

О. М. НАЗАРЕНКО

## ДИФРАКЦІЯ ПЛОСКИХ ГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ НА ПЕРІОДИЧНІЙ СИСТЕМІ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПОРОЖНИН

Розглядається задача про взаємодію плоскої подовжньої або поперечної гармонічної хвилі на періодичній системі циліндричних порожнин. Будуються інтегральні зображення амплітуд переміщень відбитого поля, і задача зводиться до розв'язання системи сингулярних інтегральних рівнянь. Чисельна реалізація побудованих алгоритмів проводиться методом механічних квадратур. Приведені залежності напружень на границі порожнин від динамічних, механічних та геометричних характеристик.

**Ключові слова:** дифракція, порожнина, функція Гріна, інтегральне рівняння, метод механічних квадратур.

**Вступ.** Проблема концентрації динамічних напружень поблизу циліндричних порожнин у пружному середовищі при взаємодії з ними гармонічних хвиль є актуальною. В [1] методом інтегральних рівнянь розглядається дифракція хвилі зсуву на циліндричних неоднорідностях у півпросторі. В [2, 3] цей метод застосований для розв'язання плоскої задачі про взаємодію пружних хвиль з циліндричною порожниною. В [4, 5] за допомогою методів  $R$ -функцій та розкладання в ряд Фур'є відповідно досліджуються задачі дифракції подовжніх та поперечних хвиль на декількох порожнинах. Періодичні задачі про взаємодію плоских хвиль на кругових циліндричних неоднорідностях вивчаються в [6]. У випадку циліндрів довільного поперечного перерізу ефективно працює метод інтегральних рівнянь. В [7, 8] цим методом розглянута дифракція пружних хвиль на періодичній системі нерухомих та жорстких включень відповідно. У даній роботі метод інтегральних рівнянь поширюється на плоскі динамічні задачі для періодичної системи порожнин довільного поперечного перерізу.

**Постановка задачі.** Розглянемо в необмеженому ізотропному середовищі  $2d$  – періодичну уздовж осі  $Ox_1$  систему циліндричних порожнин, поперечні перерізи яких у площині  $Ox_1x_2$  обмежені замкнутими контурами  $L_j = L(\text{mod } 2d)$  типу Лянуова. В якості зовнішнього впливу будемо розглядати падаючу з нескінченності монохроматичну хвилю розширення-стиску ( $P$  – хвилю)

$$U_1^{(0)} = 0, U_2^{(0)} = \tau_1 e^{-i\gamma_1 x_2}, \gamma_1 = \frac{\omega}{c_1}, c_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (1)$$

або поперечну хвилю ( $SV$  – хвилю)

$$U_1^{(0)} = \tau_2 e^{-i\gamma_2 x_2}, U_2^{(0)} = 0, \gamma_2 = \frac{\omega}{c_2}, c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (2)$$

Тут  $c_1$  і  $c_2$  – швидкості подовжньої та поперечної хвиль;  $\omega$  – частота коливань;  $\lambda$  і  $\mu$  – коефіцієнти Ламе;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\rho$  – щільність середовища, залежність від часу  $t$  виражається множителем  $e^{-i\omega t}$  ( $i^2 = -1$ ).

В результаті взаємодії падаючої хвилі з системою циліндрів утворюються відбиті подовжні та поперечні хвилі. Сумарні амплітуди хвильових полів переміщень і напружень задамо у вигляді

$$U_k = U_k^{(1)} + U_k^{(0)}, \tau_{mn} = \tau_{mn}^{(1)} + \tau_{mn}^{(0)} \quad (k, m, n = 1, 2), \quad (3)$$

де  $U_k^{(0)}$ ,  $\tau_{mn}^{(0)}$  і  $U_k^{(1)}$ ,  $\tau_{mn}^{(1)}$  – амплітуди компонентів вектора переміщень, тензора напружень падаючого і відбитого полів, відповідно.

У випадку гармонічних хвильових коливань пружного тіла амплітуди переміщень  $U_k$  і напружень  $\tau_{mn}$  задовольняють співвідношенням ( $\delta_{mn}$  – символ Кронекера,  $m, n, k = 1, 2$ ):

$$L_{mk} U_k = 0, \tau_{mn} = \lambda \delta_{mn} (U_{1,1} + U_{2,2} + \mu (U_{m,n} + U_{n,m})), L_{12} = L_{21} = (\lambda + \mu) \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}, \quad (4)$$

$$L_{11} = \mu \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \rho \omega^2, L_{22} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \mu \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \rho \omega^2.$$

Граничні умови на контурі  $L$  порожнини будемо задавати у вигляді

$$(S_1 + iS_2)|_L = 0, (S_1 - iS_2)|_L = 0, \quad (5)$$

де  $S_1$  і  $S_2$  – амплітуди тангенціальної і нормальної компонент вектора напруження на контурі  $L$ , які у довільній точці  $\zeta_0 = \xi_0 + i\eta_0 \in L$  виражаються через компоненти тензора амплітуд напружень за допомогою формул:

$$\begin{aligned} 2i(S_1 + iS_2) &= (\tau_{11} + \tau_{22}) e^{i\varphi_0} + (\tau_{22} - \tau_{11} - 2i\tau_{12}) e^{-i\varphi_0}; \\ -2i(S_1 - iS_2) &= (\tau_{11} + \tau_{22}) e^{-i\varphi_0} + (\tau_{22} - \tau_{11} + 2i\tau_{12}) e^{i\varphi_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

Тут  $\varphi_0$  – кут між віссю  $Ox_1$  та дотичною до  $L$  у точці  $\zeta_0 \in L$ .

Отже, задача полягає в розв’язанні рівняння руху (4) при виконанні умов випромінювання на нескінченності (відбиті хвилі  $U_k^{(1)}$  повинні бути розбіжними) і граничних умов на контурі циліндричної порожнини  $L$  (5). На границі порожнини нас буде цікавити розподіл напруження  $\tau_s = \tau_{11} + \tau_{22}$ .

**Метод розв’язання задачі.** Амплітуди переміщень  $U_k^{(1)}$  відбитого поля будемо шукати у такому вигляді, щоб вони автоматично задовольняли рівнянням руху (4) та забезпечували виконання умов випромінювання на нескінченності. Слідуючи [7], покладемо (підсумовування по  $n = 1, 2$ )

$$U_k^{(1)}(M) = \int_L V_n^{(k)}(M, P) p_n(s) ds, \quad \tau_{mk}^{(1)} = \int_L \sigma_{mk}^{(n)}(M, P) p_n(s) ds, \quad k, m = 1, 2, \quad (7)$$

де  $p_n(s)$  – невідомі функції;  $V_n^{(k)}$  – компоненти матриці Гріна, що представляють собою амплітуди переміщень в точці  $M$  при дії періодичної системи гармонічних сил, зосереджених в точках  $\zeta_j = \xi + 2jd + i\eta \in L_j$  ( $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) і направлених вздовж осі  $Ox_1$  ( $k = 1$ ) або вздовж осі  $Ox_2$  ( $k = 2$ ).

Амплітуди переміщень  $V_n^{(k)}$  та відповідних компонент тензора напружень  $\sigma_{mn}^{(k)}$  визначались зі співвідношень ( $\delta(x_1, x_2)$  – функція Дірака)

$$V_n^{(k)} = (-1)^{n+k} L_{nk} G, \quad \sigma_{mn}^{(k)} = \lambda \delta_{mn} (V_{1,1}^{(k)} + V_{2,2}^{(k)}) + \mu (V_{m,n}^{(k)} + V_{n,m}^{(k)}), \quad (8)$$

$$(\Delta + \gamma_1^2)(\Delta + \gamma_2^2)G = F, \quad F = -c \sum_{j=-\infty}^{\infty} \delta(x_1 - \xi + 2jd, \quad x_2 - \eta), \quad c = \frac{1}{\mu(\lambda + 2\mu)},$$

$$G(M, P) = \frac{c}{2d(\gamma_2^2 - \gamma_1^2)} \sum_{j=0}^{\infty} \left( \frac{e^{-\beta_1|x_2 - \eta|}}{\beta_1} - \frac{e^{-\beta_2|x_2 - \eta|}}{\beta_2} \right) \frac{\cos \alpha_j(x_1 - \xi)}{1 + \delta_{j0}},$$

$$\alpha_j = \frac{\pi j}{d}, \quad \beta_m = \sqrt{\alpha_j^2 - \gamma_m^2}, \quad \alpha_j > \gamma_m; \quad \beta_m = -i\sqrt{\gamma_m^2 - \alpha_j^2}, \quad \alpha_j < \gamma_m.$$

При вказаному тут виборі знаків для  $\beta_m$  поле відбитих хвиль має розбіжний характер, що відповідає умові випромінювання на нескінченності.

Аналіз виразів для компонент матриці Гріна  $V_n^{(k)}$  показує, що функції  $V_n^{(n)}$  мають логарифмічну особливість, яка для побудови ефективного чисельного алгоритму виділялась в явному вигляді. Для цього фундаментальний розв’язок  $G$  (8) подавався у вигляді  $G = G_0 + (G - G_0)$ , де  $G_0$  – періодичний фундаментальний розв’язок бігармонійного рівняння  $\Delta^2 G_0 = F$ , що відповідає статичній задачі ( $\omega = 0$ ).

Залишається виконати крайові умови на контурі порожнини (5). Задовольняючи їх, приходимо до системи сингулярних інтегральних рівнянь другого роду (риска над змінною означає спряженість, тобто якщо  $z = x_1 + ix_2$ , то  $\bar{z} = x_1 - ix_2$ ):

$$-\frac{1}{2} f_n(s_0) + \int_L (f_1(s) E_{n1}(s, s_0) + f_2(s) E_{n2}(s, s_0)) ds = N_n(s_0), \quad (9)$$

$$f_1 = p_1 + ip_2, \quad f_2 = p_1 - ip_2, \quad E_{mn} = \frac{(-1)^m i}{8d(1-\nu)} \left( L_{mn} + \sum_{j=0}^{\infty} M_{mn} \right), \quad m, n = 1, 2;$$

$$L_{11} = \frac{1}{2} \left( \chi \operatorname{ctg} \frac{\pi(\bar{\zeta}_0 - \bar{\zeta})}{2d} e^{-i\varphi_0} - \operatorname{ctg} \frac{\pi(\zeta_0 - \zeta)}{2d} e^{i\varphi_0} \right), \quad L_{22} = \bar{L}_{11};$$

$$L_{21} = i \operatorname{ctg} \frac{\pi(\zeta_0 - \zeta)}{2d} \sin \varphi_0 + \frac{\pi}{2id} \frac{\eta_0 - \eta}{\sin^2 \frac{\pi(\zeta_0 - \zeta)}{2d}} e^{i\varphi_0}, \quad L_{12} = \bar{L}_{21}, \quad \zeta = \xi + i\eta \in L;$$

$$M_{mm} = t_n r_n + \left( \frac{\alpha_j}{\beta_1} d_1 + \frac{\alpha_j}{\beta_2} d_2 \right) \sin \alpha_j (\zeta_0 - \zeta) - (-1)^n h_0 i (d_1 + d_2) \cos \alpha_j (\zeta_0 - \zeta) - k_n;$$

$$M_{mn} = t_n r_m + \left( \frac{\alpha_j}{\beta_1} a_1 - \frac{\alpha_j}{\beta_2} a_2 \right) \sin \alpha_j (\zeta_0 - \zeta) - (-1)^m h_0 i (b_1 - b_2) \cos \alpha_j (\zeta_0 - \zeta) + q_m, \quad m \neq n;$$

$$t_n = \left( -\frac{\alpha_j}{\beta_1} \sin \alpha_j (\zeta_0 - \zeta) - (-1)^n h_0 i \cos \alpha_j (\zeta_0 - \zeta) \right) e^{-\beta_1 |\eta_0 - \eta|}, \quad r_1 = e^{2i\varphi_0}, \quad r_2 = \bar{r}_1;$$

$$k_1 = h_0 i \left( \chi e^{-h_0 i \alpha_j (\bar{\zeta}_0 - \bar{\zeta})} + e^{h_0 i \alpha_j (\zeta_0 - \zeta)} e^{2i\varphi_0} \right) \frac{e^{-i\varphi_0}}{1 + \delta_{j0}}, \quad k_2 = \bar{k}_1;$$

$$q_1 = h_0 i e^{-h_0 i \alpha_j (\bar{\zeta}_0 - \bar{\zeta})} \left( \alpha_j |\eta_0 - \eta| + e^{2i\varphi_0} - 1 \right) \frac{e^{-i\varphi_0}}{1 + \delta_{j0}}, \quad q_2 = \bar{q}_1, \quad h_0 = \text{sign}(\eta_0 - \eta);$$

$$a_n = \frac{4\beta_n^2 + \gamma_n^2}{\gamma_2^2 - \gamma_1^2} e^{-\beta_n |\eta_0 - \eta|}, \quad b_n = \frac{4\alpha_n^2 + \gamma_n^2}{\gamma_2^2 - \gamma_1^2} e^{-\beta_n |\eta_0 - \eta|}, \quad d_n = \frac{\gamma_n^2}{\gamma_2^2 - \gamma_1^2} e^{-\beta_n |\eta_0 - \eta|};$$

$$N_n = \frac{\mu \gamma_1 \tau_1}{0,5 - \nu} e^{-i\gamma_1 \eta_0} [(-1)^{n+1} (1 - \nu) \cos \varphi_0 + i \nu \sin \varphi_0] \text{ у випадку } P\text{-хвилі};$$

$$N_n = i \mu \gamma_2 \tau_2 e^{-i\gamma_2 \eta_0} e^{(-)^n \varphi_0} \text{ у випадку } SV\text{-хвилі}.$$

Тут ядра  $E_{11}$  та  $E_{22}$  – сингулярні, а ядра  $E_{12}$  та  $E_{21}$  – неперервні.

**Результати чисельних досліджень.** При чисельній реалізації використовувався метод механічних квадратур [9]. В якості прикладу розглядалося середовище, що містить періодичну систему циліндричних порожнин еліптичного поперечного перерізу

$$\xi = a \sin \beta, \quad \eta = -b \cos \beta, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi. \tag{10}$$

На контурі  $L$  порожнини проводилось обчислення безрозмірних значень амплітуд напружень  $\sigma_s = \tau_s / P$ , де  $P$  – максимальне значення напруження в падаючій хвилі, що дорівнює  $\gamma_1 \tau_1 (\lambda + 2\mu)$  у випадку випромінювання  $P$ -хвилі (1) та  $\gamma_2 \tau_2 \mu$  – у випадку випромінювання  $SV$ -хвилі (2).

На рис. 1 і рис. 2 зображено розподіл напруження  $\sigma_s$  на контурі еліптичної порожнини у випадку  $P$ -хвилі (а) та  $SV$ -хвилі (б). Криві 1, 2 і 3 приведені для  $\nu = 0,3$ ;  $\gamma_1 d = 1,0$  і відповідають значенням  $a/d = 0,3$ ;  $0,5$ ; і  $0,7$  при  $b/a = 0,5$  на рис. 1 та значенням  $b/a = 0,5$ ;  $2,0$ ; і  $5,0$  при  $a/d = 0,5$  на рис. 2.

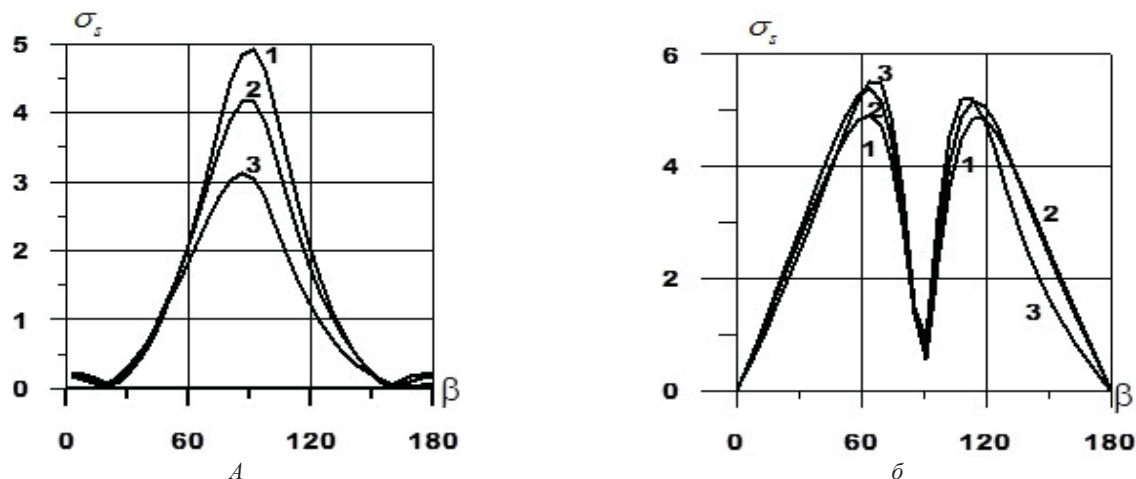


Рис. 1 – Розподіл напружень на контурі еліптичної порожнини для різних значень  $a/d$  у випадку: а –  $P$ -хвилі; б –  $SV$ -хвилі.

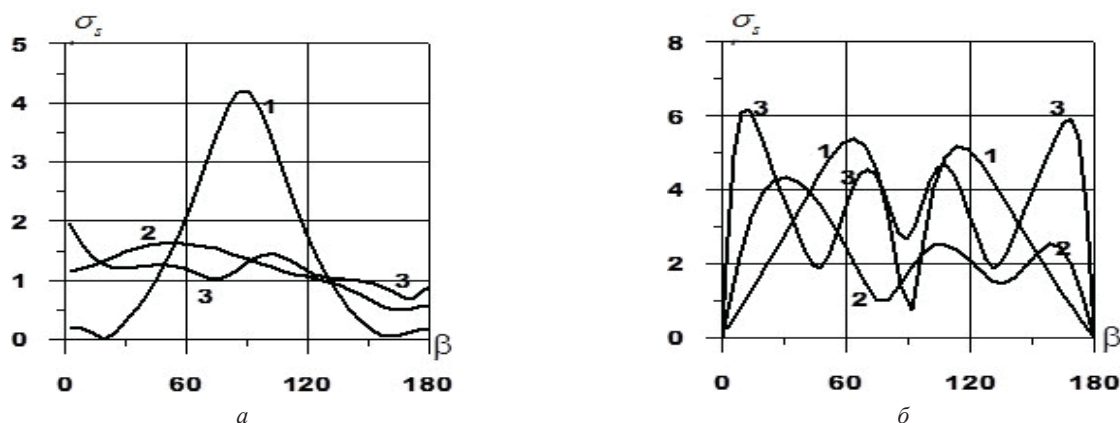


Рис. 2 – Розподіл напружень на контурі еліптичної порожнини для різних значень  $b/a$  у випадку: а –  $P$ -хвилі; б –  $SV$ -хвилі.

Аналіз отриманих результатів свідчить, що розподіли контурних напружень у  $P$ - і  $SV$ - випадках принципово відрізняються один від одного. Так, при  $b/a < 1$  поблизу точки зісковзування  $\beta = 90^\circ$  напруження  $\sigma_s$  має максимум при випромінюванні  $P$ -хвилі та локальний мінімум у випадку  $SV$ -хвилі. Зі зростанням параметра  $b/a$  ( $b/a > 1$ ) характер розподілу  $\sigma_s$  ускладнюється, причому кількість точок максимуму та мінімуму збільшується. У  $SV$ -випадку напруження  $\sigma_s$  у лобовій ( $\beta = 180^\circ$ ) та тіньовій ( $\beta = 0^\circ$ ) точках дорівнюють нулю.

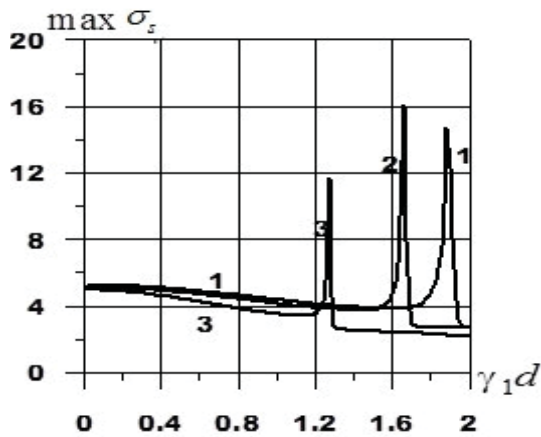


Рис. 3 – Залежність максимальних напружень від  $\chi_1 d$  у випадку  $P$ -хвилі.

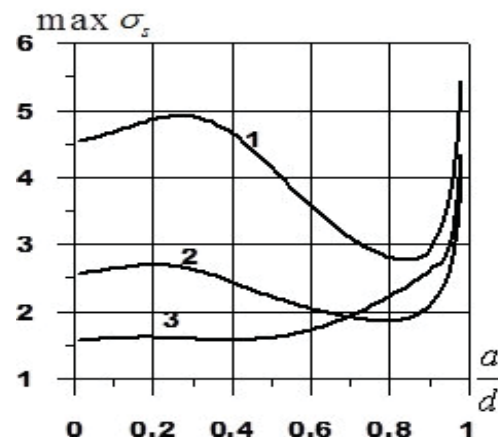


Рис. 4 – Залежність максимальних напружень від  $a/d$  у випадку  $P$ -хвилі.

На рис. 3 і 4 приведені залежності максимальних контурних напружень від параметрів  $\chi_1 d$  і  $a/d$  відповідно при набіганні на порожнини  $P$ -хвилі. Криві 1, 2 і 3 відповідають значенням  $\nu = 0,2; 0,3$  і  $0,4$  при  $a/d = 0,5$ ;  $b/a = 0,5$  на рис. 3 та значенням  $b/a = 0,5; 1,0$  і  $2,0$  при  $\nu = 0,3$ ;  $\chi_1 d = 1,0$  на рис. 4. Різке зростання напруження  $\sigma_s$  на рис. 3 спостерігається поблизу так званих *точок ковзання* [6], що відповідають значенням  $\chi_1 d = \pi k$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Аналіз кривих, зображених на рис. 4, свідчить, що із зменшенням параметру  $b/a$  максимальні значення напруження на контурі еліптичної порожнини (10) збільшуються; особливо це відчутно при віддаленні порожнин одна від одної.

Відмітимо, що також обчислювались напруження у випадку періодичної системи кругових порожнин та порівнювались з приведеними в [7]. Крім того, здійснювався граничний перехід до одиночної порожнини ( $a/d \rightarrow 0$ ) і результати порівнювались з наведеними в [3]. Ідентичність графіків напружень свідчить про достовірність побудованого алгоритму.

**Висновки.** У даній статті запропоновано підхід до розв'язання задач дифракції пружних гармонічних хвиль на періодичній системі циліндричних порожнин в умовах плоскої деформації. Будуються інтегральні зображення амплітуд переміщень відбитого поля, які автоматично задовольняють рівнянням руху і умовам випромінювання на нескінченності. Крайові задачі зведені до системи сингулярних інтегральних рівнянь, які реалізуються чисельно методом механічних квадратур. Приводяться залежності напружень на контурах еліптичних порожнин в залежності від механічних, геометричних та динамічних характеристик.

**Список літератури:** 1. Назаренко А.М. Дифракция волн сдвига на цилиндрических включениях и полостях в упругом полупространстве // Пробл. прочности. – 1990. – №11. – С. 90 – 94. 2. Фильштинский Л.А. Дифракция упругих волн на трещинах, отверстиях, включениях в изотропной среде // Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. – 1991. – №4. – С. 119 – 127. 3. Назаренко А.М., Панченко Б.Е., Ложкин А.М. Взаимодействие упругих волн с цилиндрической полостью в условиях плоской деформации // Вісник НТУ «ХП». Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – 2005. – № 47. – С. 112 – 117. 4. Гуляев Ю.В., Кравченко В.Ф., Рвачев В.Л., Сизова Н.Д. Исследование дифракции упругих волн на пластинах, ослабленных двумя отверстиями произвольной формы // ДАН. Математическая физика. – 1996. – 349, № 2. – С. 175 – 179. 5. Гузь А.Н. О концентрации напряжений около нескольких отверстий в элементах конструкций. // Прикл. механика. – 1994. – 30, № 4. – С. 6 – 13. 6. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Черевко М.А. Дифракция упругих волн. – Киев: Наук. думка, 1978. – 307 с. 7. Назаренко А.М., Ложкин А.М. Взаимодействие плоских гармонических волн с периодической системой неподвижных цилиндрических включений в условиях плоской деформации // Вісник НТУ «ХП». Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – 2005. – №20. – С. 129 – 134. 8. Назаренко А.М., Ложкин А.М. Дифракция плоских гармонических волн на периодической системе жестких цилиндров // Межвед. научный сборник «Динамические системы». – 2006. – № 2. – С. 81 – 88. 9. Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук З.Т. Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. – Киев: Наук. думка, 1984. – 344 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Nazarenko, A. M. "Difrakcija voln sdviga na cilindricheskikh vkljuchenijah i polostjah v uprugom poluprostranstve." *Probl. prochnosti*. No. 11. 1990. 90–94. Print. 2. Fil'shtinskij, L. A. "Difrakcija uprugih voln na treshhinah, otverstijah, vkljuchenijah v izotropnoj srede." *Izv. AN SSSR. Mehanika tverdogo tela*. No. 4. 1991. 119–127. Print. 3. Nazarenko, A. M., B. E. Panchenko and A. M. Lozhkin.

"Vzaimodejstvie uprugih voln s cilindricheskoj polostju v uslovijah ploskoj deformacii." *Visnyk NTU «KhPI». Tematychnyj vypusk: Dynamika i micnist' mashyn.* No. 47. 2005. 112–117. Print. **4.** Guljaev, Yu. V., et al. "Issledovanie difrakcii uprugih voln na plastinah, oslablennyh dvumja otverstijami proizvol'noj formy." *DAN. Matematicheskaja fizika.* Vol. 349. No. 2. 1996. 175–179. Print. **5.** Guz', A. N. "O koncentracii naprjazhenij okolo neskol'kih otverstij v elementah konstrukcii." *Prikl. mehanika.* Vol. 30. No. 4. 1994. 6–13. Print. **6.** Guz', A. N., V. D. Kubenko and M. A. Cherevko. *Difrakcija uprugih voln.* Kiev: Nauk. dumka, 1978. Print. **7.** Nazarenko, A. M., and A. M. Lozhkin. "Vzaimodejstvie ploskih garmonicheskikh voln s periodicheskoj sistemoj nepodviznyh cilindricheskikh vkljuchenij v uslovijah ploskoj deformacii." *Visnyk NTU «KhPI». Tematychnyj vypusk: Dynamika i micnist' mashyn.* No. 20. 2005. 129–134. Print. **8.** Nazarenko, A. M., and A. M. Lozhkin. "Difrakcija ploskih garmonicheskikh voln na periodicheskoj sisteme zhestkih cilindrov." *Mezhved. nauchnyj sbornik «Dinamicheskie sistemy».* No. 2. 2006. 81–88. Print. **9.** Panasjuk, V. V., M. P. Savruk and Z. T. Nazarchuk. *Metod singularnyh integral'nyh uravnenij v dvumernyh zadachah difrakcii.* Kiev: Nauk. dumka, 1984. Print.

Надійшла (received) 03.09.2015

**Назаренко Олександр Максимович** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, Сумський державний університет, м. Суми; тел.: (066) 921-55-34; e-mail: aleksandr-nazarenko54@mail.ru.

**Назаренко Александр Максимович** – кандидат физико-математических наук, доцент, Сумской государственной университет, г. Сумы; тел.: (066) 921-55-34; e-mail: aleksandr-nazarenko54@mail.ru.

**Nazarenko Aleksandr Maksimovich** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Sumy State University, Sumy; tel.: (066) 921-55-34; e-mail: aleksandr-nazarenko54@mail.ru.

УДК 621.923

**Ф. В. НОВИКОВ, О. С. КЛЁНОВ, И. В. ГЕРШИКОВ**

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООВОГО ПРОЦЕССА ПРИ ШЛИФОВАНИИ

Предложено новое теоретическое решение по определению температуры резания и глубины проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали при шлифовании с учетом перерезания шлифовальным кругом адиабатических стержней, набором которых условно представлен снимаемый припуск. Показано, что с течением времени обработки температура резания непрерывно увеличивается, асимптотически приближаясь к определенному значению, а глубина проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали при шлифовании принимает конечное значение.

**Ключевые слова:** шлифование, тепловой процесс, температура резания, адиабатический стержень, время.

**Введение.** Шлифование является наиболее эффективным методом финишной обработки деталей машин, обеспечивающим высокое качество и точность обрабатываемых поверхностей. Однако, в связи с наличием неблагоприятных отрицательных передних углов режущих зерен и интенсивного трения связки круга с обрабатываемым материалом возможно увеличение силовой напряженности процесса шлифования, что приводит к появлению на обрабатываемых поверхностях различных температурных дефектов (прижогов, микротрещин, микро- и макрос колов, и так далее). Это снижает качество обработки и приводит к потерям от брака изготавливаемых деталей. Чтобы повысить режущую способность шлифовального круга и исключить появление температурных дефектов, применяют разнообразные методы правки круга, технологические среды, прерывистые и импрегнированные круги, и так далее. Вместе с тем, это не позволяет в полной мере решить проблему качества обработки в связи с высокой теплонапряженностью процесса шлифования. Поэтому актуально проведение теоретического анализа условий уменьшения температуры резания при шлифовании на основе новых теоретических подходов.

**Анализ последних исследований.** Вопросам теплофизики процесса шлифования посвящены многочисленные работы профессоров Маслова Е.Н., Яцерицына П.И., Резникова А.Н., Корчака С.Н., Худобина Л.В., Якова А.В., Сипайлова В.А., Островского В.И., Сагарды А.А., Силина С.С., Евсеева Д.Г., Филимонова Л.Н., Усова А.В. и других ученых. Так, в работах [1 – 3] решение задачи определения температуры резания при шлифовании базируется на решении дифференциального уравнения теплопроводности. Однако, в силу сложности его решения не установлена истинная глубина проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали при шлифовании – в приведенных решениях она принимает бесконечное значение. Это ограничивает возможности обоснованного выбора оптимальных условий обработки и требует установления глубины проникновения тепла в поверхностный слой обрабатываемой детали при шлифовании и максимальной температуры резания.

**Постановка задачи.** В работе [4] предложена схема расчета температуры резания при шлифовании, согласно которой снимаемый припуск представлен пакетом бесконечно тонких адиабатических стержней, расположенных перпендикулярно направлению движения шлифовального круга (рис. 1). Шлифовальный круг в результате перемещения со скоростью  $V_{\text{дем}}$  некоторое время контактирует с торцом адиабатического стержня, вызывая его нагрев. Принимается, что образующееся в процессе шлифования тепло распространяется лишь вдоль прямолинейного адиабатического стержня. При этом перерезание стержня длиной, равной глубине шлифования, не рассматривается, то есть процесс нагрева стержня происходит в результате трения шлифовального круга с