq 0));\end{cases}\qquad(31)$$

$$Sd(y)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(ny)}{n}.\qquad(32)$$

Из (5), (27), с учётом введённых обозначений (28) – (32) получаем следующее представление для функции $u_{q-1}(y,z_q)$:

$$u_{q-1}(y,z_q)=-\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{2\pi}\int_{L_s}MG_{pq}(y-\eta)G_s(\eta)d\eta+\frac{1}{2\pi}\int_{L_q}\ln|y-\eta|G_q(\eta)d\eta+$$

$$+\sum_{s=1}^{N}\frac{\chi_{s,q}}{2\pi}\int_{L_s}MF_{pq}(y-\eta)\cdot F_s(\eta)d\eta-\frac{1}{2\pi}\int_{L_q}Sd(y-\eta)\cdot F_q(\eta)d\eta,\qquad(33)$$

где:

$$MG_{pq}(z)=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Psi_{q,s,n}e^{ip_nz-\gamma_nd_{s,q}}-\frac{\delta_{s,q}}{2}\left(\exp(i\partial\ell\sin\varphi\cdot z)-1\right)\cdot\ln|z|,\qquad(34)$$

$$MF_{pq}(z)=\frac{i}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Xi_{q,s,n}e^{ip_nz-\gamma_nd_{s,q}}-\frac{\delta_{s,q}}{2}\left(\exp(i\partial\ell\sin\varphi\cdot z)-1\right)\cdot Sd|z|.\qquad(35)$$

Справедливо равенство:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(u_q+u_{q-1}\right)\Big|_{z=z_q}=-\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\Lambda_{q,n}\left(|n|+\frac{|n|}{n}\partial\ell\sin\varphi\right)\exp(ip_ny)-\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\Delta_n\cdot\Lambda_{q,n}\exp(ip_ny)-$$

$$-\gamma_0\Lambda_{q,0}+2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\gamma_n\left(C_{q,n}^{-}\cdot e^{-\gamma_n\cdot d_{q,q+1}}-C_{q-1,n}^{+}\cdot e^{\gamma_n\cdot d_{q-1,q}}\right)\cdot e^{ip_ny}.\qquad(36)$$

Из (16) с учётом (29) следует, что

$$\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\Delta_n\cdot\Lambda_{q,n}\exp(ip_ny)=\frac{1}{\pi}\int_{L_q}F_q(\eta)\cdot\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\cdot\frac{i\Delta_n}{2p_n}\exp(ip_n(y-\eta))d\eta.\qquad(37)$$

Из свойств *преобразования Гильберта*, приведенных в [5, 7], следует

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{i\partial\ell\sin\varphi(y-t)}ctg\left(\frac{t-y}{2}\right)F_q(t)\,dt=$$

$$=-\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\Lambda_{q,n}\left(|n|+\frac{|n|}{n}\partial\ell\sin\varphi\right)\exp(ip_ny).\qquad(38)$$

Из (20) – (21) получаем

$$2\sum_{n=-\infty}^{\infty}\gamma_n\left(C_{q,n}^{-}\cdot e^{-\gamma_n\cdot d_{q,q+1}}-C_{q-1,n}^{+}\cdot e^{\gamma_n\cdot d_{q-1,q}}\right)\cdot e^{ip_n y}=$$

$$=\sum_{\substack{s=1\\ s\neq q}}^{N}\frac{1}{\pi}\int_{L_q}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{i\gamma_n}{2p_n}\cdot e^{ip_n(y-\eta)}\cdot\exp\left(-\gamma_n d_{s,q}\right)F_s(\eta)\,d\eta-$$

$$-\sum_{\substack{s=1\\ s\neq q}}^{N}\frac{\chi_{s,q}}{2\pi}\int_{L_q}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{ip_n(y-\eta)}\cdot\exp\left(-\gamma_n d_{s,q}\right)G_s(\eta)\,d\eta. \qquad (39)$$

Введём обозначения:

$$KF_{q,s}(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{i\gamma_n}{2p_n}\cdot e^{ip_n(y-\eta)}\cdot\exp\left(-\gamma_n d_{s,q}\right),\ q\neq s; \qquad (40)$$

$$KF_{qq}(z)=-\sum_{\substack{n=-\infty\\ n\neq 0}}^{\infty}\frac{i\Delta_n}{2p_n}\exp\left(ip_n z\right)d\eta-\frac{i\cdot\gamma_0}{2p_0}e^{ip_0 z}-\frac{ctg(z)}{2}e^{(i\partial\ell\sin\varphi)z}+\frac{1}{z}; \qquad (41)$$

$$KG_{q,s}(z)=\frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}e^{ip_n(y-\eta)}\cdot\exp\left(-\gamma_n d_{s,q}\right),\ q\neq s. \qquad (42)$$

Из (33) – (42) следует, что функции $F_q(y)$ и $G_q(y)$ являются решением системы уравнений:

$$G_q(y)-h\int_{-\infty}^{y}F_q(\eta)\,d\eta-\frac{h}{\pi}\int_{L_q}\ln\left|y-\eta\right|G_q(\eta)\,d\eta+\frac{h}{\pi}\int_{L_q}Sd(y-\eta)\cdot F_q(\eta)\,d\eta+$$

$$+\sum_{s=1}^{N}\frac{h}{\pi}\int_{L_s}MG_{pq}(y-\eta)G_s(\eta)\,d\eta-$$

$$-\sum_{s=1}^{N}\frac{\chi_{s,q}h}{\pi}\int_{L_s}MF_{pq}(y-\eta)\cdot F_s(\eta)\,d\eta=2f_q(y),\ y\in L_q; \qquad (43)$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{L_q}\frac{F_q(\eta)\,d\eta}{\eta-y}-h\int_{0}^{y}F_q(\eta)\,d\eta+\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{\pi}\int_{L_q}KF_{q,s}(y-\eta)F_s(\eta)\,d\eta-$$

$$-\sum_{\substack{s=1\\ s\neq q}}^{N}\frac{\chi_{s,q}}{\pi}\int_{L_q}KG_{q,s}(y-\eta)G_s(\eta)\,d\eta=-2g_q(y),\ y\in L_q; \qquad (44)$$

$$\int_{L_{qp}}F_q(\eta)\,d\eta=0,\quad\forall L_{qp}\in L. \qquad (45)$$

Выводы. В работе построены математические модели рассеяния электромагнитных волн на периодической системе импедансных лент на основе системы граничных сингулярных интегральных уравнений (43) – (45). Эта система отличается от системы интегральных уравнений непериодической задачи [6] наличием в подынтегральных выражениях слагаемых, содержащих логарифмические особенности и имеющих разрывы первого рода. Для численного решения этой системы применима модифицированная схема метода дискретных особенностей, основанная на использовании квадратурных формул интерполяционного типа [5, 7 – 9].

Список литературы: **1.** *Nosich A.A., Altintas A., Gandel Yu.V., Magath T.* Numerical analysis and synthesis of 2-D quasioptical reflectors and beam waveguides based on an integral-equation approach with Nystrom's discretization // Journal of Optical Society of America A. – 2007. – Vol. 24, no 9. – P. 2831 – 2836. **2.** *Nosich A.A., Gandel Yu.V.* Numerical analysis of quasioptical multi-reflector antennas in 2-D with the method of discrete singularities // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2007. – Vol. 57, no 2. – P. 399 – 406. **3.** *Кравченко В.Ф.* Электродинамика сверхпроводящих структур. Теория, алгоритмы и методы вычислений. — М: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 280 с. **4.** *Гандель Ю.В.* Параметрические представления сингулярных интегральных преобразований и краевые задачи математической физики. // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения, Киев: Институт математики НАН Украины, 1995, С. 65–66. **5.** *Гандель Ю. В., Душкин В. Д.* Математические модели двумерных задач дифракции: сингулярные интегральные уравнения и численные методы дискретных особенностей: монография / Ю. В. Гандель, В. Д. Душкин. – Х. Акад. ВВ МВД Украины, 2012. –544с. **6.** *Борзенков И.А.* Интегральные уравнения задачи дифракции в системе тонких сверхпроводящих лент / Электромагнитные волны и электронные системы. — М. Т.4, № 2, 1999. — С. 17 – 21. **7.** Гандель Ю.В. Лекции о численных методах для сингулярных интегральных уравнений. Учебное пособие, часть I. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. — Харьков : Издательство Харьковского национального университета, 2001. — 92 с. **8.** *Lifanov I.K.* Singular Integral Equations and Discrete Vortices. – Utrecht, the Netherlands; Tokyo, Japan: VSP, 1996, 475 p. **9**. *Душкин В. Д.* Квадратурная формула для вычисления интеграла от функции, содержащей разрыв первого рода // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2012. – Випуск 4 (75). – с. 41-44

Поступила в редколлегию 17.01.2013

УДК 517.968.519.6

Математическая модель дифракции волн на периодической плоскопараллельной системе импедансных лент / В. Д. Душкин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. – №5 (979). – С. 76-83. Бібліогр.: 9 назв.

На основі системи граничних сингулярних інтегральних рівнянь першого та другого роду побудовано математичну модель дифракції Е-поляризованих та Н-поляризованих хвиль на періодичній багатошаровій системі імпедансних стрічок. При побудові моделі було застосовано метод параметричних уявлень інтегральних операторів. Чисельне розв'язання отриманої системи інтегральних рівнянь можна провести за допомогою методу дискретних особливостей.

Ключові слова: дифракція хвиль, імпедансні стрічки, сингулярні рівняння, інтегральні оператори, електромагнітні хвилі.

The mathematical model of E-polarized and H-polarized waves diffraction on periodic multilayer system of impedance tapes had been built. This model is based on the basis of a system of singular boundary integral equations of the first and second kind. The method of integral operator's parametric representations had been used. The numerical solution of the obtained system of integral equations can be obtained with the help of discrete singularities method.

Key words: diffracted wave impedance tape singular equations, integral operators electromagnetic waves.