

mehaniky i micnosti konstrukcij. No. 14. 2010.87–92. Print. **2.** Bizjuk, A. V., V. V. Bizjuk and A. V. Kolodjazhnyj. "Skorostnoj udar po tonkostennym konstrukcijam." *Vestnik HNU «KhPI».* No. 775. 2007. 29–35. Print. **3.** Clegg, R. A., C. J. Hayhurst and H. Nahme. "Validation of an advanced material model for simulating the impact and shock response of composite materials." *Shock Compression of Condensed Matter.* American Institute of Physics. 2002. P. 685–688. Print. **4.** Stepuk, O. V., L. V. Avtomonova and S. V. Bondar. "Osoblyvosti deformuvannya P-podobnoi' tonkostinnoi' konstrukcii' pry udari." *Visnyk NTU «KhPI».* Ser.: *Matematychni modeljuvannya v tehnici ta tehnologijah.* No. 37 (1010). Kharkiv: NTU «KhPI», 2013. 193–199. Print. **5.** Avtomonova, L. V., S. V. Bondar' and A. V. Stepuk. "Deformirovanie P-obraznoj tonkostennoj konstrukcii s rebrami zhestkosti pri udare sharom." *Visnyk NTU «KhPI».* Ser.: *Matematychni modeljuvannya v tehnici ta tehnologijah.* No. 6 (1049). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 3–8. Print. **6.** Stepuk, A. V., L. V. Avtomonova and S. V. Bondar'. "Vlijanie modeli sostojanija materiala na napryazhjonno-deformirovanoe sostojanie P-obraznoj konstrukcii pri udare sharom." *Visnyk NTU «KhPI».* Ser.: *Matematychni modeljuvannya v tehnici ta tehnologijah.* No. 18 (1061). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 161–166. Print. **7.** Sha, W., and K. L. Edwards. "The use of artificial neural networks in materials science based research." *Materials and Design.* Vol. 28. 2007. 1747–1752. Print. **8.** Guo, Z., and W. Sha. "Modeling the correlation between processing parameters and properties of maraging steels using artificial neural network." *Computational Materials Science.* Vol. 29. 2004. 12–28. Print. **9.** Havin, V. L., and O. A. Ogorodnik. "Model' plasticheskogo sostojanija materiala dlja shirokogo diapazona temperatur i skorostej deformacij na osnove nejronnoj seti." *Visnyk NTU «KhPI».* Ser.: *Dynamika i micnist' mashyn.* No. 52. Kharkiv: NTU «KhPI», 2011. 202–209. Print.

Поступила (received) 27.05.2015

УДК 628.477 : 519.876.5

В.В. ВАМБОЛЬ, канд. техн. наук, доц., НАУ «ХАИ», Харьков;
В.Е. КОСТЮК, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НАУ «ХАИ», Харьков;
Е.И. КИРИЛАШ, мл. науч. сотр., НАУ «ХАИ», Харьков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ОХЛАЖДЕНИЯ ГЕНЕРАТОРНОГО ГАЗА В УСТАНОВКЕ УТИЛИЗАЦИИ ОТХОДОВ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Рассмотрена проблема накопления твердых бытовых и производственных отходов, обоснована ее актуальность. Существенным недостатком предложенного способа ее решения – утилизация отходов способом смешанной газификации – является вторичное образование в газообразных продуктах этого процесса высокотоксичных веществ. Для решения этой проблемы предложен способ резкого охлаждения генераторного газа путем впрыскивания в его поток жидкости центробежными диспергирующими форсунками. Выполнено математическое описание процесса охлаждения генераторного газа в установке утилизации отходов жизнедеятельности. На основе классической теории газодинамики получены математические соотношения для описания газовой и дисперсной фазы, а также межфазного взаимодействия в процессе охлаждения.

Ключевые слова: утилизация, отходы, экологическая безопасность, диоксины, математическое моделирование, двухфазная многокомпонентная среда.

Введение. Накопление твердых бытовых и производственных отходов ведет к увеличению экологической нагрузки на окружающую среду. Процесс утилизации твердых бытовых и производственных отходов предполагает затраты, сопоставимые со стоимостью производства первичной продукции. Снизить эти затраты позволяет реализация системы управления экологической безопасностью, в основу которой положен способ смешанной газифи-

© В. В. Вамболь, В. Е. Костюк, Е. И. Кирилаш, 2015

кации и продукты, пригодные для реализации. Как дополнение к преимуществам такого технологического процесса, является получение газообразного топлива (метана). Экологически эффективным этот процесс может быть в случае предотвращения образования высокотоксичных веществ (таких, как диоксины и фураны) на этапе обработки отходов в термохимической пиролизной печи и на выходе из печи при охлаждении генераторного газа.

В настоящей работе представлено математическое описание процесса охлаждения генераторного газа в установке утилизации отходов жизнедеятельности.

Анализ последних достижений и публикаций. Общий подход к созданию системы управления экологической безопасностью при утилизации твердых бытовых и производственных отходов рассмотрен в работе [2]. В последних исследованиях был предложен способ плазменной газификации, который позволяет снижать экологическую нагрузку. Для эффективности данного процесса предлагается проводить смешанную газификации, что позволяет утилизировать отходы и получать продукты для поддержания реакции газификации.

Обеспечения экологичности этого процесса достигается предотвращением образования высокотоксичных веществ путем резкого охлаждения генераторного газа. Основой высокотоксичных веществ в этом случае являются диоксины и, как показано в работе [3], по уровню токсичности эти вещества превосходят все известные токсины. Не разлагаясь в окружающей среде, накапливаясь в верхнем слое почвы, они являются источником загрязнения. Механизм формирования диоксинов описан в работе [5] и представляет собой в нашем случае двухстадийный процесс.

Технологический процесс утилизации с учетом обеспечения экологичности должен включать в себя несколько этапов, а именно: термохимическую газификацию, плазменное дожигание дымовых газов, охлаждение, предварительную очистку, метанирование, окончательную очистку газов и низкотемпературное разделение синтез-газа на топливные продукты. Описание технологического процесса рассмотрено в работе [4]. В термохимической пиролизной печи с плазменным дожиганием применяется процесс послойного пиролиза отходов в условиях недостатка кислорода, что приводит к разложению сложных и тяжелых органических молекул на более простые фрагменты, а последующая обработка дымовых газов плазменной струей позволяет предотвратить образование крупных молекул токсичных соединений посредством разбиения их на отдельные атомы и молекулы. При температуре плазменной струи полностью разрушаются любые органические и биологические материалы, уничтожаются самые токсичные материалы.

Существуют различные способы охлаждения горячих дымовых газов, однако достаточно трудно реализовать резкое его охлаждение в таком широком диапазоне температур. Быстро преодолеть диапазон опасных температур при выходе газового потока из печи позволяет резкое охлаждение генераторного газа путем впрыска воды в газовый поток. Опыт проектирования оросительных систем охлаждения показывает необходимость углубленного исследования процессов течения и тепломассообмена двухфазной многокомпонентной среды с фазовым превращением (испарением) в целях организации необходимой пространственной структуры водного аэрозоля и выработки на этой основе эффективных конструктивных решений. В условиях снижения

затрат на исследование и разработку перспективных технологий численный эксперимент становится одним из наиболее экономичных и удобных способов детального анализа сложных процессов в газодисперсных средах.

Математическое описание процесса охлаждения генераторного газа с помощью впрыскиваемой жидкости, диспергируемой центробежными форсунками, позволит в дальнейшем проводить численные исследования процессов, предотвращающих образование высокотоксичных веществ.

Постановка задачи. Диоксины образуются в газовой фазе в пламени из углеводородов и хлоридов, таких, как фенол и HCl. Известно их образование на частично сгоревшем твердом топливе в зоне горения. Диоксины не стабильны уже при температурах выше $800...850^{\circ}\text{C}$, поэтому при более высоких температурах происходит их разрушение. Существует возможность повторного формирования диоксинов (*de novo*), которая наблюдается в дымовых газах на частицах летучей золы в диапазоне температур $300...450^{\circ}\text{C}$. При такой температуре, когда конкурирующие процессы разрушения диоксинов протекают очень медленно, может происходить каталитическое формирование диоксинов. К факторам их формирования относятся скорость охлаждения газов в диапазоне температур $300...400^{\circ}\text{C}$ и присутствие кислорода. Максимум формирования диоксинов по *de novo* приходится на 400°C . Большие количества диоксинов образуются при сжигании полимерных отходов, содержащих галогены. Для преодоления диапазона опасных температур при выходе газового потока из печи целесообразно применение резкого охлаждения генераторного газа путем впрыска воды в газовый поток (рис. 1).

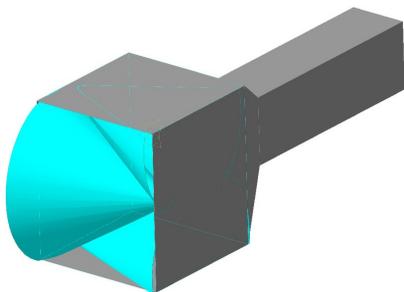


Рис. 1 – Схема создания водяной завесы.

Правильно организованный термодинамический процесс позволит эффективно снизить концентрацию высокотоксичных веществ. Поэтому применение численного моделирования с определением необходимых режимов организации пространственной структуры охлаждающей водяной завесы позволит разработать технологические решения обеспечивающие экологичность процесса утилизации.

Для проведения численного моделирования и визуализации результатов процесса охлаждения генераторного газа необходимо опираться на математический аппарат, адекватно отображающий сложные газодинамические процессы. В нашем случае необходимо учитывать как газовую, так и дисперсную фазу процесса охлаждения. Дополнением для математической модели является описание межфазного взаимодействия.

Опираясь на классические законы сохранения массы и количества движения, применительно к неоднородной по компонентному и фазовому составу среде, необходимо получить математическую модель, позволяющую в дальнейшем проводить расчеты и анализировать целостную картину сложных газодинамических процессов, снижающих образование высокотоксичных веществ.

Математическая модель газовой фазы охлаждения генераторного газа. Для математического моделирования использован классический подход описания процессов течения и тепломассообмена двухфазной многокомпонентной среды с фазовым превращением (испарением) в газоотводящей трубе. Математической формой записи законов сохранения для вязкого газа (пара) являются *уравнения Навье – Стокса*.

При математическом описании газодисперсной среды были приняты следующие основные допущения:

- течение газовой фазы – несжимаемое, турбулентное;
- турбулентность – изотропная.

С учетом ряда введенных допущений квазистационарное существенно дозвуковое течение газовой фазы может быть описано системой осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса [6], включающей в себя уравнение неразрывности, уравнения сохранения импульса, энергии, два уравнения *дифференциальной модели турбулентности k – ε – типа* [7], уравнение сохранения массовых долей химических компонентов и уравнение состояния смеси идеальных газов:

$$\partial u_j / \partial x_j = S_m; \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho \bar{g} = S_{fi}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial u_j h}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_m}{Pr_m} \right) \frac{\partial h}{\partial x_j} = S_q; \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial u_j k}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu + \frac{\mu_m}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} - \rho(G - \varepsilon) = 0; \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial u_j \varepsilon}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu + \frac{\mu_m}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \rho(C_{\varepsilon 1} G - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k} = 0; \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial u_j Y_i}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_m}{Sc_m} \right) \frac{\partial Y_i}{\partial x_j} = S_i; \quad (6)$$

$$p = R \rho T \sum_i \frac{Y_i}{M_i}, \quad (7)$$

где u_j – компоненты вектора осредненной скорости смеси; x_j – декартовы координаты; ρ – плотность смеси; p – давление смеси; τ_{ij} – компоненты тензора напряжений; μ – динамическая вязкость смеси; $\mu_m = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$ – турбулентная вязкость смеси; k, ε – удельная кинетическая энергия турбулентности и удельная скорость ее диссипации, соответственно; h – удельная энтальпия смеси,

$$\tau_{ij} = (\mu + \mu_m) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad h = \sum_i Y_i \left(\Delta h_{fi}^0 + \int_{T^0}^T c_{pi}(T) dT \right),$$

Y_i – массовая доля химического компонента i ; Δh_{fi}^0 – удельная энтальпия образования химического компонента i ; T – температура смеси; T° – стандартная температура; c_{pi} – удельная теплоемкость химического компонента i при постоянном давлении; Pr – число Прандтля; Pr_m – турбулентное число Прандтля; G – член уравнения, который характеризует генерацию кинетической энергии турбулентности за счёт сдвиговых напряжений,

$$G = \mu_m \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

Sc – число Шмидта; Sc_m – турбулентное число Шмидта; R – универсальная газовая постоянная; M_i – молекулярная масса химического компонента i ; S_m , S_{fi} , S_q , S_i – соответственно источники массы, импульса, теплоты и концентрации химических компонентов, которые обусловлены межфазным взаимодействием.

Граничные условия. Система дифференциальных уравнений в частных производных (ДУЧП) (1) – (6) дополняется соответствующими граничными условиями для независимых переменных.

На границах расчетной области задавались следующие граничные условия непрерывной фазы: на входе в газоотводящую трубу – массовый расход генераторного газа ($G_T = 60$ кг/ч), температура генераторного газа ($t_T = 1200^\circ \text{C}$) и интенсивность турбулентности ($I_T = 10$ %), на выходе из газоотводящей трубы – нулевое избыточное статическое давление парогазовой смеси, на стенках – условие прилипания, аппроксимируемое эмпирической пристеночной функцией.

Непосредственное применение условия прилипания требует модификации модели турбулентности в пристеночной области, где турбулентная вязкость близка к молекулярной, и значительного измельчения расчетной сетки вблизи стенки. Опыт численного моделирования трехмерных течений показывает, что сложность геометрической формы расчетной области часто приводит к тому, что именно потребная размерность расчетной сетки становится тем критическим параметром, который определяет возможность проведения вычислительного эксперимента на располагаемой технической базе. Поэтому вместо условия прилипания для описания турбулентного пограничного слоя используются функции стенки – набор полуэмпирических функций, связывающих значения независимых переменных в центре пристеночной расчетной ячейки (точке P) со значениями соответствующих переменных на стенке и базирующихся на предположении Лаундера и Сполдинга [8].

Закон стенки для осредненной скорости имеет вид

$$U^* = \begin{cases} y^*, & \text{при } y^* \leq 11,225; \\ \frac{1}{K} \ln(Ey^*), & \text{при } y^* > 11,225, \end{cases} \quad (8)$$

где K – постоянная Кармана; E – эмпирическая постоянная.

Безразмерные параметры U^* и y^* определяются выражениями

$$U^* = \frac{U_P C_\mu^{1/4} k_P^{1/2}}{\tau_w / \rho}; \quad y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_P^{1/2} y_P}{\mu}, \quad (9)$$

где U_P – осредненная скорость газа в точке P ; k_P – кинетическая энергия турбулентности в точке P ; τ_w – напряжение трения на стенке; ρ – плотность газа; y_P – расстояние от точки P до стенки; μ – динамическая вязкость.

Уравнение (4) переноса кинетической энергии турбулентности k решается во всей расчетной области, включая пристеночные ячейки. Граничное условие для k , задаваемое на стенке, имеет вид $\partial k / \partial n = 0$, где n – локальная координата, нормальная к стенке.

Генерация кинетической энергии турбулентности G и скорость ее диссипации ε , которые входят в *источниковый член* уравнения (4), в пристеночных ячейках рассчитываются на основе гипотезы о локальном равновесии. При этом допущении генерация кинетической энергии турбулентности и скорость ее диссипации в пристеночном контрольном объеме полагаются одинаковыми. В результате уравнение (5) для ε в пристеночных ячейках не решается, вместо этого определяется формулой (10) (где κ – эмпирическая постоянная),

$$\varepsilon_P = \left(C_\mu^{3/4} k_P^{3/2} \right) / \kappa y_P. \quad (10)$$

В общем случае в рабочей зоне движется двухфазный поток, содержащий генераторный газ и полидисперсный водный аэрозоль. Данная математическая модель описывает только газовую фазу. Она необходима в дальнейшем для оценки межфазного взаимодействия диспергированной жидкости и газового потока в газоотводящем канале. Поскольку газовая фаза оказывает воздействие на дисперсную фазу, следует учитывать и обратное влияние дисперсной фазы на континуум. Это двухстороннее взаимодействие учитывается поочередным решением уравнений дисперсной и непрерывной фаз до тех пор, пока решения обеих фаз не установятся.

Таким образом, для создания эффективной оросительной системы охлаждения дымовых газов, образованных при утилизации отходов, требуется учет движения дисперсной фазы и межфазного взаимодействия.

Математическая модель дисперсной фазы охлаждения генераторного газа. Основные соотношения физико-математической постановки задачи используют классический подход движения двухфазного потока. Подобное описание использовано в работе [9] для определения физических, кинематических и геометрических параметров процесса установки водных завес.

В общем случае в рабочей зоне движется двухфазный поток, содержащий генераторный газ и полидисперсный водный аэрозоль. Поскольку объемная концентрация водяных капель в потоке невелика, можно рассматривать движение не взаимодействующих капель различных размеров в отдельности.

В отношении дисперсной фазы принимаем следующие основные допущения:

– дисперсная фаза представляет собой полностью распыленный факел жидкости (воды), состоящий из конечного множества испаряющихся сфери-

ческих капель различных диаметров;

– всеми силами, действующими на каплю, кроме сил тяжести и аэродинамического сопротивления, пренебрегаем;

– процессами вторичного дробления и коагуляции капель пренебрегаем.

При сделанных выше допущениях поведение дисперсной фазы (капель воды) удобно рассматривать в лагранжевом описании. Для распыленных жидкостей общепринятым распределением капель по размерам считается *выражение Розина – Раммлера*. Весь диапазон начальных размеров капель делится на определенное число дискретных интервалов; каждый из них представляется средним начальным диаметром, для которого выполняется траекторный расчет. При этом каждая моделируемая капля фактически представляет собой «пакет» капель с одинаковыми траекториями.

Если распределение капель по размерам описывается формулой Розина – Раммлера, то массовая доля капель с диаметром, большим d , определяется по формуле

$$Y_d = e^{-(d/\bar{d})^n}, \quad (11)$$

где \bar{d} – средний медианный диаметр капель в распыле, соответствующий значению $Y_d = e^{-1} \approx 0,368$; n – параметр распределения.

Движение частицы дисперсной фазы (капли) описывается основным уравнением динамики (*вторым законом Ньютона*). При сделанных выше допущениях уравнение движения одиночной капли в векторной форме имеет вид

$$m_p \cdot d\vec{u}_p / dt = \vec{G} + \vec{F}_R, \quad (12)$$

где m_p – масса капли; \vec{u}_p – скорость капли; t – время; \vec{G} – сила тяжести,

$$\vec{G} = m_p \vec{g}, \quad (13)$$

\vec{g} – ускорение свободного падения; \vec{F}_R – сила аэродинамического сопротивления капли,

$$\vec{F}_R = 0,5 \cdot C_R A_p \rho |\vec{u} - \vec{u}_p| (\vec{u} - \vec{u}_p), \quad (14)$$

где C_R – коэффициент аэродинамического сопротивления капли; A_p – площадь *миделевого сечения* капли; ρ – плотность газа; \vec{u} – скорость газа.

Подставляя выражения (13) и (14) в уравнение (12) и учитывая, что масса сферической капли и площадь ее миделевого сечения определяются выражениями:

$$m_p = \rho_p \pi d_p^3 / 6, \quad (15)$$

$$A_p = 0,25 \pi d_p^2, \quad (16)$$

а также спроецировав векторы обеих частей уравнения (2) на оси неподвижной декартовой системы координат, получим систему уравнений движения капли в виде

$$\frac{du_{pj}}{dt} = \rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} g_j - \frac{3 \rho C_R}{4 \rho_p d_p} (u_{pj} - u_j) \left[\sum_j (u_{pj} - u_j)^2 \right]^{1/2}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (17)$$

Для расчета траектории капли систему (17) следует дополнить следующими очевидными уравнениями (где x_j – декартовы координаты капли)

$$\frac{dx_{pj}}{dt} = u_{pj}, \quad j = 1, 2, 3. \quad (18)$$

При умеренных значениях относительных скоростей движения капель, когда сжимаемостью можно пренебречь, коэффициент аэродинамического сопротивления C_R сферической капли является однозначной функцией относительного числа Рейнольдса, определяемого формулой

$$\text{Re}_p = \frac{\rho d_p |\vec{u} - \vec{u}_p|}{\mu}, \quad (19)$$

где d_p – диаметр капли; μ – динамическая вязкость газа.

Для аппроксимации зависимости $C_R(\text{Re}_p)$ использована эмпирическая формула Чжена – Тризека [10]

$$C_R = \frac{24}{\text{Re}_p} + \frac{6}{1 + \sqrt{\text{Re}_p}} + 0,27. \quad (20)$$

Тепломассообмен каплей описывается двумя моделями: испарения и кипения. Модель испарения действует до тех пор, пока температура капли не достигнет точки кипения T_{bp} . При достижении точки кипения тепломассообмен капли определяется скоростью кипения.

Модель испарения предполагает, что скорость испарения капли определяется законом Фика

$$\frac{dm_v}{dt} = A_v D \rho \frac{dc}{dr}, \quad (21)$$

где m_v – масса пара; ρ – плотность газа; D – коэффициент бинарной диффузии пара в газе; c – объемная концентрация пара; A_v – площадь поверхности испарения; t – время; r – радиальная координата.

Разделив переменные и проинтегрировав уравнение (21) с граничными условиями $c = c_s$ при $r = r_p$, $c = c_\infty$ при $r = \infty$, получим

$$dm_v / dt = \beta A_v \rho (c_s - c_\infty), \quad (22)$$

где c_s – объемная концентрация пара у поверхности капли; r_p – радиус капли; c_∞ – объемная концентрация пара в окружающем газе; β – коэффициент испарения, определяемый экспериментально.

Результаты экспериментальных исследований обычно представляют в виде критериальных зависимостей $Sh(\text{Re}, Sc)$, где Sh – число Шервуда, определяемое формулой

$$Sh = \beta d_p / D. \quad (23)$$

С учетом (23) и того, что площадь испарения сферической капли $A_v = \pi d_p^2$, уравнение (22) принимает вид:

$$dm_v / dt = Sh \rho D \pi d_p^2 (c_s - c_\infty). \quad (24)$$

Для аппроксимации критериальной зависимости $Sh(Re, Sc)$ использована эмпирическая формула Ранца – Маршалла [11]

$$Sh = 2 + 0,6 Re^{0,5} Sc^{0,33}. \quad (25)$$

Концентрация пара на поверхности капли вычисляется, исходя из предположения, что парциальное давление пара на поверхности равно давлению насыщенного пара p_{sat} при температуре капли T_p

$$c_s = \frac{M_v p_{sat}}{M_v p_{sat} + M(p - p_{sat})}, \quad (26)$$

где M и M_v – молекулярные массы газа и пара соответственно; p – абсолютное давление парогазовой смеси.

Уравнение для скорости уменьшения диаметра испаряющейся капли можно получить, проинтегрировав уравнение (24) по времени:

$$dm_p / dt = 0,5\pi\rho_p d_p^2 d(d_p) / dt. \quad (27)$$

С учетом очевидного соотношения $dm_p / dt = -dm_p / dt$ из (24) и (27) окончательно получим:

$$\frac{d(d_p)}{dt} = -\frac{2Sh\rho D}{\rho_p d_p} (c_s - c_\infty). \quad (28)$$

Температура капли изменяется до достижения ею температуры кипения в соответствии с балансом тепла, определяемым уравнением

$$m_p c_p \frac{dT_p}{dt} = \alpha A_v (T_\infty - T_p) + L \frac{dm_v}{dt}, \quad (29)$$

где c_p – теплоемкость капли; α – коэффициент теплоотдачи между каплей и газом, определяемый экспериментально; A_v – площадь поверхности капли; L – скрытая теплота испарения; T_p – температура капли; T_∞ – локальная температура газа.

Результаты экспериментальных исследований обычно представляют в виде критериальных зависимостей $Nu(Re, Pr)$, где Nu – число Нуссельта, определяемое формулой (где λ – теплопроводность газа):

$$Nu = \alpha \lambda d_m / d_p, \quad (30)$$

С учетом (24) и (30) уравнение (29) можно представить в виде

$$\frac{dT_p}{dt} = \frac{(T_\infty - T_p)}{\Theta} + \frac{Q_L}{\Theta}, \quad (31)$$

где

$$Q = \frac{LSh\rho D(c_s - c_\infty)}{Nu\lambda}, \quad (32)$$

$$\Theta = \frac{\rho_p d_p^2 c_p}{6Nu\lambda}. \quad (33)$$

Исходя из допущения о полной аналогии между тепло- и массообменом при определении числа Нуссельта для аппроксимации критериальной зависимости $Nu(Re, Pr)$ использована зависимость, аналогичная формуле (25):

$$Nu = 2 + 0,6 Re^{0,5} Pr^{0,33}. \quad (34)$$

Когда температура капли достигает точки кипения, вместо уравнения (28) применяется уравнение скорости кипения (где $c_{p\infty}$ – теплоемкость газа)

$$\frac{d(d_p)}{dt} = -\frac{4\lambda}{\rho_p c_{p\infty} d_p} * \left(1 + 0,23 Re_p^{0,5} \ln \left[1 + \frac{c_{p\infty}(T_\infty - T_p)}{L} \right] \right), \quad (35)$$

Уравнение (35) выведено в предположении стационарного течения при постоянном давлении. Считается, что пока применяется закон кипения, капля сохраняет постоянную температуру.

Таким образом, поведение одиночной капли в известном газодинамическом поле описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) (17), (18), (28), (31), (35). В этой системе искомыми функциями являются проекции абсолютной скорости капли u_{pj} , ее координаты x_{pj} , диаметр d_p и температура T_p . Остальные величины являются параметрами. Часть из этих параметров функционально связана с независимыми переменными. Поэтому для замыкания системы ее необходимо дополнить алгебраическими соотношениями (11), (19), (20) (23), (25), (26), (30), (34), а также формулами, выражающими зависимость теплофизических свойств капли от ее температуры.

Начальные условия. Для численного решения системы ОДУ (17), (18), (28), (31), (35) необходимо задать начальные условия, то есть значения независимых переменных в начальный момент времени $t = 0$: u_{pj0} , x_{pj0} , d_p , T_p .

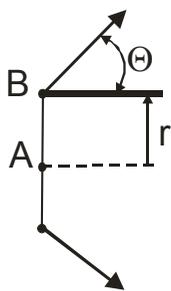


Рис. 2 – Схема ввода каплей.

При моделировании предполагалось, что капли стартуют через три (по количеству форсунок) ввода типа «кромка конуса»: точки B старта каплей равномерно распределены по окружности радиуса r с центром в точке A (рис. 2).

Начальные диаметры представительных капель d_p задавались по гистограмме начального распределения каплей по размерам, построенной с помощью уравнения (11).

Начальная скорость каплей полагалась равной скорости истечения жидкости из сопла форсунки. Начальная температура каплей полагалась равной 20°C .

Начальное направление вектора начальной скорости каплей определялось по значению корневого угла факела распыливания.

Модель межфазного взаимодействия. Взаимодействие между фазами учитывается с помощью дискретной модели «частица – источник в ячейке», в соответствии с которой присутствие капли в потоке проявляется через дополнительные источники в уравнениях сохранения сплошной фазы [12]. Во время расчета траекторий каплей отслеживаются импульс, масса и теплота, приобретаемые или теряемые «пакетом» каплей, следующих вдоль данной траектории. Затем эти значения включаются в расчет газовой фазы в виде источников членов S_m , S_q , $S_{\dot{m}}$ в уравнениях газовой динамики. Таким образом,

поскольку газовая фаза уже оказывает воздействие на дисперсную фазу через уравнения (17), (18), (28), (31), (35), учитывается и обратное влияние дисперсной фазы на континуум. Это двухстороннее взаимодействие учитывается поочередным решением уравнений дисперсной и непрерывной фаз до тех пор, пока решения обеих фаз не установятся. Схема модели межфазного взаимодействия показана на рис. 3.

Обмен массой. Перенос массы от дисперсной фазы к непрерывной фазе рассчитывается путем оценки изменения массы капли при ее прохождении через каждый контрольный объем геометрической модели.

Это изменение массы рассчитывается по формуле:

$$\Delta S_m = \sum \left(\frac{\Delta m_p}{m_{p0}} \cdot \dot{m}_{p0} \right), \quad (36)$$

где Δm_p – изменение массы капли в контрольном объеме; m_{p0} – начальная масса капли; \dot{m}_{p0} – начальное значение массового расхода капель.

Обмен импульсом. Перенос импульса от непрерывной фазы к дисперсной фазе вычисляется путем оценки изменения импульса капли при ее прохождении через каждый контрольный объем геометрической модели. Это изменение импульса рассчитывается по формуле:

$$\Delta S_{fi} = \sum \left(\frac{2\mu C_R \text{Re}_p}{3\rho_p d_p^2} (u_{pi} - u_i) \cdot \dot{m}_p \Delta t \right), \quad (37)$$

где \dot{m}_p – массовый расход пара от испаряющейся капли; Δt – шаг по времени.

Теплообмен. Перенос тепла от непрерывной фазы к дисперсной фазе рассчитывается путем оценки изменения энтальпии капли при ее прохождении через каждый контрольный объем геометрической модели. Это изменение рассчитывается

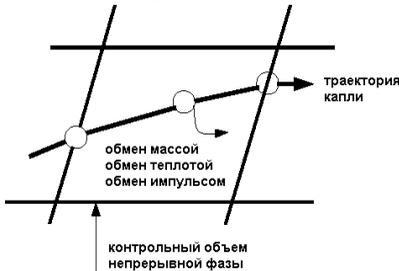


Рис. 3 – Схема межфазного взаимодействия.

ся по формуле:

$$\Delta S_q = \sum \left(\frac{\bar{m}_p}{m_{p0}} c_p \Delta T_p + \frac{\Delta m_p}{m_{p0}} \left(-L + \int_{T^0}^{T_p} c_{pi}(T) dT \right) \cdot \dot{m}_{p0} \right), \quad (38)$$

где \bar{m}_p – средняя масса капли в контрольном объеме; c_p – теплоемкость капли; ΔT_p – изменение температуры капли в контрольном объеме; L – скрытая теплота испарения; c_{pi} – теплоемкость пара топлива; T_p – температура капли на выходе из контрольного объема; T^0 – стандартная температура для энтальпии.

Выводы. Представленная математическая модель газовой составляющей охлаждения генераторного газа разработана на основе универсального классического подхода и позволяет описать особенности трехмерных течений в камере охлаждения. Полученная математическая модель учитывает не только газовую и дисперсионную составляющую, но и межфазовое взаимо-

действие.

На основе полученных результатов в дальнейшем возможно проведение численных исследования газодинамических процессов, предотвращающих образование высокотоксичных веществ.

Список литературы: 1. *Нечипорук Н. В., Эрсамбетов В.Ш.* Альтернативная технология утилизации отходов жизнедеятельности // Экологічна безпека. – Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 2/2012 (14). – С. 80 – 84. 2. *Кобрин В.Н., Нечипорук Н.В., Вамболь В.В.* Система управления экологической безопасностью при утилизации твердых бытовых и производственных отходов // Экологічна безпека. – Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 2/2014 (18). – С. 24 – 29. 3. *Федоров Л.А.* Диоксины как экологическая опасность: ретроспектива и перспективы // Распад и образование диоксида при горении отходов. – М.: Наука, 1994. – Т. 13. – № 2. – С. 17 – 33. 4. *Вамболь В.В.* Математическое моделирование газовой фазы охлаждения генераторного газа установки утилизации отходов жизнедеятельности // Вісник Кременчуцького національного ун-ту ім. М. Остроградського: зб. наук. праць. – Кременчук: КрНУ, 2014. – № 6/2014 (89). – Ч. 1. – С. 148 – 152. 5. *Милош В.В.* Диоксины и их потенциальная опасность в экосистеме «человек – окружающая среда» [Электронный ресурс] / В.В. Милош. – Режим доступа: <http://crowngold.narod.ru/articles/dioxini.htm>. 6. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с. 7. *Launder B.E.* Lectures in Mathematical Models of Turbulence / B.E. Launder, D.B. Spalding. – London: Academic Press, 1972. – 46 p. 8. *Launder B.E.* The Numerical Computation of Turbulent Flows / B.E. Launder, D.B. Spalding // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 1974. – No. 3. – P. 269 – 289. 9. *Вамболь С.А.* Моделирование дисперсной фазы процесса установки водных завес в системах управления экологической безопасности // Науковий журнал «Екологічна безпека» – Кременчук: КрНУ, 2012. – Вип. 2/2012 (14). – С. 15 – 18. 10. *Костюк В.Е.* К выбору аппроксимирующего выражения для коэффициента аэродинамического сопротивления капли // Науч.-метод. материалы по теории авиационных двигателей: Сб. науч. тр. – Харьков: ХВВАИУ, 1988. – Вып. 6. – С. 13 – 21. 11. *Шервуд Т., Пизфорд Р., Уилки Ч.* Массопередача. – М.: Машиностроение, 1988. – 600 с. 12. *Crowe C.T.* The particle-source-in-cell model for gas-droplet flows / C.T. Crowe, M.P. Sharma, D.E. Stock // ASME Trans. J. Fluids Eng. – 1977. – 8 p.

Bibliography (transliterated): 1. *Nechiporuk, N. V., and V. Sh. Ersmambetov.* "Al'ternativnaja tehnologija utilizacii othodov zhiznedejatel'nosti." *Ekologichna bezpeka*. No. 2/2012 (14). Kremenchuk: KrNU, 2012. 80–84. Print. 2. *Kobrin, V. N., N. V. Nechiporuk and V. V. Vambol'.* "Sistema upravlenija ekologicheskoi bezopasnost'ju pri utilizacii tverdyh bytovykh i proizvodstvennykh othodov." *Ekologichna bezpeka*. No. 2/2014 (18). Kremenchuk: KrNU, 2012. 24–29. Print. 3. *Fedorov, L. A.* "Dioksiny kak ekologicheskaja opasnost': retrospektiva i perspektivy." *Raspad i obrazovanie dioksina pri gorienii othodov*. Vol. 13. No. 2. Moscow: Nauka, 1994. 17–33. Print. 4. *Vambol', V. V.* "Matematicheskoe modelirovanie gazovoj fazy ohlazhdenija generatornogo gaza ustanovki utilizacii othodov zhiznedejatel'nosti." *Visnyk Kremenchuc'kogo nacional'nogo un-tu im. M. Ostrogradsk'kogo: zb. nauk. prac'*. No. 6/2014 (89). Vol. 1. Kremenchuk: KrNU, 2014. 148–152. 5. *Milosh, V. V.* Dioksiny i ih potencial'naja opasnost' v ekosisteme «chelovek – okružhajushhaja sreda». 30 October 2009. Web. 20 May 2015. <<http://crowngold.narod.ru/articles/dioxini.htm>>. 6. *Lojczanskiy, L. G.* *Mehanika zhidkosti i gaza*. Moscow: Nauka, 1978. Print. 7. *Launder, B. E., and D. B. Spalding.* *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*. London: Academic Press, 1972. Print. 8. *Launder, B. E., and D. B. Spalding.* "The Numerical Computation of Turbulent Flows." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. No. 3. 1974. 269–289. Print. 9. *Vambol', S. A.* "Modelirovanie dispersnoj fazy processa ustanovki vodnykh zaves v sistemah upravlenija ekologicheskoi bezopasnosti. *Naukovyj zhurnal «Ekologichna bezpeka»* No. 2/2012 (14). Kremenchuk: KrNU, 2012. 15–18. Print. 10. *Kostjuk, V. E.* "K vyboru approksimirujushhego vyrazhenija dlja koefefficijenta aerodinamicheskogo soprotivlenija kapli." *Nauch.-metod. materialy po teorii aviacionnykh dvigatelej: Sb. nauch. tr.* No. 6. Khar'kov: HVVAIU, 1988. 13–21. Print. 11. *Shervud, T., et al.* *Massoperedacha*. Moscow: Mashinostroenie, 1988. Print. 12. *Crowe, C. T., M. P. Sharma and D. E. Stock.* *The particle-source-in-cell model for gas-droplet flows*. ASME Trans. J. Fluids Eng. 1977. Print.

Поступила (received) 11.05.2015