

УДК 593.3

Е. Ю. ТАРСИС

## РАЗВИТИЕ МЕТОДИКИ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ПЛОСКОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

В развитие методики дополнена вариационная и структурная постановка плоской контактной задачи теории упругости для однородных тел произвольной геометрической формы на основе функционала Рейсснера. Рассмотрена новая задача поиска неизвестной области контакта на участках взаимодействия упругого тела со штампами. На конкретном примере исследовано влияние боковых врезов различной конфигурации на ширину искомого области контакта.

**Ключевые слова:** контактная задача плоской теории упругости, функционал Рейсснера, структурная постановка, структуры для перемещений и напряжений, поиск неизвестной области контакта, штамп, опорные области,  $R$  – операции.

**Введение.** Решение плоской контактной задачи теории упругости является актуальной проблемой. Многообразие подобных задач определяется различными силовыми и кинематическими граничными условиями. В процессе решения часто возникает необходимость поиска неизвестных областей контакта рассматриваемого тела с другими телами, определяющими активные силы и реакции связей [1 – 4]. В работе [4] предложено систематизированное описание общей методики вариационной и структурной постановки плоских контактных задач теории упругости. Однако поиск неизвестной области контакта относился только к связям, а под штампами контактная область предполагалась неизменной. Подобные предположения могут в ряде задач оказаться не подтвержденными.

Настоящая работа посвящена случаям, когда области контакта под штампами заранее неизвестны, в связи с чем постановочная часть изложенной ранее методики дополняется соответствующими граничными условиями и структурами. Для иллюстрации предложенного подхода рассмотрена конкретная задача и приведены некоторые результаты численных исследований.

**Общая постановка задачи.** Рассматривается упругое тело, в граничные условия которого входит участок  $\partial\Omega_{st}^*$ , где область контакта штампов и упругого тела (без учета трения) заранее неизвестна. Участки, где задана нагрузка  $\partial\Omega_\sigma$  и перемещения  $\partial\Omega_\mu$ , аналогичны рассмотренным в [4]. Полагаем также, что участок  $\partial\Omega_\sigma$  свободен от нагрузки.

Граничные условия на участке  $\partial\Omega_{st}^*$  формулируются в виде следующих неравенств:  $(\vec{n}_{st}^*)^T \vec{u} \geq h_0$ ,  $(\vec{n}_{st}^*)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \vec{\sigma} \leq 0$ ,  $(\vec{\tau}_{st}^*)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \vec{\sigma} = 0$ . Здесь:  $\vec{u}$ ,  $\vec{\sigma}$  – векторы перемещений и напряжений;  $A_{\partial\Omega(st^*)}$  – матрица направляющих косинусов;  $\vec{n}_{st}^*$  и  $\vec{\tau}_{st}^*$  – векторы направляющих косинусов орта внешней нормали и касательной к поверхности тела на этом участке, которые, в дальнейшем, будут упоминаться и на участке  $\partial\Omega_\sigma$ ;  $h_0$  – заданная величина заглупления штампа.

Для поиска неизвестной области контакта, в рамках функционала Рейсснера, где независимо аппроксимируются векторы напряжений и перемещений, в работе [4] были предложены критерии в виде строгих равенств. Однако их выполнение без установления действительной области контакта невозможно. Поэтому решение задачи поиска этой области осуществляется с помощью итерационного процесса. В качестве первого приближения область  $\partial\Omega_{st}^*$  задается принудительно в виде двух участков  $\partial\Omega_k$ , где выполняются условия

$$(\vec{n}_{st}^*)^T \vec{u} = h_0,$$

и участка  $\partial\Omega_\sigma$ , где выполняются условия

$$(\vec{n}_{st}^*)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \vec{\sigma} = 0.$$

Указанные условия определяют действительную область контакта, если выполняются условия в виде строгих неравенств: для площадки контакта

$$(\vec{n}_{st}^*)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \vec{\sigma} < 0,$$

а для области отрыва

$$(\vec{n}_{st}^*)^T \vec{u} > h_0(x, y).$$

Определение напряженно-деформированного состояния рассматриваемого тела, сводится к задаче поиска седловой точки функционала Рейсснера [4,5]:

$$I_R(\bar{u}, \bar{\sigma}) = \iint_{\Omega} \left[ (\bar{\sigma})^T A \bar{u} - \frac{1}{2} (\bar{\sigma})^T D \bar{\sigma} \right] d\Omega - \int_{\partial\Omega_{\sigma}} (\bar{u})^T \bar{N}_s d\partial\Omega - \int_{\partial\Omega_u} (\bar{u} - \bar{u}_s)^T (A_s)^T \bar{\sigma} d\partial\Omega - \\ - \int_{\partial\Omega_k} \left( (\bar{n}_{st}^*)^T \bar{u} - h_0 \right) (\bar{n}_{st}^*)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \bar{\sigma} d\partial\Omega,$$

Для рассматриваемого случая, когда области контакта под штампами заранее неизвестны, конкретизируем граничные условия и структуры [4].

Если ввести следующие обозначения:

$$\left( \bar{n}_{st}^* \right)^T \bar{u} \equiv u_n^k, \left( \bar{\tau}_{st}^* \right)^T \bar{u} \equiv u_{\tau}^k, \left( \bar{n}_{st}^* \right)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_n^k \text{ на } \partial\Omega_k; \left( \bar{n}_{st}^* \right)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_n^o \text{ на } \partial\Omega_o; \\ \left( \bar{\tau}_{st}^* \right)^T (A_{\partial\Omega(st^*)})^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_{\tau}^{st^*} \text{ на } \partial\Omega_k \text{ и на } \partial\Omega_o; (\bar{n}_{\sigma})^T (A_{\partial\Omega(\sigma)})^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_n^{\sigma}, (\bar{\tau}_{\sigma})^T (A_{\partial\Omega(\sigma)})^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_{\tau}^{\sigma} \text{ на } \partial\Omega_{\sigma},$$

то граничные условия будут иметь вид:

$$u_n = u_n^k = h_0, \sigma_{\tau} = \sigma_{\tau}^{st^*} = 0 \text{ на } \partial\Omega_k; \sigma_n = \sigma_n^o = 0, \sigma_{\tau} = \sigma_{\tau}^{\sigma} = 0 \text{ на } \partial\Omega_o; \bar{u} = \bar{u}_s = \{u_{xs}, u_{ys}\} \text{ на } \partial\Omega_u; \\ \sigma_n = \sigma_n^{\sigma} = 0, \sigma_{\tau} = \sigma_{\tau}^{\sigma} = 0 \text{ на } \partial\Omega_{\sigma};$$

Запишем структуры для перемещений:

$$u_x = u_{xs} \frac{\omega_k}{\omega_u + \omega_k} + (l_k h_0 + m_k u_{\tau}^k) \frac{\omega_u}{\omega_k + \omega_u} + \Psi_{11} \omega_u \omega_k; u_y = u_{ys} \frac{\omega_k}{\omega_u + \omega_k} + (m_k h_0 - l_k u_{\tau}^k) \frac{\omega_u}{\omega_k + \omega_u} + \Psi_{21} \omega_u \omega_k.$$

Если нет участка  $\partial\Omega_u$ , то

$$u_x = l_k h_0 + m_k u_{\tau}^k + \Psi_{11} \omega_k; u_y = m_k h_0 - l_k u_{\tau}^k + \Psi_{21} \omega_k. \quad (1)$$

Здесь  $\omega_k = 0$ ,  $\omega_u = 0$  – нормализованные до первого порядка уравнения участков  $\partial\Omega_k$ ,  $\partial\Omega_u$ ;  $u_{\tau}^k$ ,  $\Psi_{11}$ ,  $\Psi_{21}$  – неопределенные компоненты структур;  $l_k$ ,  $m_k$  – компоненты  $\bar{n}_{st}^*$ .

Структуры для напряжений, в рамках поставленной задачи, если нет участков отрыва, имеют вид

$$\sigma_x = \left[ (m_{\sigma})^2 \Phi_{\sigma} \right] \frac{\omega_k}{\omega_{\sigma} + \omega_k} + \left[ (l_k)^2 \sigma_n^k + (m_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_{\sigma}}{\omega_k + \omega_{\sigma}} + \Psi_{31} \omega_{\sigma} \omega_k; \\ \sigma_y = \left[ (l_{\sigma})^2 \Phi_{\sigma} \right] \frac{\omega_k}{\omega_{\sigma} + \omega_k} + \left[ (m_k)^2 \sigma_n^k + (l_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_{\sigma}}{\omega_k + \omega_{\sigma}} + \Psi_{41} \omega_{\sigma} \omega_k; \\ \sigma_{xy} = \left[ -l_{\sigma} m_{\sigma} \Phi_{\sigma} \right] \frac{\omega_k}{\omega_{\sigma} + \omega_k} + \left[ l_k m_k \sigma_n^k - l_k m_k \Phi_k \right] \frac{\omega_{\sigma}}{\omega_k + \omega_{\sigma}} + \Psi_{61} \omega_{\sigma} \omega_k, \quad (2)$$

а при их наличии:

$$\sigma_x = \left[ (m_{\sigma})^2 \Phi_{\sigma} \right] \frac{\omega_k \omega_o}{\omega_{\sigma} + \omega_k \omega_o} + \left[ (l_k)^2 \sigma_n^k + (m_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_{\sigma} \omega_o}{\omega_k + \omega_{\sigma} \omega_o} + (m_o)^2 \Phi_o \frac{\omega_{\sigma} \omega_k}{\omega_o + \omega_{\sigma} \omega_k} + \Psi_{31} \omega_{\sigma} \omega_k \omega_o; \\ \sigma_y = \left[ (l_{\sigma})^2 \Phi_{\sigma} \right] \frac{\omega_k \omega_o}{\omega_{\sigma} + \omega_k \omega_o} + \left[ (m_k)^2 \sigma_n^k + (l_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_{\sigma} \omega_o}{\omega_k + \omega_{\sigma} \omega_o} + (l_o)^2 \Phi_o \frac{\omega_{\sigma} \omega_k}{\omega_o + \omega_{\sigma} \omega_k} + \Psi_{41} \omega_{\sigma} \omega_k \omega_o; \\ \sigma_{xy} = \left[ -l_{\sigma} m_{\sigma} \Phi_{\sigma} \right] \frac{\omega_k \omega_o}{\omega_{\sigma} + \omega_k \omega_o} + \left[ l_k m_k \sigma_n^k - l_k m_k \Phi_k \right] \frac{\omega_{\sigma} \omega_o}{\omega_k + \omega_{\sigma} \omega_o} - l_o m_o \Phi_o + \Psi_{51} \omega_{\sigma} \omega_k \omega_o. \quad (3)$$

Здесь  $\omega_o = 0$ ,  $\omega_{\sigma} = 0$  – нормализованные до первого порядка уравнения участков  $\partial\Omega_o$ ,  $\partial\Omega_{\sigma}$ ;  $\Phi_{\sigma}$ ,  $\sigma_n^k$ ,  $\Phi_k$ ,  $\Phi_o$ ,  $\Psi_{31}$ ,  $\Psi_{41}$ ,  $\Psi_{51}$  – неопределенные компоненты структур;  $l_{\sigma}$ ,  $m_{\sigma}$ ,  $l_o$ ,  $m_o$  – компоненты векторов  $\bar{n}_{\sigma}$  и  $\bar{n}_o$  соответственно.

**Постановка задачи для частного случая.** Рассмотрим задачу о вдавливании прямоугольных штампов без трения в верхние основания пластины длиной  $2a$  (рис. 1) с четырьмя вариантами формы ее боковых сторон:

- 1 – стороны прямолинейны (прямоугольная пластина);
- 2 – пластина на боковых сторонах имеет круговые врезы, радиусы которых равны половине высоты пластины  $2b$ ;
- 3 – врезы имеют форму эллипса, размер вертикальной полуоси которого равен половине высоты пластины, а горизонтальной полуоси равен  $a_0^{(1)}$ ;
- 4 – этот вариант аналогичен варианту 3, но размер горизонтальной полуоси эллипса равен  $a_0^{(2)}$ .

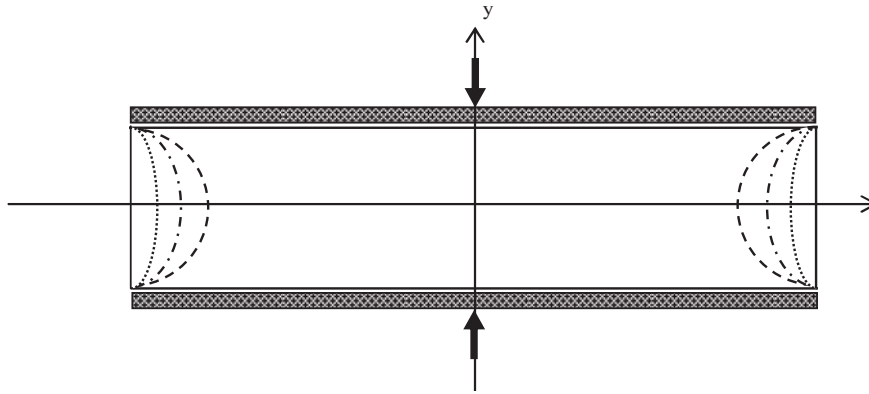


Рис. 1 – Расчетная схема. Варианты боковых сторон пластинки:

— 1; - - - - - 2; - · - · - · 3; ..... 4.

Предполагается, что в зависимости от формы боковых сторон, участки контакта штампов с пластиной могут быть не равны ширине штампов, что и приводит к задаче поиска неизвестной области контакта в предложенной постановке.

Конкретизируем применительно к данной задаче граничные условия и структуры. Граница тела содержит три участка  $\partial\Omega_k$ ,  $\partial\Omega_o$ ,  $\partial\Omega_\sigma$ . Боковые стороны  $\partial\Omega_\sigma$  свободны от нагрузки. Граничные условия задачи имеют вид:

$$u_y = \mp h_0, \sigma_{xy} = 0 \text{ на } \partial\Omega_k; \sigma_y = 0, \sigma_{xy} = 0 \text{ на } \partial\Omega_o; \sigma_n = 0, \tau_n = 0 \text{ на } \partial\Omega_\sigma.$$

Если предполагается, что отрыва нет, то есть область контакта  $\partial\Omega_k$  равна ширине основания, то используем структуры (1) и (2), в которых принято

$$l_k = 0, m_k = \pm 1, m_k u_\tau^k + \Psi_{11} \omega_k \equiv \Phi_1, \Psi_{21} \equiv \Phi_2, m_k h_0 \equiv (5 - y) \cdot h_0 / 10 - ((5 + y) \cdot h_0) / 10,$$

$$\Phi_\sigma \equiv \Phi_3, \Phi_k \frac{\omega_\sigma}{\omega_k + \omega_\sigma} + \Psi_{31} \omega_\sigma \omega_k \equiv \Phi_4 \omega_\sigma, \sigma_n^k \frac{\omega_\sigma}{\omega_k + \omega_\sigma} + \Psi_{41} \omega_\sigma \omega_k \equiv \Phi_5 \omega_\sigma, \Psi_{61} \equiv \Phi_6.$$

В результате они примут вид:

$$u_x = \Phi_1, u_y = (5 - y) \cdot h_0 / 10 - ((5 + y) \cdot h_0) / 10 + \Phi_2 \omega_k, \sigma_x = (m_\sigma)^2 \Phi_3 \frac{\omega_k}{\omega_\sigma + \omega_k} + \Phi_4 \omega_\sigma,$$

$$\sigma_y = (l_\sigma)^2 \Phi_3 \frac{\omega_k}{\omega_\sigma + \omega_k} + \Phi_5 \omega_\sigma, \sigma_{xy} = -l_\sigma m_\sigma \Phi_3 \frac{\omega_k}{\omega_\sigma + \omega_k} + \Phi_6 \omega_\sigma.$$

В случае, когда есть отрыв, структуры для перемещений берутся те же, а для напряжений в структурах (2) участки  $\partial\Omega_o$  и  $\partial\Omega_\sigma$  объединены в участок  $\partial\Omega_\sigma^*$  – ненагруженный штампами участок границы тела. Это приводит к замене в них  $\omega_\sigma$  на  $\omega_\sigma^*$  (нормализованное до первого порядка уравнение участка  $\partial\Omega_\sigma^*$ ). Таким образом, структуры для напряжений будут следующими:

$$\sigma_x = (m_\sigma^*)^2 \Phi_3 \frac{\omega_k}{\omega_\sigma^* + \omega_k} + \Phi_4 \omega_\sigma^*; \sigma_y = (l_\sigma^*)^2 \Phi_3 \frac{\omega_k}{\omega_\sigma^* + \omega_k} + \Phi_5 \omega_\sigma^*; \sigma_{xy} = -l_\sigma m_\sigma \Phi_3 \frac{\omega_k}{\omega_\sigma^* + \omega_k} + \Phi_6 \omega_\sigma^* \omega_k.$$

Введем опорные области:

$$\Omega_1 = \left[ f_1 = \frac{b^2 - y^2}{2b} \geq 0 \right], \Omega_2 = \left[ f_2 = \frac{a^2 - x^2}{2a} \geq 0 \right],$$

$$\Omega_8 = \left[ f_8 = \frac{\left( \frac{(x-a)^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1 \right)}{\sqrt{\left( \frac{(x-a)^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1 \right)^2 + \frac{4(x-a)^2}{a_0^4} + \frac{4y^2}{b_0^4}}} \geq 0 \right], \Omega_9 = \left[ f_9 = \frac{\left( \frac{(x+a)^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1 \right)}{\sqrt{\left( \frac{(x+a)^2}{a_0^2} + \frac{y^2}{b_0^2} - 1 \right)^2 + \frac{4(x+a)^2}{a_0^4} + \frac{4y^2}{b_0^4}}} \geq 0 \right],$$

$$\Omega_5 = \left[ f_5 = \frac{x^2 - l^2}{2l} \geq 0 \right]; \Omega_6 = \left[ f_6 = \frac{l^2 - x^2}{2l} \geq 0 \right],$$

где  $a_0$  и  $b_0$  – полуоси эллипсов вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  соответственно;  $2l$  ( $l \leq a$ ) – ширина контактной зоны.

Затем с помощью  $R$  – операций [6, 1] запишем входящие в структуры функции  $\omega_\sigma, \omega_k, \omega_\sigma^*$ :  $\omega_k = f_1$  (шири-

на контактной зоне равна ширине верхнего основания  $2l = 2a$ ),

$\omega_k = f_1 \vee_0 f_5$  (ширина контактной зоны меньше ширины верхнего основания  $2l < 2a$ ),

$\omega_\sigma = f_8 \wedge_0 f_9$ , и  $\omega_\sigma^* = (f_1 \vee_0 f_6) \wedge_0 (f_8 \wedge_0 f_9)$  (для вариантов 2–4),

$\omega_\sigma = f_2$  и  $\omega_\sigma^* = (f_1 \vee_0 f_6) \wedge_0 f_2$  для варианта 1,  $\omega = (f_8 \wedge_0 f_9) \wedge_0 f_1$ .

**Результаты численных исследований.** Приведем физические и геометрические параметры, использованные в расчёте:  $E = 2 \cdot 10^6$  кГ/см<sup>2</sup>,  $G = 0.77 \cdot 10^6$  кГ/см<sup>2</sup>,  $\nu = \mu = 0.3$ ,  $a = 20$  см,  $b = 5$  см,  $h_0 = 8 \cdot 10^{-3}$  см,  $a_0 = 5$  см – для варианта 2;  $a_0 = a_0^{(1)} = 3.4$  см – для варианта 3;  $a_0 = a_0^{(2)} = 1.7$  см – для варианта 4;  $b_0 = b$  – для вариантов 2–4.

Задача исследований состояла в определении ширины контактной зоны в предложенных вариантах. Решение осуществлялось на основе разработанного алгоритма поиска [4, 2, 5], при выполнении критериев достоверности и точности [7]. Дальнейшие результаты приводятся в силу симметрии для полуширины основания пластины. Расчеты показали, что ширина контактной зоны составляет:  $l = 20$  см (вариант 1),  $l = 16.09$  см (вариант 2),  $l = 18.1$  см (вариант 3),  $l = 19.67$  см (вариант 4). Таким образом, оказалось, что для варианта 1 ширина контактной зоны равна ширине основания пластины (здесь нет отрыва), а для остальных вариантов она зависит от глубины врезки, а именно, чем больше  $a_0$ , тем меньше ширина контактной зоны. Распределение контактных напряжений (рис. 2) приведено на участке основания шириной 15 см с шагом 1 см.

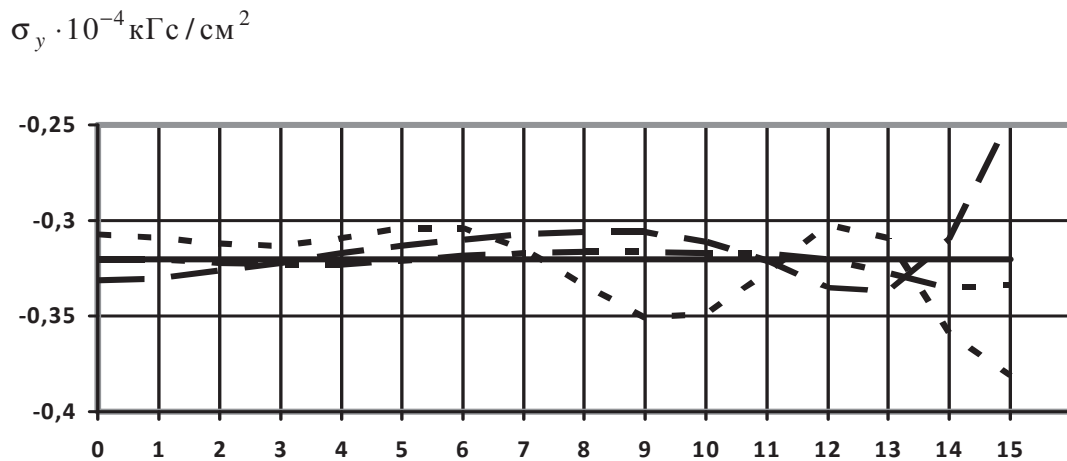


Рис. 2 – Напряжения в контактном сечении на участке 0 – 15 см.

Распределение контактных напряжений (в том числе в местах их отсутствия) на участке основания от 15 до 20 см, с шагом 0.1 см приведено на рис. 3, а перемещений – на рис. 4.

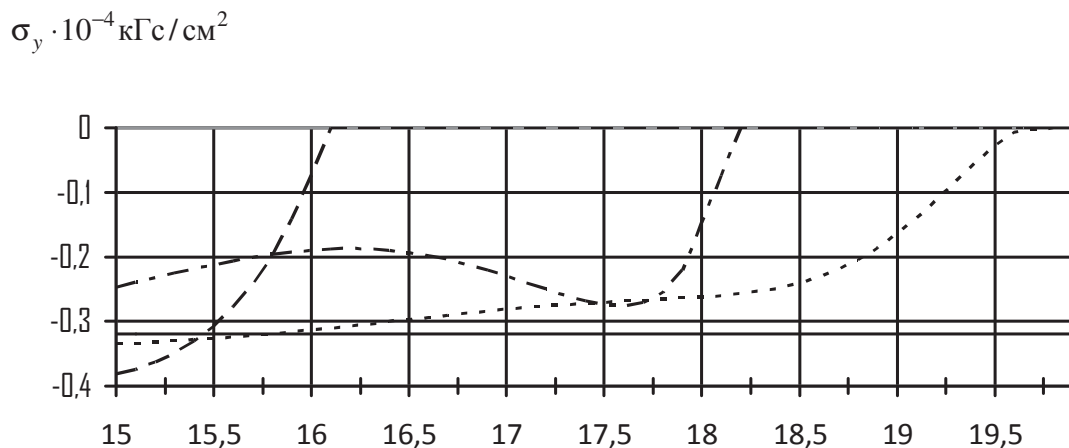


Рис. 3 – Напряжения на участке основания 15 – 20 см.

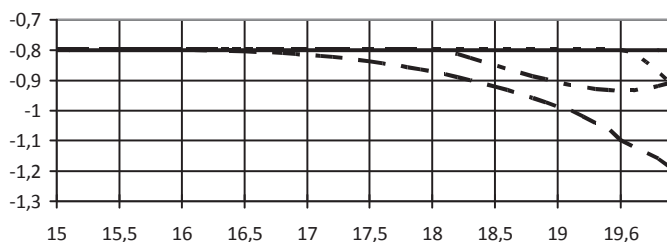
$u_y \cdot 10^3 \text{ см}$ 

Рис. 4 – Перемещения на участке основания 15 – 20 см. контактной зоны зависит от формы и глубины врезов.

**Список литературы:** 1. Рвачев В.Л., Синекон Н.С. Метод  $R$ -функций в задачах теории упругости и пластичности. – Киев: Наук. думка, 1990. – 216 с. 2. Тарсис Е.Ю. Решение односторонних контактных задач теории упругости вариационно-структурным методом для смешанного функционала Рейсснера // Динамика и прочность машин. – Харьков: ХГПУ. – 2000. – Вып. 57. – С. 16 – 23. 3. Тарсис Е.Ю. Контактная задача для плоского тела с односторонними жесткими ограничениями // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ», 2001. – № 6 – С. 251 – 255. 4. Тарсис Е.Ю. Вариационно-структурный метод решения плоской контактной задачи теории упругости // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – № 18. – С. 167 – 178. 5. Рвачев В.Л., Тарсис Е.Ю. Вариационно-структурный метод для решения задач теории упругости на основе функционала Рейсснера // Вісник Інженерної академії України. – Київ, 2001. – № 3. – С. 17 – 20. 6. Рвачев В.Л. Теория  $R$ -функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 552 с. 7. Тарсис Е.Ю. Исследование эффективности вариационно-структурного метода для функционала Рейсснера в смешанных задачах теории упругости // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков: ХГПУ, 1999. – Вып. 29. – С. 34 – 42.

**Bibliography (transliterated):** 1. Rvachjov, V. L., and N. S. Sinekon. *Metod  $R$ -funkcij v zadachah teorii uprugosti i plastichnosti*. Kiev: Nauk. dumka, 1990. Print. 2. Tarsis, E. Ju. "Reshenie odносторонnih kontaktnyh zadach teorii uprugosti variacionno-strukturnym metodom dlja smeshannogo funkcionala Rejssnera." *Dinamika i prochnost' mashin*. No. 57. Kharkov: KhGPU, 2004. 16–23. Print. 3. Tarsis, E. Ju. "Kontaktnaja zadacha dlja ploskogo tela s odносторонnimi zhestkimi ogranichenijami." *Vestnik NTU «KhPI»*. No. 6. Kharkov: NTU «KhPI», 2001. 251–255. Print. 4. Tarsis, E. Ju. "Variacionno-strukturnyj metod reshenija ploskoj kontaktnoj zadachi teorii uprugosti." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universytetu «KhPI»*. No. 18. Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 167–178. Print. 5. Rvachjov, V. L., and E. Ju. Tarsis. "Variacionno-strukturnyj metod dlja reshenija zadach teorii uprugosti na osnove funkcionala Rejssnera." *Visnyk Inzhenernoi akademii Ukrainy*. No. 3. Kiev. 2001. 17–20. Print. 6. Rvachjov, V. L. *Teorija  $R$ -funkcij i nekotorye ejo prilozhenija*. Kiev: Nauk. dumka, 1982. Print. 7. Tarsis, E. Ju. "Issledovanie jeffektivnosti variacionno-strukturnogo metoda dlja funkcionala Rejssnera v smeshannyh zadachah teorii uprugosti." *Vestnik Khar'kovskogo gosudarstvennogo politehnicheskogo universiteta*. No. 29. Kharkov: KhGPU, 1999. 34–42. Print.

Поступила (received) 26.09.2015

**Тарсис Катерина Юр'ївна** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-60-87; e-mail: ytarsis@mail.ru.

**Тарсис Екатерина Юрьевна** – кандидат физико-математических наук, доцент, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (057) 707-60-87; e-mail: ytarsis@mail.ru.

**Tarsis Yekaterina Yur'yevna** – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute", Kharkov; tel.: (057) 707-60-87; e-mail: ytarsis@mail.ru.

УДК 628.477 : 519.876.5

**Ю. В. ШАХОВ, И. И. ПЕТУХОВ, В. В. ВАМБОЛЬ**

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭНЕРГОТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ

Рассмотрено решение одного из проблемных вопросов, связанных с утилизацией отходов, а именно разделение многокомпонентных газовых смесей, образующихся при их газификации. Выполнено математическое описание процессов, происходящих в энерготехнологической установке разделения многокомпонентных газовых смесей, образующихся при газификации отходов, с целью получения продукции целевого назначения. В данной части исследования представлены математические модели таких функциональных элементов энерготехнологической установки, как насос, детандер и рекуперативный теплообменник. В исследовании описана модель энерготехнологической установки как единого целого, которая является исполнительной частью системы управления экологической безопасностью при утилизации отходов. Предложена методика расчета сложных энерготехнологических схем.

**Ключевые слова:** утилизация, отходы, экологическая безопасность, математическое моделирование, двухфазная многокомпонентная среда.

**Введение.** Основными принципами государственной политики в сфере обращения с отходами (ст. 5 [1]) является приоритетная защита окружающей среды и здоровья человека от негативного воздействия отходов, обеспечение экономного использования материально-сырьевых и энергетических ресурсов, научно обоснованное согласование экологических, экономических и социальных интересов общества относительно образования и использования отходов.

© Ю. В. Шахов, И. И. Петухов, В. В. Вамболь, 2015