

**А.Л. ГРИГОРЬЕВ**, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»

## МОДЕРНИЗАЦИЯ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАСЧЁТА ИНТЕНСИВНЫХ ИМПУЛЬСОВ НАГНЕТЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Использована базовая модель движения вязкой жидкости по трубопроводу, приводящая к телеграфному уравнению. Для моделирования импульсов большой амплитуды дополнительно учтены местные сопротивления и скорости переноса. Показано, что и в этом случае расчёт можно проводить методом характеристик, имеющим постоянный шаг сетки по координате. Влияние скорости переноса сводится к изменению шага сетки по времени, а местное сопротивление при входе, выходе или повороте потока заменяется распределённым. В местах установки дросселей расчётная схема усложняется и включает решения квадратных уравнений.

**Ключевые слова:** гидродинамический расчёт, трубопровод, импульс нагнетания, акустическое приближение, телеграфное уравнение, метод характеристик, инварианты Римана, гидравлическое сопротивление, скорость переноса, расчётная сетка.

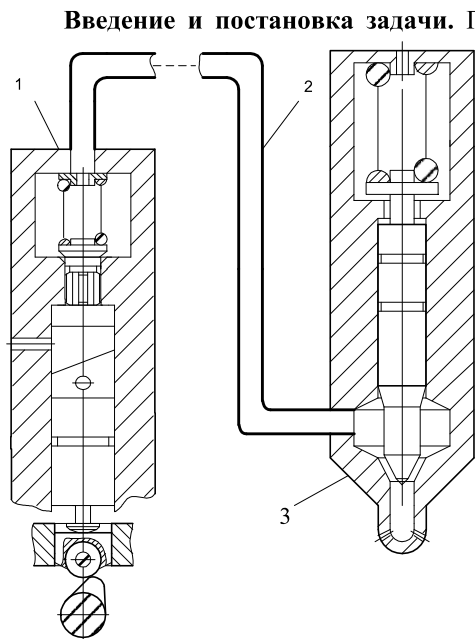


Рис. 1 – Линия высокого давления топливной аппаратуры дизеля:

1 – насос; 2 – трубопровод; 3 – форсунка.

**Введение и постановка задачи.** После появлением компьютеров для проектирования многих образцов техники начали разрабатываться специальные программные комплексы, при помощи которых моделировались важнейшие характеристики этих устройств. С течением времени комплексы совершенствовались и усложнялись, переводились на новую техническую базу, что позволяло повысить эффективность и глубину моделирования. В некоторых случаях эта работа продолжалась на протяжении 10 и более лет; такой комплекс становился ядром формирования научной школы и аккумулировал её достижения.

В качестве примеров, имеющих прямое отношение к теме статьи, можно указать на работы [1] и [2], защищенные в МГТУ и в ХПИ по тематике топливной аппаратуры дизелей. Презентованные комплексы продолжают при-

меняться и сейчас; так, развитием работы [2] послужила диссертация [3], использующая математические модели [4, 5]. Учитывая кризис отечественного дизелестроения, приходится искать и другие приложения разработанным методам исследования.

В ряде гидравлических систем, используемых в образцах современной техники, реализуется импульсный режим течения вязкой жидкости по трубопроводам, имеющий высокий коэффициент скважности импульсов. В качестве конкретных примеров можно указать системы подачи горючего и окислителя в камеру сгорания жидкостного ракетного двигателя (ЖРД), а также топливную систему дизельного двигателя (рис. 1, 2).

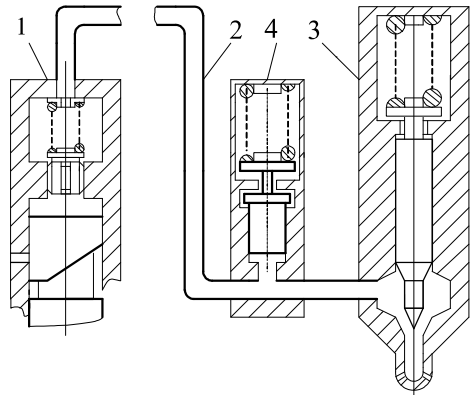


Рис. 2 – Система с модулятором:  
4 – модулятор; остальные поз. – см. рис.1.

При проектировании систем питания ЖРД расчёт гидромагистралей традиционно производится с использованием *дискретной модели В.Ф. Присяжкова* [6]. Модель включает уравнения динамики и неразрывности течения жидкости следующего вида:

$$J \dot{m} = p_{вх} - p_{вых} - (\xi / \rho) \cdot \dot{m}^2, \quad C \dot{p} = \Delta \dot{m} + (l / a) \dot{m}. \quad (1)$$

Здесь  $J = l / f$  – коэффициент инерционных потерь;  $m = \rho l f$  – масса жидкости в рассматриваемом отрезке магистрали, имеющем длину  $l$  и площадь поперечного сечения  $f$ ;  $\rho$  – её плотность;  $C = \rho V / E$  – коэффициент ёмкостных потерь (акустическая податливость объёма жидкости  $V$ );  $E$  – модуль сжатия жидкости, определяемый с учётом податливости стенок магистрали;  $a$  – скорость распространения звуковой волны по столбу жидкости в трубопроводе;  $p, p_{вх}, p_{вых}$  – давления жидкости на данном и соседних участках магистрали;  $\Delta \dot{m}$  – изменение расхода рабочего тела;  $\xi$  – коэффициент гидравлических потерь, учитывающий распределённые  $\xi_{mp}$  и местные  $\xi_M$  сопротивления,

$$\xi = \xi_{mp} + \xi_M.$$

Следует заметить, что уравнение неразрывности (1) носит эвристический характер и даёт хорошее приближение к результатам использования известных уравнений гидромеханики [7] только лишь в области малых частот и больших длин волн, превышающих длину магистрали в 10 и более раз. Указанное ограничение, напр., выполняется для маршевых двигателей верхних ступеней ракетносителей среднего класса, где *время срабатывания клапа-*

нов в 20...50 раз превышает время распространения звуковой волны по магистрали. Что позволило в [8] с успехом использовать дискретную модель при разработке ЖРД *VG 143 PH «Вега»*. С другой стороны, проводить здесь гидродинамический расчёт, интегрируя уравнения гиперболического типа *методом характеристик* (при котором моделируемый процесс будет длительное время находиться на границе устойчивости), затруднительно и неэффективно.

Но для двигателей малой тяги, используемых в системах ориентации космических аппаратов, время срабатывания клапанов уменьшается на порядок, и это требует изменения используемых методов расчёта. В перспективных образцах таких ЖРД это время снижается до 1...2 мс, то есть до уровня, который уже давно достигнут в топливных системах высокооборотных дизелей. Заметим, что в этих системах дискретные модели трубопроводов ещё в 1960-е годы были отброшены как недостаточно точные и заменены на континуальные модели. Но в силу известной специфики систем питания ЖРД (напр., существенного влияния местных сопротивлений, а также наличия начального свободного объёма магистрали, не заполненного нагнетаемой жидкостью) эти континуальные модели могут быть использованы после соответствующей доработки. Некоторые результаты доработки моделей и их апробация на примере расчёта дизельной топливной аппаратуры приведены в данной публикации, другие – указаны в [9] или будут опубликованы позже.

Моделирование импульсного движения жидкости по нагнетательному трубопроводу топливной системы дизеля в [10 – 12] производится в *акустическом приближении* при помощи *телеграфного уравнения*, которое интегрируется *методом характеристик*. В [13] при моделировании учитываются скорости переноса, а получаемая система гиперболических уравнений интегрируется *методом распада разрыва*. При этом влияние местных гидравлических сопротивлений не учитывается, что обусловлено следующими причинами.

В нагнетательном тракте топливной аппаратуры, включающем трубопровод и топливоподводящий канал форсунки, как правило, избегают резких поворотов и изменений площади поперечного сечения потока топлива. Потери энергии в импульсе подачи, вызванные преодолением гидравлического сопротивления во входном и выходном сечениях трубопровода, а также в фильтре форсунки и, возможно, других местах тракта, в значитель-

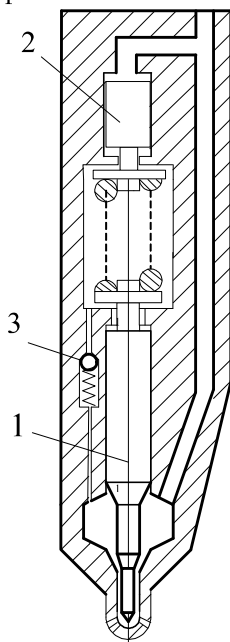


Рис. 3 – Форсунка с дифференциальным поршнем:

- 1 – игла; 2 – поршень;
- 3 – клапан.

ной мере компенсируются увеличением давления топлива в полости насоса и

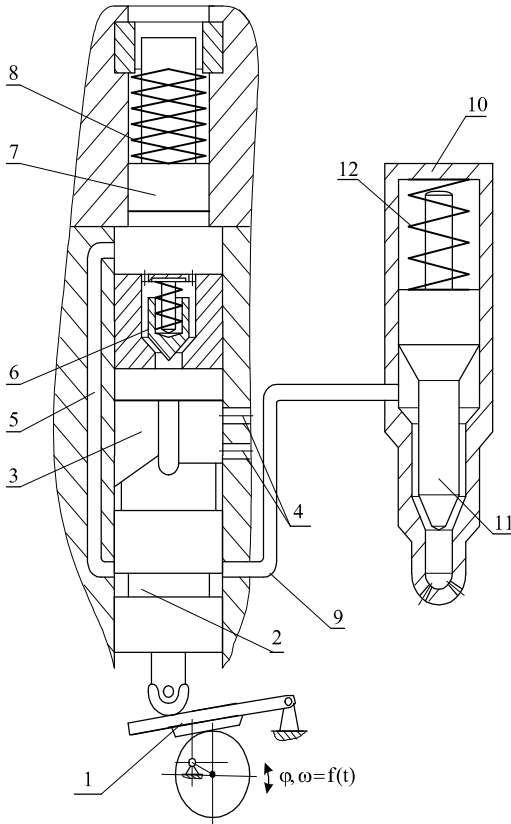


Рис. 4 – Схема топливной аппаратуры СПД:

- 1 – рычажно-эксцентриковый привод;
- 2 – золотниковый канал; 3 – дозирующий плунжер;
- 4 – дозирующие окна;
- 5, 9 – отрезки трубопровода; 6 – клапан;
- 7 – аккумулирующий плунжер;
- 8 – тарельчатая пружина; 10 – форсунка;
- 11 – игла; 12 – пружина форсунки.

не приводят к существенному изменению основных показателей топливоподачи. Кроме того, для метода характеристик не был определен порядок учета этих сопротивлений, что связано с недостаточной мотивацией для выполнения этой работы.

Такая мотивация возникла в ходе разработки топливных систем интенсивного впрыскивания, использующих *модуляторы импульсов давления* [2, 14] или *дифференциальные* (другое название – *адаптивные*) *поршни* [15]. В системах с модуляторами (рис. 2) или с дифференциальными поршнями (рис. 3) максимальные скорости течения топлива по трубопроводу достигают 100...120 м/с и более, что в 3 – 4 раза превышает их уровень, обычный для данного класса устройств. Соответственно в 10 – 15 раз увеличиваются потери давления, связанные с преодолением местных сопротивлений при входе, выходе и повороте потока.

**Коэффициент сопротивления золотника.** Однако и ранее существовали такие

типы аппаратуры, для которых учет местных гидравлических сопротивлений является не только желательным, но и необходимым элементом их гидродинамического расчета. В первую очередь это относится к топливной аппаратуре (рис. 4), разработанной ЦНИТА для свободно-поршневого двигателя (СПД). Выпуск топлива из аккумуляторной полости 1 топливного насоса 2 производится через дополнительную золотниковую часть нагнетающего

плунжера. Покажем, что влияние золотникового канала может быть учтено как влияние местного гидравлического сопротивления в нагнетательном трубопроводе.

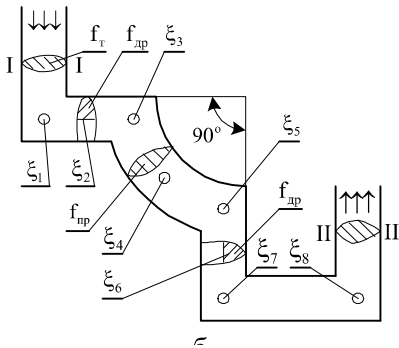
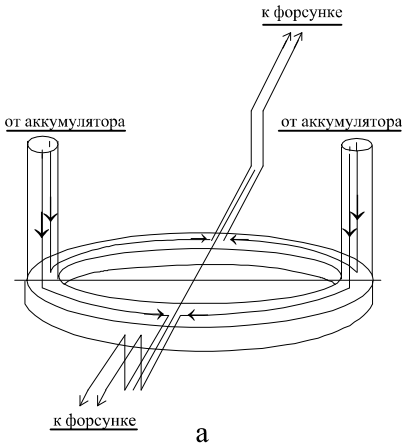


Рис. 5 – Схема золотника:  
а – форма каналов; б – местные сопротивления.

Влияние этого сопротивления приводит к потере (перепаду) давления  $\Delta P_M$  между сечениями I и II (рис. 5 б), связанной с объёмной скоростью  $U_{об}$  топлива в районе сопротивления формулой:

$$(2/\rho)\Delta P_M = \xi_M U_{об} |U_{об}|,$$

где  $\rho$  – плотность топлива, а коэффициент  $\xi_M$  определяется как сумма коэффициентов  $\xi_i$  потерь на отдельных участках гидравлической системы в районе золотника:

$$\xi_M = \sum_{i=1}^8 \xi_i.$$

На рис. 5  $\xi_1, \xi_7, \xi_8$  – коэффициенты потерь при резком повороте потока на  $90^\circ$  в трубопроводе,  $\xi_3, \xi_5$  – в золотниковом канале,  $\xi_4$  – при плавном повороте канала,  $\xi_2, \xi_6$  – при входе и выходе из канала.

Значения этих коэффициентов определяются по диаграммам и формулам справочника [16]:

$$\xi_1 = \xi_7 = \xi_8 = 1.2 / f_m^2; \quad \xi_3 = \xi_5 = 0.96 / f_{пр}^2;$$

$$\xi_4 = 0.1 / f_{пр}^2;$$

$$\xi_2 = [(1 + ((1 - f_{др} / f_m) / 2)^{1/2}) / f_{др} - 1 / f_{пр}]^2;$$

$$\xi_6 = [(1 + ((1 - f_{др} / f_{пр}) / 2)^{1/2}) / f_{др} - 1 / f_m]^2,$$

где  $f_{пр}$  – площадь поперечного сечения золотникового канала;  $f_{др}$  – эффективная площадь проходного сечения дросселя, зависящая от текущей величины  $h_n$  хода плунжера.

При работе аппаратуры коэффициент  $\xi_M$  изменяется от бесконечно больших значений (когда дроссель полностью закрыт) до пренебрежимо малых значений (дроссель полностью открыт). Фактически это означает, что на расстоянии  $l_0$  от начала трубопровода 3 (рис. 6) установлен дроссель 4 с пе-

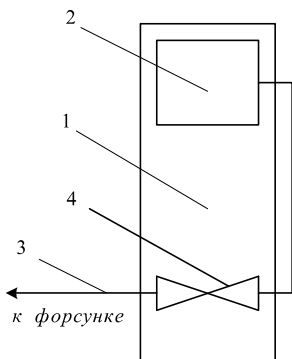


Рис. 6 – Принципиальная схема насоса.

ременным проходным сечением  $f_{др} = f(h_n)$ . На дросселе создается перепад давлений  $\Delta P_M$ , удовлетворяющий условию

$$\Delta P_M = \xi_M \rho U_M |U_M| / 2, \quad (2)$$

где  $\xi_M$  – коэффициент сопротивления,

$$\xi_M = f_T^2 / f_d^2 - 1;$$

$U_M$  – скорость течения топлива по трубопроводу в районе местного сопротивления.

**Решение модельной задачи.** Покажем, что при выпуске топлива из аккумулялирующего топливного насоса местное гидравлическое сопротивление золотника оказывает существенное значение на давление впрыскивания топлива. Тем самым будет подтверждена необходимость правильного учёта этого фактора при проведении гидродинамических расчётов.

Для этого мы воспользуемся решением модельной задачи, расчётная схема которой приведена на рис. 7. В этой задаче давления топлива в аккумуляляторе  $p_{ак}$  и газов в цилиндре  $p_{ц}$ , а так же эффективные проходные площади золотникового канала  $\mu f_z$  и форсунки  $\mu f_{ф}$  считаются известными и постоянными величинами.

В анализируемой системе время распространения волны сжатия или расширения по трубопроводу превышает 1 мс, поэтому на формирование в сечении II – II прямой волны  $F(t)$  отражённые от форсунки волны  $W(t)$  влияния не оказывают. Для оценки максимального давления  $p_{ф.м}$  топлива в форсунке можно воспользоваться следующей системой соотношений:

$$F(t) = (a\rho)^{-1}(p_{II} - p_{осм}); W(t) = (a\rho)^{-1}(p_{ф.м} - p_{II});$$

$$U(L) = F(t - L/a) - W(t); U(0) = F(t);$$

$$\mu f_{ф} [(2/\rho)(p_{ф.м} - p_{ц})]^{1/2} = f_T U(L); \mu f_z [(2/\rho)(p_{ак} - p_{II})]^{1/2} = f_T \cdot U(0),$$

где  $U(x)$  – скорость течения в  $x$ -м сечении трубопровода,  $x \in [0, L]$ .

Результаты расчёта представлены на рис. 8. Графики соответствуют:

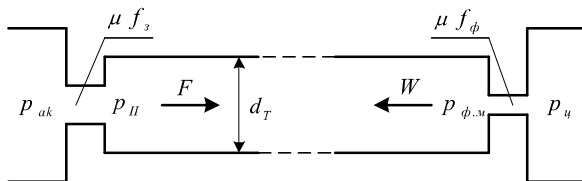


Рис. 7 – Расчётная схема нагнетательного тракта.

1 –  $\mu f_3 = 1.0 \text{ мм}^2$ ; 2 –  $\mu f_3 = 1.5 \text{ мм}^2$ ; 3 –  $\mu f_3 = 2.0 \text{ мм}^2$ ; 4 –  $\mu f_3 = 2.5 \text{ мм}^2$ ;  
 остальные параметры составляют:

$$\mu f_\phi = 0.4 \text{ мм}^2; p_{ц} = 10 \text{ МПа};$$

$$p_{ак} = 90 \text{ МПа}.$$

Как следует из этих данных, принятое в исходном варианте значение  $d_T = 2.0 \text{ мм}$  не оптимально и должно быть увеличено до уровня 2.5...3.0 мм.

Увеличение (в момент формирования максимального импульса  $F$ ) площади  $\mu f_3$  с уровня 1.0...1.5 мм<sup>2</sup> до 2.0...2.5 мм<sup>2</sup> позволит повысить давления впрыскивания на 20...30 МПа и превысить максимальное давление топлива в аккумуляторе. Для использования этого резерва увеличения интенсивности впрыскивания надо изменить геометрию золотника, резко увеличив скорость его открытия. В рамках принятой схемы проблема увеличения площади сечения золотника решалась за счёт увеличения диаметра трубопровода.

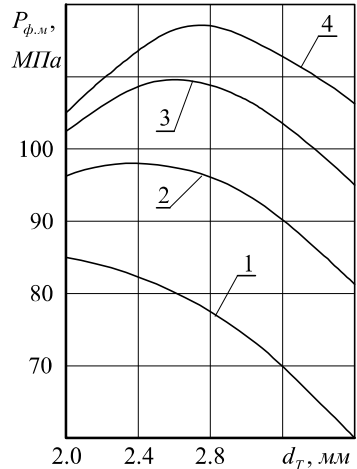


Рис. 8 – Зависимость давления  $p_{ф.м}$  от диаметра  $d_T$  и площади  $\mu f_3$ .

### Коэффициенты местных сопротивлений нагнетательного тракта.

Приведём ещё несколько примеров коэффициентов потерь на преодоление местных гидравлических сопротивлений, возникающих в нагнетательном тракте дизельной топливной аппаратуры.

Так, при входе потока в трубопровод из объема штуцера насоса  $\xi_m = 0.5$ , при выходе из трубопровода в карман распылителя форсунки  $\xi_m = 0$  (в соответствии с законом потерь скорости [16] здесь полностью теряется скоростной напор, но давление изменяется непрерывно). При повороте потока на 90° в кольцевой проточке распылителя дизеля Д80  $\xi_m = 1.2$  (рис. 9); такой же коэффициент потерь отвечает движению топлива по кольцевой проточке модулятора импульсов давления, схема которого показана на рис. 10.

Для щелевого фильтра форсунки (рис. 11) коэффициент местного сопротивления вычисляется по формуле

$$\xi_{м,ф} = [0.5 \mu \delta l_k i_k / f_T]^2,$$

где  $\delta$  – диаметральный зазор между стержнем и корпусом фильтра;  $l_k, i_k$  – длина канавок на поверхности стержня и их общее число;  $\mu = 0.7...0.9$ .

Значение коэффициента  $\mu$  зависит от относительной глубины и ширины канавок, а также степени загрязнённости фильтра при эксплуатации. По данным работы [17] для форсунки дизеля Д 70 зарегистрированные в экспериментах потери давления в фильтре отвечают коэффициенту  $\xi_{м.ф} = 2...5$ .

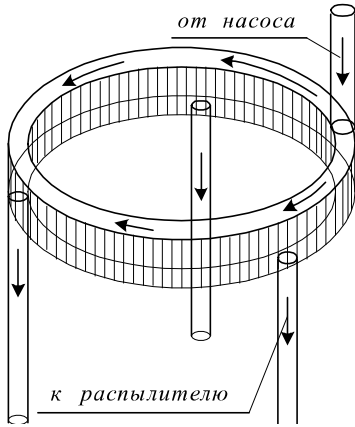


Рис. 9 – Схема распределения топлива в форсунке тепловозного дизеля.

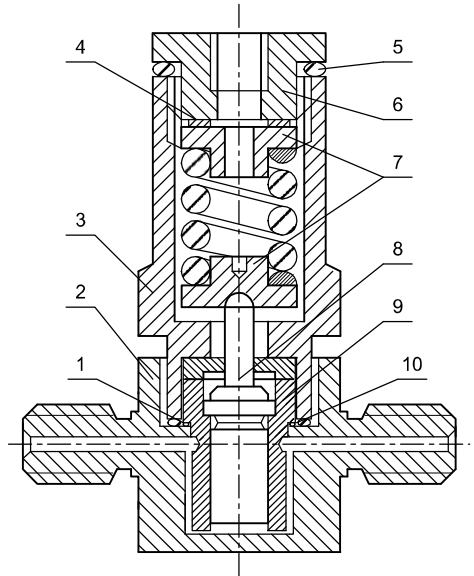


Рис. 10 – Конструкция модулятора:

1, 5, 10 – уплотнительные кольца; 2 – корпус; 3 – стакан; 4 – регулировочная прокладка; 6 – нажимной штуцер; 7 – тарелка пружины; 8 – плунжер; 9 – втулка.

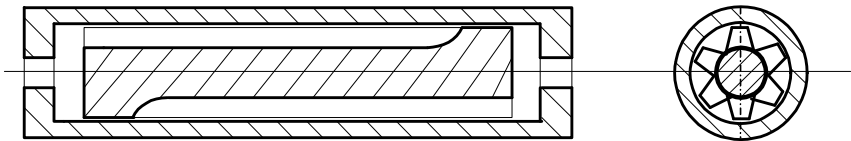


Рис. 11 – Схема щелевого фильтра.

**Метод эквивалентной замены местного сопротивления распределённым гидравлическим сопротивлением.** Для учета местных гидравлических сопротивлений, которым отвечает коэффициент потерь  $\xi_m < 10$ , выполним модернизацию базовой методики гидродинамического расчета [12], разработанной Ю.Я. Фоминым. В рамках этой методики движение жидкости по нагнетательному трубопроводу моделируется системой уравнений

$$\{ (1/(a^2 \rho)) \partial P / \partial t = -\partial U / \partial x ; \partial U / \partial t = -(1/\rho) \partial P / \partial x - 2KU, \quad (3)$$

которая после исключения давления  $P$  приводится к виду



$$(1/a^2)\partial^2 U / \partial t^2 - \partial^2 U / \partial x^2 + (2K/a^2)\partial U / \partial t = 0 \quad (4)$$

и интегрируется на пространственно-временной сетке "  $x - t$  " вдоль характеристик

$$x - at = const ,$$

где  $a$  – скорость звука в трубопроводе с жидкостью,

$$a = 1 / \sqrt{(\alpha + [(R^2 + r^2)/(R^2 - r^2) + \mu_{mp}] / E_{mp}) \rho} ;$$

$\alpha$  – коэффициент сжимаемости;  $R, r$  – наружный и внутренний радиус трубопровода;  $E_{mp}, \mu_{mp}$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона для его материала;  $K$  – фактор гидравлического сопротивления трубопровода, вычисляемый в зависимости от режима течения топлива и значения средней по сечению скорости  $U(x, t)$  по формулам Пуазейля, Блазиуса или Идельчика [12]:

$$K(U) = 4\nu / r^2 \text{ – для ламинарного потока,}$$

$$K(U) = [0.079 \sqrt[4]{\nu / 2r} / (2r)] |U|^{3/4} \text{ – для переходной области,}$$

$$K(U) = [1 / ([1.14 + 2 \lg(2r / \delta r)]^2 16r)] |U| \text{ – для турбулентного потока,}$$

$\nu$  – вязкость жидкости;  $\delta r$  – шероховатость трубопровода.

Конечноразностный аналог уравнения (4) имеет вид:

$$u_{i,j+1} + u_{i,j-1} - u_{i+1,j} - u_{i-1,j} = K \Delta t (u_{i,j+1} + u_{i-1,j} - u_{i,j} - u_{i-1,j-1}), \quad (5)$$

где  $u_{i,j} = U(i \Delta x, j \Delta t)$ ,  $i \in \overline{1 \dots (n-1)}$ ,  $j \geq 0$ ;  $\Delta t$  – шаг интегрирования уравнения (4) по времени;  $\Delta x$  – шаг интегрирования по координате;  $\Delta x = a \Delta t$ .

На концах характеристики первое уравнение системы (3) порождает граничные условия, в которых используются давления  $p_{i,j} = P(i \Delta x, j \Delta t)$ :

$$u_{0,j+1} + u_{0,j-1} - 2u_{1,j} = (a\rho)^{-1} (p_{0,j+1} - p_{0,j-1});$$

$$2u_{n-1,j} - u_{n,j+1} - u_{n,j-1} = (a\rho)^{-1} (p_{n,j+1} - p_{n,j-1}).$$

Уравнения для граничных условий интегрируются совместно с жёсткими системами дифференциальных уравнений, описывающих гидромеханические узлы (насос, форсунку, модулятор); специально разработанные для этой цели консервативные схемы расчёта описаны в [18].

Чтобы избежать использования сеток с подвижными границами, шаг  $\Delta x$  остаётся постоянным для всего расчёта и определяется по формуле

$$\Delta x = l / n ,$$

где  $n$  – число расчётных отрезков трубопровода; обычно  $n = 50 \dots 200$ .

При этом шаг  $\Delta t$  зависит от скорости звука, и в ходе расчёта его величина отклоняется от среднего значения на 10 – 15%.

В методе [12] использовалось два упрощения: величина скорости звука  $a$  определялась по давлению  $P(0, t)$ , что обеспечивало прямолинейность характеристики. Этим же давлением определялась величина вязкости жидко-

сти, которая использовалась при вычислении фактора  $K$ .

Но различным узлам характеристики отвечает разное давление, и изменение скорости звука вдоль характеристики при интенсивном нагнетании углеводородного (либо другого жидкого) топлива может достигать 20 – 30%. Поэтому от первого упрощения следует отказаться, и считать, что *скорость звука определяется величиной текущего давления*  $P(x,t)$ , а характеристика имеет искривлённую форму.

Что касается второго упрощения, то его следует сохранить: для внутренних узлов трубопровода давления жидкости по этому методу расчёта не определяются, а влияние гидравлического сопротивления не велико. Поэтому коэффициент  $K \Delta t$  из правой части формулы (5) можно вычислять, как в [12], либо, что, как правило, приносит меньшую погрешность – по среднему давлению, определённом для начала и конца текущей характеристики.

Несимметричный шаблон (рис.12), использованный в правой части равенства для аппроксимации первой производной, обеспечивает (по сравнению с обычной разностной формулой) дополнительную устойчивость метода, но если ниже считать величину  $\Delta t$  фиксированным параметром, отвечает изменённому дифференциальному уравнению:

$$(1/a^2)\partial^2 U / \partial t^2 - \partial^2 U / \partial x^2 + (2K/a^2)\partial U / \partial t = (K\Delta t/a)\partial^2 U / \partial t \partial x. \quad (6)$$

Поэтому для сходимости метода нужно иметь возможность пренебречь правой частью уравнения (4), то есть выполнить условие

$$K \Delta t \ll 1.$$

При учёте гидравлического сопротивления трубопровода, как правило, получаем оценку  $K \Delta t < 0.001$ , но влияние местных сопротивлений окажется большим, и для технических приложений достаточно иметь

$$K \Delta t < 0.05. \quad (7)$$

В используемой математической модели величина  $2KU\rho\Delta x$  определяет потерю давления  $\Delta P_{распр}$ , связанную с преодолением гидравлического сопротивления трубопровода на его отрезке длиной  $\Delta x$ . Поэтому имеется возможность использовать эту же модель для учета местных гидравлических сопротивлений.

Пусть местное сопротивление  $\xi_m$  расположено на отрезке трубопровода между расчетными точками  $x_0$  и  $x_0 + \Delta x$ . Определим фактор местного гидравлического сопротивления  $K_m$  формулой

$$K_m = \xi_m / (4 \Delta x) U_m$$

и при вычислении фактора  $K$  для расчета скорости жидкости  $U$  в узле  $x = x_0 + \Delta x$  прибавим к его значению величину  $K_m$ .

Тогда выражение  $2K_m U_m \rho \Delta x$ , как несложно проверить, совпадёт с изменением давления  $\Delta P_m$ , определяемым равенством (2).

**Универсальный метод учёта местного гидравлического сопротивления.** Описанный в предыдущем пункте метод учета местных сопротивлений прост, но, к сожалению, не универсален. Условие (7) с учетом соотношения  $\Delta x = a \Delta t$  приводит к неравенству

$$\xi_m \cdot [|U_m| / (4a)] < 0.05,$$

которое эквивалентно условиям

$$\xi_m < 5 \text{ или } \xi_m < 2.5 \quad (8)$$

для топливной аппаратуры традиционного типа (где  $U_m < 50 \text{ м/с}$ ) или для новых систем интенсивного впрыскивания (где  $U_m < 120 \text{ м/с}$ ).

Условия (8), как это показано выше, выполняется с достаточным запасом для большинства местных сопротивлений, которые встречаются в топливной аппаратуре. При расчёте щелевого фильтра учитывается, что его длина отвечает суммарной длине нескольких расчётных участков,

$$l_k > \Delta x,$$

и общий коэффициент потерь  $\xi_{m,\phi}$  равномерно распределяется на все эти участки.

Однако это условие не выполняется, например, для дросселя (рис. 5) если  $f_{dp} < f_T / 2$ ; поэтому для данного случая пришлось разрабатывать другой, более сложный метод.

На рис. 12 показаны три характеристики, которые используются в базовой методике [12] для последовательного расчета скоростей топлива  $U$  в узлах пространственно-временной сетки. Сечению трубопровода у дросселя соответствует индекс  $i_0$ . Как и в методе [14], в отрезках трубопровода, непосредственно примыкающих к сечению  $i_0$ , будем

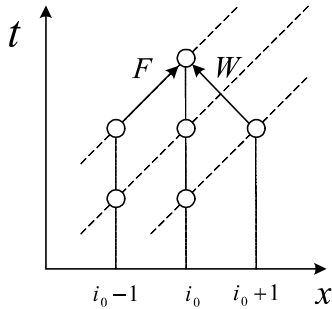


Рис. 12 – Расчётные узлы метода характеристик.

пренебрегать влиянием гидравлического сопротивления трубопровода (здесь  $K_m \gg K$ ). Тогда для данных отрезков будут справедливы соотношения одномерного волнового процесса колебаний, основанные на представлении полей скоростей и давлений топлива в виде суперпозиции прямых и отраженных волн. Используя эти соотношения, несложно получить следующие формулы для определения прямой  $F$  и отраженной  $W$  волн давления, показанных на рис.12:

$$F = 0.5(P_d - p_{ост} - a\rho U_m) + a\rho U_d; W = 0.5(P_n - p_{ост} - a\rho U_m) - a\rho U_n, \quad (9)$$

где  $P_d, P_n$  – давления топлива до и после дросселя;  $p_{ост}$  – остаточное дав-

ление топлива;  $U_m, U_l, U_n$  – скорости топлива в сечениях трубопровода с индексами  $i_0, i_0 - 1, i_0 + 1$ , соответственно.

Все величины, используемые в формулах (9), соответствуют 1-ой (нижней) характеристике, и поэтому их значения известны. Запишем уравнения для узла  $i_0$ , попадающего на 3-ью (верхнюю) характеристику (соответствующие значения будем помечать знаком "\*"),

$$2F = P_l^* - p_{ocm} + a\rho U_m^*; \quad 2W = P_n^* - p_{ocm} - a\rho U_m^*;$$

и, преобразовав их с учетом равенств (6), получим

$$\Delta P_m^* + 2a\rho U_m^* = \Delta P + 2a\rho(U_l + U_n - U_m), \quad (10)$$

где

$$\Delta P = P_l - P_n; \quad \Delta P^* = P_l^* - P_n^*.$$

Перепад давлений  $\Delta P^*$  и скорость топлива  $U_m^*$  связаны соотношением:

$$\sqrt{\xi_m} U_m^* = \sqrt{(2/\rho) |\Delta P_m^*|} \operatorname{sign}(\Delta P_m^*). \quad (11)$$

Для решения системы уравнений (10), (11) обозначим:

$$y = \sqrt{\Delta P_m^*}; \quad s = \operatorname{sign}(\Delta P^*); \quad A = a\rho\sqrt{2/(\rho\xi_m)}; \quad B = 2a\rho(U_l + U_n - U_m).$$

Тогда уравнение (10) примет вид

$$y^2 + 2Ay - Bs = 0,$$

и его положительное решение определится формулой

$$y = -A + \sqrt{A^2 + |B|},$$

причём знак перепада давлений  $\Delta P_m^*$  совпадёт со знаком коэффициента  $B$ , то есть

$$s = \operatorname{sign}(B).$$

Выполним обратные замены и найдём искомые величины

$$\Delta P_m^* = y^2 s \quad \text{и} \quad U_m^* = Ays/(a\rho).$$

Таким образом, в рамках данного метода учет местного сопротивления удалось свести к решению квадратного уравнения, а число переменных, постоянно хранимых в памяти компьютера, увеличилось на единицу (новая переменная – величина перепада давлений  $\Delta P_m^*$ ). Ясно, что указанные изменения не влияют на общую трудоемкость алгоритма гидродинамического расчета дизельной топливной аппаратуры.

**Обобщение и примеры использования методов учёта местных сопротивлений.** Описанный в предыдущем пункте метод был использован для расчёта топливной системы, схема которой показана на рис. 4, 5. На графиках рис. 13, 14 используются, в основном, принятые выше обозначения; кроме того величины  $h_k, h_{ak}$  обозначают перемещения клапана насоса и плунжера

аккумулятора, а  $P_{II}$ ,  $P_a$  – давления топлива в сечении  $II-II$  магистрали и в

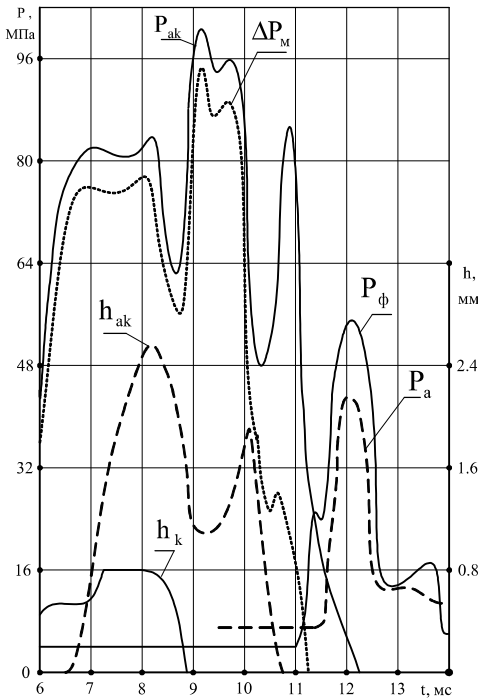


Рис. 13 – Результаты гидродинамического расчёта базового образца топливной системы СПД.

колодце распылителя форсунки. Штриховкой выделены импульсы нагнетания для насоса и форсунки оптимизированного варианта. Порядок оптимизации этой топливной системы описан в [19, 20].

Этот же метод был обобщен на случай, когда трубопровод до и после дросселя имеет различные площади внутреннего сечения  $-f_{T.l}$  и  $f_{T.n}$ . Здесь в узле  $i_0$  происходит скачкообразное изменение линейной скорости  $U$  течения жидкости, но объемная скорость  $Q$  остается непрерывной. Оказалось, что если определять скорость жидкости  $U_m$  в узле  $i_0$  по правилу

$$U_m = 0.5(1/f_{T.l} + 1/f_{T.n}) \cdot Q,$$

то есть как полусумму её значений до и после узла, то все расчетные формулы метода останутся прежними.

В таком виде метод был использован для гидродинамического расчета топливной аппаратуры дизеля Д80, у которого площади топливоподводящих каналов до и после кольцевой проточки распылителя различаются в два раза [21].

Метод замены местного сопротивления на эквивалентное распределённое сопротивление использовался при гидродинамических расчётах топливной системы дизеля 4 ДТНА 1, описание которой дано в [22]. Учёт местных сопротивлений привёл к заметному изменению основных характеристик процесса впрыскивания: в сопоставимых условиях расчётного эксперимента максимальное давление в форсунке уменьшилось на 4 – 6%. Для этой аппаратуры влияние местных сопротивлений оказалось сопоставимым с влиянием распределённого гидравлического сопротивления, которое традиционно учитывается при её гидродинамических расчётах.

**Приближённый учёт скоростей переноса.** В топливных системах интенсивного впрыскивания максимальные скорости движения жидкости по

трубопроводу достигают 6 – 8 % от величины скорости звука, и для повышения точности моделирования желательнее отказаться от использования акустического приближения и учесть влияние скорости переноса. Уточненные уравнения системы (2) приобретут следующий вид:

$$\begin{aligned} \{\partial P / \partial t + U \partial P / \partial x &= -a^2 \rho \partial U / \partial x; \\ \partial U / \partial t + U \partial U / \partial x &= \\ &= -\rho^{-1} \partial P / \partial x - 2KU. \end{aligned} \quad (12)$$

В [13] систему (12) интегрируют при использовании *инвариантов Римана* и метода распада разрыва; в современной прикладной гидромеханике такой подход к решению проблемы по праву считается универсальным и наилучшим, поскольку он, напр., позволяет учесть изменение температуры жидкости, от чего зависят её физические характеристики. Но расчёт дизельной топливной аппаратуры обладает тремя особенностями:

- перенос жидкости в основном осуществляется в одном направлении (от насоса или аккумулятора к форсунке);
- в области больших скоростей прямые волны давления преобладают над обратными волнами,  $|F| \gg |W|$ ;
- пиковые значения *числа Маха* удовлетворяют условию  $M < 0.1$ , а средние значения – условию  $M < 0.01$ ;
- длина трубопровода невелика, и изменения давления и скорости в импульсе подачи не приводит к образованию ударной волны.

Далее мы покажем, что благодаря этим особенностям гидродинамический расчёт можно и далее проводить в акустическом приближении, если скорректировать значение скорости звука  $a$ .

Действительно, от системы (12) можно перейти к уравнениям для инвариантов Римана  $\sigma_+, \sigma_-$ :

$$\partial \sigma_+ / \partial t - (a + U) \partial \sigma_+ / \partial x = -2KU, \quad \partial \sigma_- / \partial t + (a - U) \partial \sigma_- / \partial x = -2KU, \quad (13)$$

где

$$d\sigma_+ = dU + dP / (a\rho), \quad d\sigma_- = dU - dP / (a\rho).$$

Инварианты распространяются вдоль характеристик

$$x - (a + U)t = const \quad \text{и} \quad x + (a - U)t = const.$$

Поскольку значение и влияние обратного инварианта  $\sigma_-$  мало, уравне-

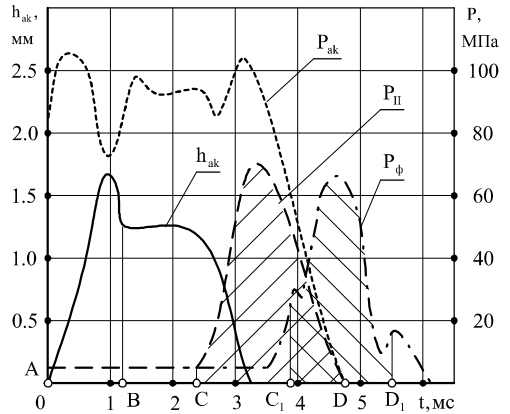


Рис.14 – Динамические характеристики оптимизированного образца.

ния (13) можно приближённо заменить такими:

$$\partial\sigma_+/\partial t - (a+U)\partial\sigma_+/\partial x = -2KU ; \partial\sigma_-/\partial t + (a+U)\partial\sigma_-/\partial x = -2KU , \quad (14)$$

то есть искусственно изменить коэффициент наклона обратной характеристики (для анализируемого случая – максимум на 16%).

В акустическом приближении (3) также можно перейти к уравнениям для инвариантов Римана  $\sigma_+, \sigma_-$  (здесь их чаще называют *затухающими волнами Даламбера* и обозначают  $F, W$ , см. рис. 12):

$$\partial\sigma_+/\partial t - a\partial\sigma_+/\partial x = -2KU , \quad \partial\sigma_-/\partial t + a\partial\sigma_-/\partial x = -2KU . \quad (15)$$

Структура уравнений (14) и (15) одинакова. Поэтому, если для уравнений (14) выбрать шаг интегрирования по времени в соответствии с формулой  $\Delta t = \Delta x/(a+U)$ ,

то для расчёта скоростей жидкости в трубопроводе можно использовать метод характеристик и рекуррентное равенство (5).

Описанный подход был использован при гидродинамических расчётах топливной системы дизеля 4 ДТНА 1, и привёл к незначительному уточнению результатов. Так, в сопоставимых условиях расчётного эксперимента максимальное давление в насосе и в форсунке после учёта конвекции уменьшилось соответственно на 1% и на 0.5%, а запаздывание начала подачи сократилось на 1.5%. Поэтому привлекать здесь для учёта скорости переноса более точные и сложные математические модели, использующие трудоёмкие методы расчёта, не целесообразно.

**Общее замечание относительно использования методов, уточняющих результаты моделирования.** При разработке новых или уточнении известных математических моделей сложных технических устройств не следует забывать, что любая модель – это идеализация, имеющая некоторую относительную погрешность определения основных характеристик. По величине допустимой погрешности обычно различают *модели первого уровня* (с допустимой погрешностью 5...10%), *модели второго уровня* (погрешность 1...2 %) и *модели высокого уровня* (погрешность меньше 0.5%).

С понятной долей условности процесс уточнения характеристики  $f(X)$  можно представить в виде последовательного суммирования начального отрезка степенного ряда:

$$f(X) \approx \sum_{j=0}^N a_j X^j , \quad (16)$$

где  $N$  обозначает уровень модели. Пусть  $a_j = f^{(j)}(0)/j!$ , тогда, как правило, внутри круга сходимости увеличение  $N$  повышает точность результата. Но если коэффициенты  $a_j$  имеют другие значения, то при увеличении  $N$  точность результата может понижаться.

Если вернуться к задаче моделирования, то каждый коэффициент будет результатом наложения многих факторов, действующих примерно в одну силу. Учесть все влияющие факторы практически не возможно, а при увеличе-

нии числа учитываемых факторов можно нарушить достигнутый баланс и вместо повышения точности получить ухудшение. Критерием отбора служит практика (качество соответствия расчётных и экспериментальных данных).

Методы гидродинамического расчёта дизельных топливных систем, описанные в [12], используют модели второго уровня точности. Модернизация метода характеристик, описанная выше, позволила сохранить этот уровень моделирования и применить имеющийся пакет прикладных программ для анализа новых систем интенсивного впрыскивания. Другие возможные приложения этого метода (например, для расчёта пуско-отсечных клапанов систем питания ЖРД) ждут своей проверки в эксперименте.

**Выводы.** Выполнена модернизация метода характеристик, актуальная для расчёта интенсивных импульсов нагнетания жидкости по трубопроводу, которая позволила учесть следующие физические эффекты:

- влияние местных сопротивлений при входе, выходе и повороте потока, а также в местах установки дросселей;
- изменение скорости звука в зависимости от величины давления;
- влияние переноса жидкости на скорость распространения импульсов нагнетания и их форму.

Описаны примеры использования модернизированного метода для расчёта топливных систем тепловых двигателей.

**Список литературы:** 1. *Грехов Л.В.* Научные основы разработки систем топливоподачи в цилиндры двигателей внутреннего сгорания: автор. дис... докт. техн. наук. – М., 1999. – 32 с. 2. *Григорьев А.Л.* Разработка универсальных методов гидродинамического расчёта, динамического анализа и оптимизационного синтеза основных элементов топливной аппаратуры дизелей: автор. дис... докт. техн. наук. – Харьков, 2004. – 40 с. 3. *Врублевский А.Н.* Научные основы создания аккумуляторной топливной системы для быстроходного дизеля: автор. дис... докт. техн. наук. – Харьков, 2010. – 36 с. 4. *Врублевский А.Н., Григорьев А.Л., Грицюк А.В., и др.* Особенности математического моделирования гидромеханических процессов электрогидравлической форсунки // Двигатели внутреннего сгорания. – Харьков, 2007. – №1. – С.44 – 52. 5. *Врублевский А.Н., Григорьев А.Л., Бовда А.М.* Математическая модель быстростежущего электромагнита для топливной системы ДВС // Автомобильный транспорт. – Сб. науч. труд. – Харьков: 2006. – Вып.19. – С.138 – 143. 6. *Присяжков В.Ф.* Динамика жидкостных ракетных двигательных установок. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с. 7. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газов. – М.: Наука, 1978. – 736 с. 8. *Бойко В.С.* Усовершенствование электромагнитных клапанов жидкостных ракетных двигателей верхних ступеней ракет-носителей. – Дис... канд. техн. наук. – Днепропетровск, 2013. – 186 с. 9. *Григорьев А.Л.* Использование интегралов Дюамеля для расчёта импульсов давления и скорости течения вязкой жидкости по трубопроводу // Вісник НТУ «ХПИ». – Харків, 2013. – № 54(1027). – С.63 – 86. 10. *Астахов И.В., Трусов В.И., Хачиян А.С. и др.* Подача и распыливание топлива в дизелях. – М.: Машиностроение, 1972. 11. *Крук Б.А.* Методика гидродинамического расчета топливоподачи дизелей // Труды ЦНИТА. – 1969 – Вып.40 – С.12 – 16. 12. *Фомин Ю.Я.* Гидродинамический расчет топливных систем дизелей с использованием ЭЦВМ.–М.: Машиностроение, 1973. 13. *Грехов Л.В.* Топливная аппаратура и системы управления дизелем / Л.В. Грехов, Н.А. Иващенко, В.А. Марков.– М.: Легион-Автодата, 2004. – 344 с. 14. *Григор'єв О.Л., Врублевський О.М.* Математична модель для гідродинамічного розрахунку паливної системи з модулятором імпульсів тиску впорскування палива // Теплоенергетичні установки та екологія на залізничному транспорті. – Харків: ХарДАЗТ, 1998. – Вип. 32. – С.87–92. 15. *Грицюк А.В., Врублевский А.Н., Щербаков Г.А., Овчинников А.А.* Выбор параметров адаптивного задания топливоподачи автомобильного дизеля 4СН8,8/8,2 в условиях моторного стенда // Двига-



тели внутреннего сгорания. – Харьков, 2012. – №1. – С. 10 – 13. **16.** Справочник по гидравлике // Под редакцией В.А.Большакова. – К.: Вища школа, 1984. **17.** Васильченко И.Д., Еремеева Л.Н. Исследование гидравлических характеристик щелевых фильтров форсунки дизеля Д80 // Двигатели внутреннего сгорания. – Харьков: Вища школа, 1978. – Вып.27. – С. 78 – 81. **18.** Григорьев А.Л., Геворкян Ю.Л. Алгоритмы интегрирования жёстких уравнений клапанных гидромеханических узлов // Вісник НТУ «ХП». – Харків, 2012. – №54(960). – С.39 – 55. **19.** Григорьев А.Л. Особенности гидродинамического расчёта топливного насоса высокого давления с подпружиненным аккумулярующим плунжером // Вестник ХГПУ – Вып. 68. – 1999. – С. 3 – 10. **20.** Григорьев А.Л., Хесин А.Я. Оптимизация параметров аккумулярующей топливной аппаратуры с пружинным приводом плунжера // Вестник ХГПУ. – Харьков, 2000 – Вып. 89 – С. 97 – 104. **21.** Єроценков С.А., Григор'єв О.Л., Зонов В.Д. Математичне моделювання процесу паливоподачі в форсунках спеціальної конструкції // Теплоенергетичні установки та екологія на залізничному транспорті. Збірник наукових праць. – Харків, ХарДАЗТ. – 2001. – Вип. 45. – С. 82 – 88. **22.** Абрамчук Ф.І., Альохін С.О., Белов О.М., та інші. Техніко-економічне обґрунтування необхідності державної підтримки у виконанні інноваційно-інвестиційного проекту «Розроблення та впровадження у виробництво малолітражного автомобільного дизеля потужністю 100-175 к.с. подвійного призначення (Слобожанський дизель)». – Харків: ХНАДУ, 2012. – 162 с.

Поступила в редколлегию 27.01.2014

---

УДК 539.1

**Модернизация метода характеристик для расчёта интенсивных импульсов нагнетания жидкости / А. Л. Григорьев // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – № 6 (1049). – С. 42 – 58. Бібліогр.: 22 назв. – ISSN 2222-0631.**

Використано базову модель руху в'язкої рідини по трубопроводу, яка приводить до телеграфного рівняння. Для моделювання імпульсів значної амплітуди додатково враховані місцеві опори та швидкості переносу. Показано, що і в цьому випадку розрахунок можна проводити методом характеристик, який має постійний крок сітки за координатою. Вплив швидкості переносу зводиться до зміни кроку сітки за часом, а місцевий опір при вході, виході або повороті потоку змінюється на розподілений. У місцях установки дроселів розрахункова схема ускладнюється і включає розв'язання квадратних рівнянь.

**Ключові слова:** гідродинамічний розрахунок, трубопровід, імпульс нагнітання, акустичне наближення, телеграфне рівняння, метод характеристик, інваріанти Римана, гідравлічний опір, швидкість переносу, розрахункова сітка.

UDC 539.1

**Modernization of the method of characteristics for calculating intensive fluid pumping pulses / A. L. Grigoriev // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – № 6 (1049). – pp. 42 – 58. Bibliog.: 22 titles. – ISSN 2222-0631.**

We use the basic model of motion of viscous fluid through a conduit leading to the telegraph equation. To model large-amplitude pulses the local resistances and the transfer rates are additionally taken into account. It is shown that in this case the calculation can be carried out by the method of characteristics in a regular coordinate grid. The influence of the transfer rate is reduced to changing the grid step in time, and the local resistance at the input, output, or flow reversal point is replaced by the distributed one. In the choke installation locations the calculation scheme becomes more complicated and involves solving quadratic equations.

**Key words:** hydrodynamic calculation, conduit, pumping pulse, acoustic approximation, the telegraph equation, the method of characteristics, Riemann invariants, hydraulic resistance, transfer rate, computational grid.