

Ю. О. МЯГКА, О. Р. БЕЛЯНСЬКА, М. Д. ВОЛОШИН

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕХАНО-ХІМІЧНОЇ ОБРОБКИ АКТИВНОГО МУЛУ З ПЕРСПЕКТИВОЮ ЙОГО ПОДАЛЬШОЇ УТИЛІЗАЦІЇ

Наведено дослідження впливу закономірностей процесу знешкодження активного мулу шляхом диспергування активного мулу при додаванні кальцієвмісного шламу; при цьому початкова вологість мулу зменшується у 1,1 рази. Визначено вплив ряду факторів на якість процесу механо-хімічної обробки активного мулу, зокрема вплив температурного режиму процесу, концентрації кальцієвмісного шламу, частоти коливання рідини та тривалості перемішування. Складено технологічну схему механо-хімічної обробки мулу.

Ключові слова: активний мул, диспергування, кальцієвмісний шлам, фрезерна мішалка.

Приведены исследования влияния закономерностей процесса обезвреживания активного ила путем диспергирования активного ила при добавлении кальцийсодержащего шлама; при этом начальная влажность ила уменьшается в 1,1 раза. Определено влияние ряда факторов на качество процесса механо-химической обработки активного ила, а именно влияние температурного режима процесса, концентрации кальцийсодержащего шлама, частоты колебания жидкости и продолжительности перемешивания. Составлена технологическая схема узла механо-химической обработки ила.

Ключевые слова: активный ил, диспергация, кальцийсодержащий шлам, фрезерная мешалка.

The influence of the regularities of the process of neutralization of activated sludge by dispersing the activated sludge when adding calcium-containing sludge followed by sedimentation is studied. The influence of several factors on the quality of the process of neutralization of the activated sludge by dispersing when adding calcium-containing sludge followed by sedimentation is determined, in particular the influence of the temperature regime of the process, the concentration of the calcium-containing sludge, the frequency of oscillation of the fluid, and the duration of mixing. It is established that the most optimal process is the dispersion of the activated sludge when adding the calcium-containing sludge in the amount of 28 mg/dm³ in the solution with the active sludge, with the initial humidity of the sludge reducing 1.1 times in terms of 1 kg of dry matter. A process flow diagram of the mechanical and chemical treatment of activated sludge with adding calcium-containing sludge is compiled.

Key words: activated sludge, dispersion, calcium-containing sludge, milling mixer.

Вступ. Останнім часом в Україні виникає проблема утилізації осаду очисних споруд, що мають четвертий клас токсичності (малонебезпечні). В той же час через економічну кризу загальне виробництво мінеральних добрив за останні роки в Україні значно скоротилося (з 5074 до 2304 тис. т на рік), що відбувається на фоні розвитку сільського господарства і необхідності збільшення технологічних потужностей [1, 2]. Сьогодні в Україні фосфатні добрива є найдефіцитнішими. Наприклад, якщо у ґрунті є запаси нітрогену і калію в доступній формі для рослин, щоб сформувати 60 ц/га озимої пшениці, а фосфору – всього 40 кг, урожайність за сприятливих умов становитиме мінімум 40 ц/га [3 – 5]. Зі зміною економічного стану в країні, а також з різким підвищенням цін купівля та використання органо-мінеральних добрив стає нерентабельним для сільського господарства. Виникає необхідність збільшення виробництва добрив з більш доступної, дешевої сировини, зокрема відходів виробництва. Одним з таких відходів є активний мул очисних споруд, що тонами скидається на мулові майданчики і роками зберігається [6 – 8].

Передбачається, що використання надлишкового активного мулу у виробництві органо-мінеральних добрив дозволить утилізувати відходи виробництва і одержати якісні органо-мінеральні добрива [6, 9].

Аналіз останніх досліджень. Відходи міського комунального господарства, в тому числі й активний мул у великих містах і населених пунктах, породжують масу проблем у зв'язку з їх утилізацією. Одним із способів утилізації осаду стічних вод є їх використання в якості органо-мінерального добрива. Одночасно виключається необхідність зберігання (захоронення), підвищується родючість ґрунтів і врожайність сільськогосподарських культур, навколишнє природне середовище залишається чистим.

Проведено і розроблено способи отримання і застосування органо-мінеральних добрив на основі шламу хімводопідготовки ТЕЦ, що включає подачу шламу на автоматичні камерні фільтрпреси [6].

За результатами досліджень виявлено наявність фітотоксичної дії кислих ґрунтів після застосування в якості кальцієвмісного добрива на основі шламу хімводопідготовки ТЕЦ. Встановлено, що після вапнування промисловими відходами інтенсивність ростових процесів на ґрунтах не знижується. Отже, шлами хімводопідготовки ТЕЦ придатні для використання в технології одержання органо-мінеральних добрив [3 – 7].

Постановка задачі. Дослідити вплив кальцієвмісного шламу, що додають до розчину активного мулу, на кінетику його відстоювання, зміну початкової вологості мулу. Методом статистичного аналізу та лабораторних досліджень визначити технологічні параметри процесу диспергування активного мулу при додаванні в його розчин кальцієвмісного шламу, розкрити механізм процесу. Розробити технологічну схему вузлу механо-хімічної обробки активного мулу.

Математична модель і метод розрахунку. Диспергування мулу виконували на лабораторній установці механо-хімічної обробки активного мулу із використанням фрезерної мішалки (рис. 1) та керамічної ємності обсягом 0,5 дм³ [10].

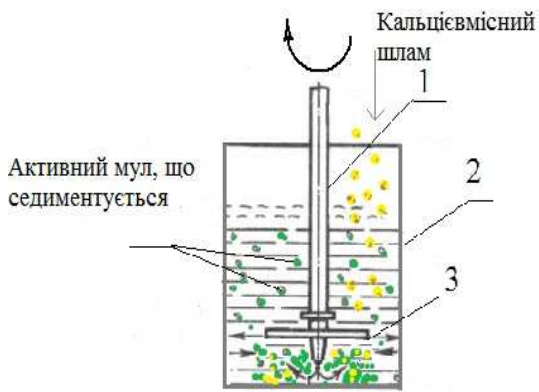


Рис. 1 – Схема лабораторної установки механо-хімічної обробки активного мулу: 1 – фрезерна мішалка; 2 – ємність; 3 – фреза.

Мішалку занурювали у досліджуваний активний мул, який мав концентрацію 250 мг/дм³.

Для дослідження впливу температурного режиму на процес диспергування активного мулу з додаванням кальцієвмісного шламу, досліди виконували на лабораторній установці, в якій використовували термонагрівач з терморегулятором, що регулював температуру у діапазоні 0–25 °С з інтервалом в 5 °С.

Термонагрівач занурювали у металеву ємність, в яку попередньо наливали технічну воду і розміщували шість мірних циліндрів із різною концентрацією кальцієвмісного шламу в розчині активного мулу, що попередньо диспергували, а саме:

- кальцієвмісний шлам цеху синтезу аміаку із концентраціями: 24, 28, 32 мг/дм³;
- кальцієвмісний шламу хімводопідготовки ТЕС із концентраціями: 24, 28, 32 мг/дм³, відповідно.

Зі збільшенням числа обертів фрезерної мішалки вище 17 с⁻¹ утворювалась емульсія, що є однорідною дисперсною системою (рис. 2, а). На протязі години відстоювання така емульсія є умовно-стійкою. По завершенні годинного відстоювання спостерігали спухання мулу. Отже, використання більшої частоти обертів мішалки не є раціональним з технологічної і економічної точки зору.

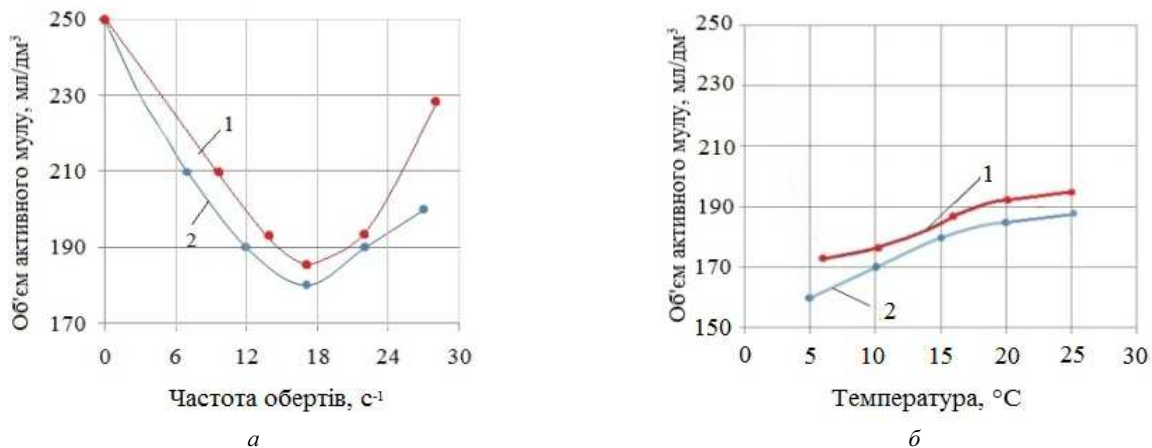


Рис. 2 – Залежність впливу на залишковий об'єм активного мулу: а – частоти обертів фрезерної мішалки та б – температури: 1 – при додаванні кальцієвмісного шламу синтезу аміаку; 2 – при додаванні кальцієвмісного шламу ТЕС.

Встановлено, що оптимальна концентрація шламу – 28 мг/дм³, а оптимальна температура механо-хімічної обробки мулу є 5...15 °С. При більш низьких температурах процес седиментації мулу майже не відбувається, в той час, як при температурі, більшій за пропоновану, відбувається спухання мулу і починається процес збродження органічної частини в розчині.

Розрахунок похибки обчислень процесу механо-хімічної обробки активного мулу виконували згідно методики [11]. При диспергуванні активного мулу у фрезерній мішалці визначено середню швидкість обертання фрези, $N_{сер.}$, с⁻¹:

$$N_{сер.} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{n} \tag{1}$$

та середнє квадратичне відхилення цієї величини, S_N

$$S_N = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n N_i^2 - n \cdot N_{сер.}^2}{n-1}}, \tag{2}$$

де N – швидкість обертів фрезерної мішалки в даному випадку, с⁻¹; n – кількість значень обертів фрезерної мішалки для кожної проби окремо [10, 11].

Розрахунок похибки дослідження температурного режиму проводили аналогічно обчислювання процесу диспергування. Відхилення від істинного значення об'єму диспергованого активного мулу при його наступному

відстоюванні обчислювали за формулою [10, 11]:

$$\Delta_N = \frac{t \cdot S_N}{\sqrt{n}}, \quad (3)$$

де t – коефіцієнт Ст'юдента. Відносну похибку вимірювань обчислювали за формулою [10, 11]:

$$\Delta_g = \frac{\Delta_N}{N_{\text{сер}}} \cdot 100\%. \quad (4)$$

У випадку розрахунку похибки вимірювання шести режимів обертів фрезерної мішалки, значення коефіцієнту Ст'юдента становило 3,93, що свідчить про відносно невелику похибку вимірювань. Коефіцієнт Ст'юдента у вимірюванні інтервалу температур від 0 до 25 °C включно склав 4,33.

На рис. 3 представлено залежність зміни початкової вологості активного мулу від концентрації кальцієвмісного шламу.

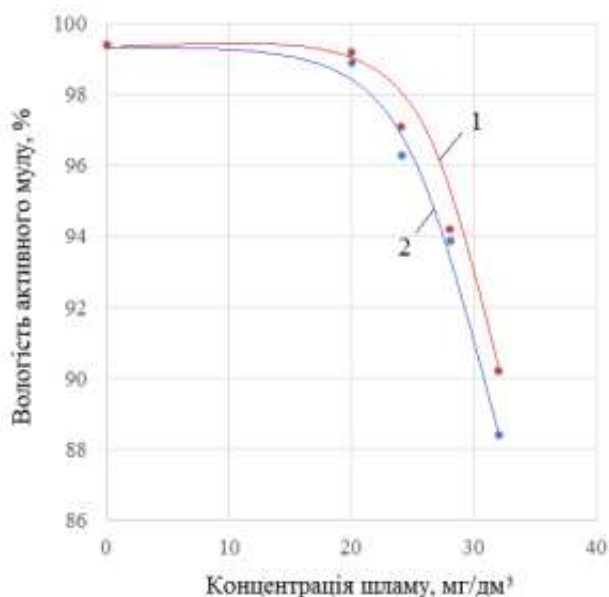


Рис. 3 – Залежність зміни початкової вологості активного мулу від концентрації кальцієвмісного шламу при інтенсивному перемішуванні: 1 – при додаванні кальцієвмісного шламу, що утворюється в процесі водопідготовки в цеху синтезу аміаку; 2 – при додаванні кальцієвмісного шламу ТЕС.

При додаванні відпрацьованого кальцієвмісного шламу ТЕС, що утворюється при пом'якшенні річкової води вапном, можливо знизити початкову вологість мулу з 99,4 до 88,4 % при наступному її перемішуванні фрезерною мішалкою і 2-х годинному відстоюванні.

Для отриманих моделей значення коефіцієнта апроксимації (R^2) близьке до 1, що свідчить про високі апроксимативні якості побудованих моделей.

Для розроблення рекомендацій за двома видами шламу провели порівняльний аналіз результатів досліджень. З цією метою проведено математичне описання процесу диспергування активного мулу із додаванням кальцієвмісного шламу на основі даних, отриманих в лабораторних умовах.

Результатами є рівняння регресії, що описують процес седиментації активного мулу із додаванням відпрацьованого кальцієвмісного шламу, який утворюється в процесі водопідготовки в цеху синтезу аміаку та з додаванням кальцієвмісного шламу ТЕС за двома дослідями:

а) вплив температури на залишковий об'єм активного мулу описується залежністю

$$\hat{y} = -0,09x^2 + 3,70x + 143, \quad R^2 = 0,989; \quad (5)$$

б) вплив частоти обертів фрезерної мішалки на залишковий об'єм активного мулу оцінено формулою

$$\hat{y} = 0,21x^2 - 7,57x + 251,06, \quad R^2 = 0,992. \quad (6)$$

Аналіз побудованих моделей дозволяє стверджувати, що процес диспергування активного мулу із додаванням кальцієвмісного шламу, зокрема шламу ТЕС, був найбільш оптимальним (рис. 3). Після такої механо-хімічної обробки вологість активного мулу знижується з 99,4 до 88,4 %. Йому майже не поступається процес додавання шламу, що утворюється в процесі водопідготовки у цеху синтезу аміаку. Найменш ефективним є процес диспергування активного мулу без додавання шламу.

Встановлено, що в процесі механо-хімічної обробки активного мулу окрім вивільнення зв'язаної гігроскопічної вологи утворюється колоїдний субстрат на основі шламу та зруйнованих бактерій і шкідливих мікроорганізмів, які при інтенсивному перемішуванні фрезерною мішалкою розрізаються навпіл і, як наслідок, гинуть.

Накопичення надлишкового активного мулу на міських очисних спорудах призводить до вторинного забруднення повітря, водоймищ, ґрунту та підземних вод. Економічні збитки розраховували за всіма об'єктами, на які впливає забруднення, зокрема фосфати, що містяться в розчині активного мулу.

Формула визначення економічних збитків $Z_{\text{відх}}$ від забруднення навколишнього середовища активним мулом із домішками фосфатів має вигляд [12, 13]:

$$Z_{\text{відх}} = B_{\text{відх}} + B_{\text{тер}} + P_{\text{в}}, \quad (7)$$

де $B_{\text{відх}}$ – витрати на вивіз, завантаження і розвантаження, захоронення та знищення відходів, грн/т; $B_{\text{тер}}$ – розмір збитків від використання території під складування, утворювання відвалів, грн/т; $P_{\text{в}}$ – збитки від забруднення водних об'єктів, грн/т.

Витрати на вивіз, завантаження, розвантаження, захоронення і знищення $B_{\text{відх}}$ 1 т відходів, розраховували за формулою, грн/т [12, 13]:

$$B_{\text{відх}} = B_{\text{т}} + B_{\text{утр}} + E_{\text{н}} \cdot K_{\text{с}}, \tag{8}$$

де $B_{\text{т}}$ – витрати на видалення відходів, $B_{\text{т}} = 10,2$ грн./т; $B_{\text{утр}}$ – експлуатаційні витрати, що пов’язані з обслуговуванням звалища, знезараженням відходів, $B_{\text{утр}} = 0,75$ грн/т; $E_{\text{н}}$ – нормативний коефіцієнт капітальних вкладень, $E_{\text{н}} = 0,16 \text{ рік}^{-1}$; $K_{\text{с}}$ – питомі капітальні витрати на будівництво системи видалення, знешкодження відходів у спеціальних спорудах ($K_{\text{с}} = 0,3 \div 0,5$) [12, 13].

На лівобережних очисних спорудах м. Кам’янське на добу утворюється 10,8 т активного мулу, за рік – $M_{\text{мулу}}^{\text{лів.}} = 3844,8$ тон мулу. Тоді, річні витрати на вивіз, завантаження, розвантаження, захоронення і знищення активного мулу становитимуть:

$$B_{\text{відх}}^1 = B_{\text{відх}} \cdot M_{\text{мулу}}, \tag{9}$$

де $M_{\text{мулу}}$ – кількість річного утвореного сухого активного мулу м. Кам’янське для лівого берега Дніпра

$$B_{\text{відх}}^{\text{лів.}} = B_{\text{відх}} \cdot M_{\text{мулу}}^{\text{лів.}}$$

Розмір збитків $B_{\text{тер}}$ від вилучення території під складування та утворювання відвалів визначали за формулою, грн/рік:

$$B_{\text{тер}} = B_{\text{відх}} \cdot S, \tag{10}$$

де S – площа, що використовується для складування відходів; її приймали, в середньому, із діапазону від 0,0002 до 0,00002 га/т відходів.

Розрахунок річних платежів за забруднення довкілля підприємством КВП ДМР «Міськводоканал» проводиться наступним чином. Розмір платежу за скид фосфатів з активного мулу у поверхні води визначали за формулою [12, 13]:

$$P_{\text{в}} = \sum_{i=1}^n [(H_{\text{бі}} \cdot M_{\text{лі}}) + (10H_{\text{бі}} \cdot M_{\text{сі}})] \cdot K_{\text{бр}} \cdot K_{\text{і}}, \tag{11}$$

де $H_{\text{бі}}$ – базовий норматив плати за скиди у водні об’єкти 1 т фосфатів у межах ліміту, грн/т; $M_{\text{лі}}$, $M_{\text{сі}}$ – річна маса лімітного та надлімітного річного викиду фосфатів в поверхні води; n – кількість забруднюючих речовин; $K_{\text{бр}}$ – регіональний (басейновий) коефіцієнт; $K_{\text{і}}$ – коефіцієнт індексації.

Тоді, економічні збитки від забруднення навколишнього середовища надлишковим активним мулом і фосфатами для лівобережних очисних споруд підприємством КВП ДМР «Міськводоканал» м. Кам’янське відповідно становлять 850 тис. грн/рік.

Технологічна схема процесу. На основі отриманих даних складено принципову технологічну схему вузлу механо-хімічної обробки активного мулу при додаванні кальцієвмісного шламу (рис. 4), яку можливо побудувати на базі очисних споруд лівого берега м. Кам’янського підприємства КВП КМР «Міськводоканал».

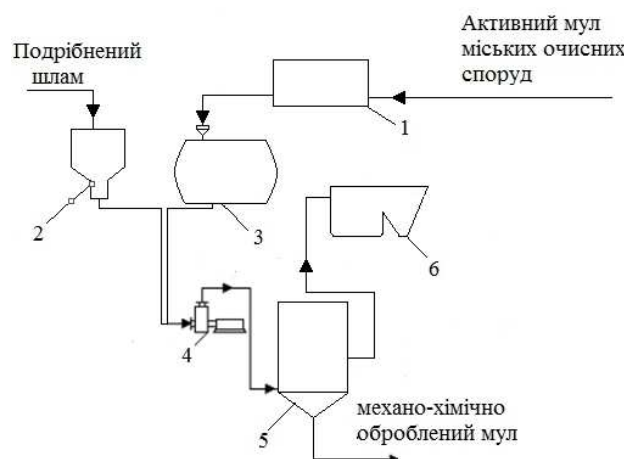


Рис. 4 – Принципова технологічна схема вузлу механо-хімічної обробки активного мулу:

1 – мулоушільнювач; 2 – бункер; 3 – приймальна ємність; 4 – фрезерна мішалка; 5 – відстійник; 6 – аеротенк.

Схема вузлу механо-хімічної обробки активного мулу при додаванні кальцієвмісного шламу складається із мулоушільнювача 1, де відбувається стадія попереднього зневоднення активного мулу, звідти мул самопливом надходить у приймальну ємність 3. В той же час у приймальний бункер 2 засипається попередньо подрібнений на грохоті кальцієвмісний шлам хімпідготовки ТЕС, концентрацією $28 - 32 \text{ мг/дм}^3$. У фрезерній мішалці 4 (критерій Рейнольдса $4,49 \times 10^4$, частота коливання рідини 533 с^{-1}), активний мул і шлам при частоті $12 -$

17 с⁻¹ і тривалості перемішування 1 хв подрібнюються до однорідної емульсії і перекачуються у відстійник 5, де відбувається седиментація активного мулу протягом 1,5 – 2 годин. Температурний режим процесу складає 5–15 °С, що, в свою чергу, дає змогу спростити апаратне оформлення технологічного вузлу, і, як наслідок, виключає питомі витрати теплоти процесу, що є доцільним з економічної та енергетичної точки зору. Утворений освітлений шар води, що вивільнюється під час седиментації активного мулу зі шламом, повертається на очисні споруди, для розбавлення висококонцентрованих стоків, у аеротенк 6. Із відстійника 5 механо-хімічно оброблений мул може використовуватись у якості компонента органо-мінерального добрива.

Аналіз отриманих даних та перспективи подальших досліджень. З отриманих результатів лабораторних досліджень встановлено, що додавання кальцієвмісного шламу до суміші активного мулу дає позитивний результат. В наслідок такої обробки зменшується гігроскопічна волога диспергованої суміші з 99,4 % до 88,4 %, знижується тривалість подальшого ущільнення суміші. Розкрито механізм седиментації механо-хімічно обробленого активного мулу, під час якого відбувається вивільнення зв'язаної гігроскопічної вологи, утворюється колоїдний субстрат на основі шламу та зруйнованих бактерій і шкідливих мікроорганізмів, які при інтенсивному перемішуванні фрезерною мішалкою розриваються навпіл. Встановлено, що седиментація активного мулу протікає в температурному інтервалі 5–15 °С, що, в свою чергу зменшує апаратне оформлення процесу.

Виконано математичне описання кінетики диспергування активного мулу із додаванням кальцієвмісного шламу, за допомогою якого можливо прогнозувати зменшення початкового об'єму активного мулу при збільшенні частоти обертів фрезерної мішалки.

Розроблено принципову технологічну схему вузлу механо-хімічної обробки активного мулу із додаванням кальцієвмісного шламу.

Вважаємо перспективним напрямком досліджень впливу кількості та складу кальцієвмісного шламу, що використовують при диспергуванні активного мулу. Це дозволяє спростити переробку активного мулу, що в свою чергу дозволяє досягти певного економічного ефекту на підприємстві КВП КМР «Міськводоканал», що несе збитки близько 850 тис. грн. в рік від забруднення навколишнього середовища активним мулом, насиченим фосфатами.

Висновки. За отриманими результатами лабораторних досліджень наведено математичний опис процесу механо-хімічної обробки активного мулу із додаванням кальцієвмісного шламу. Для розробки рекомендацій проведено порівняльний аналіз результатів досліджень побудованих моделей. Найбільш оптимальним виявляється процес механо-хімічної обробки активного мулу із додаванням кальцієвмісного шламу, зокрема шламу ТЕС, в кількості 28–32 мг/дм³, завдяки чому можливо знизити початкову вологість мулу з 99,4 до 88,4 % при наступному її перемішуванні фрезерною мішалкою і 2-х годинному відстоюванні. Складено принципову технологічну схему вузлу механо-хімічної обробки активного мулу із додаванням кальцієвмісного шламу.

Список літератури

1. Карпіщенко О. І., Карпіщенко О. О. Еколого-економічні проблеми використання мінеральних добрив // Вісник Сумського державного університету. Сер. : Економіка. – 2013. – № 2. – С. 5 – 11.
2. Гриневич В. А., Ксандров В. Н., Гришаев І. Г., Лобачёва М. П. Мировые цены на удобрения и сырьё // Мир серы, N, P и K. – Сумы : ОАО НИУИФГП «СГНИИ МИНДИП», 2012. – № 1. – С. 30 – 31.
3. Смирненко В. І., Асеева Л. І. Влияние илового осадка сточных вод на рост и развитие ячменя. – Ставрополь : «Ставропольское книжное издательство», 1989. – С. 31 – 34.
4. Соколов Л. І. Ресурсосберегающие технологии в системах водного хозяйства промышленных предприятий. – М. : АСВ, 1997. – 256 с.
5. Якушко С. І., Іванов В. П. Органо-мінеральні добрива. Переваги та способи виробництва. – С. : Хімічна промисловість України, 2008. – № 3. – Вип. 86. – С. 38 – 43.
6. Чертес К. Л., Стрелков А. К., Биків Д. Е. Новий напрямок використання надлишкового активного мулу // Водопостачання й санітарна техніка. – 2001. – № 5. – С. 34 – 37.
7. Евилевич А. З., Евилевич М. А. Утилизация осадков сточных вод. – Л. : Стройиздат, 1998. – 248 с.
8. Кльопа Т. П., Волошин М. Д. Рекомендації по зменшенню біологічних обростань в оборотних системах водопостачання підприємств азотної промисловості // Екологія та інженерія. Стан, наслідки, шляхи створення екологічно чистих технологій. Тези доповідей VI міжнародної науково-практичної конференції (24 – 27 жовтня 2006 р., Дніпродзержинськ). – Д. :НТУУ «КПІ», 2006. – С. 57 – 59.
9. Зюман Б. В., Пасенко А. В. Пат. 30651. Україна. Спосіб застосування органо-мінерального добрива із шламу хімводопідготовки ТЕЦ і пташиного посліду. – 2007.
10. Очеретнюк О. Р. (Белянська), Волошин М. Д., Кармазіна В. В. Використання диспергатора в технології отримання модифікованих біомінеральних добрив з міських стічних вод // Новітні енерго- та ресурсозберігаючі хімічні технології та екологічні проблеми. Тези доповідей VI міжнародної науково-практичної конференції (10 – 12 вересня 2013 р.) – О. : ОНПУ, 2013. – С. 175–179.
11. Белянська О. Р., Волошин М. Д., Кармазіна В. В. Моделювання впливу попереднього диспергування в технології одержання комплексного добрива // Вісник НТУ «ХПІ». Сер. : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2015. – № 6 (1115). – С. 12 – 21.
12. Мирончик Г. М., Бердичевский Д. А., Высота А. Е., Ярославский Л. В. Канализация. Наружные сети и сооружения. – М. :Стройиздат, 1986. – 233 с.
13. Быстров А. С., Варанкин В. В., Виленский М. А., Гофман К. Г., Гусев А. А., Дунаевский Л. В., Федоренко Н. П., Хачатуров Т. С. Временная типовая методика определения экономической эффективности осуществления природоохранных мероприятий и оценки экономического ущерба, причиняемого народному хозяйству загрязнением окружающей среды. – М. : Экономика, 1986. – 32 с.

References (transliterated)

1. Karpishhenko A. I., Karpishhenko A. A. Ekologo-ekonomichni problemy vykorystannya mineral'nykh dobriv [Ecological and economic problems of using fertilizers]. *Visnyk Sums'kogo derzhavnogo universytetu. Ser. : Ekonomika* [Bulletin of the Sumy State University. Ser.: Economix], 2013, no. 3, pp 5–11.
2. Grinevich V. A., Ksandrov V. N., Grishaev I. G., Lobachyeva M. P. Mir sery, N, P i K [The world of sulfur, N, P and K.] Sumy, OAO NIUIFGP «SGNII MINDIP» Publ., 2011, no. 1, pp. 30–31.
3. Simirenko V. I., Aseyeva L. I. Vliyaniye ilovogo osadka stochnykh vod na rost i razvitiye yachmenya [Influence of wastewater sludge on growth and development of barley]. Stavropol, Stavropol'skoye knizhnoye izdatel'stvo Publ., 1989, pp. 31–34.
4. Sokolov L. I. *Resursosberegayushhiye tekhnologii v sistemakh vodnogo khozyaystva promyshlennykh predpriyatiy* [Resource-saving technologies in water management systems of industrial enterprises]. Moscow, Publishing house ASV Publ., 1997. 256 p.
5. Yakushko S. I., Ivanov V. P. Organo-mineral'ni dobriva. Perevagy ta sposoby vyrobnytsva [Organo-mineral fertilizers. Advantages and production methods]. Sumy, Khimichna promyslovict' Ukrainy Publ., 2008, no. 3, vol. 86, pp. 38–43.
6. Chertes K. L., Strelkov A. K., Bykiv D. E. Novyy napryamok vykorystannya nadlyshkovogo aktyvnogo mulu [A new direction of using excess activated sludge]. *Vodopostachannya ta sanitarna tekhnika* [Water supply and sanitary technique]. Sumy, 2001, no. 5, pp. 34–37.
7. Evilevich M. A. *Utilizatsiya stochnykh vod* [Utilization of sewage sludge]. Leningrad, Stroyizdat Publ., 1998. 248 p.
8. Kl'epa T. P., Voloshin M. D. [Recommendations for reducing biological fouling in circulating water systems of the enterprises of nitrogen industry]. *Ekologiya ta inzheneriya. Stan, naslidky, shlyakhy stvorenniya ekologichno chystykh tekhnologiy. Tezy dopovidey VI mizhnarodnoyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi (24 – 27 zhovtnya 2006 r, Dniprodzerzhynsk)* [Ecology and engineering. The status, consequences, ways of creation of ecologically clean technologies. Abstracts of the VI Int. Sci.-Pract. Conf. (24 – 27 October 2006, Dniprodzerzhynsk)]. Dniprodzerzhynsk, NTUU KPI Publ., 2006, pp. 57–59.
9. Zuman B. V., Pasenko A. V. *Sposib zastosuvannya organo-mineral'nogo dobriva iz shlamu khimpidgotovky TETS i ptashynogo poslidu* [Method of application of organo-mineral fertilizer from power plant chemical water treatment sludge and bird droppings]. Patent UA, no. 200710598, 2008.
10. Ocheretnyuk A. G. (Belyanskaya), Voloshin M. D., Karmazina V. V. [The use of the dispersant in the production of modified biomineral fertilizer from urban waste water treatment]. *Novini energo- ta resursozberigayuchi khimichni tekhnologiyi ta ekologichni problemy. Tezy dopovidey VI mizhnarodnoyi naukovo-praktychnoyi konferentsiyi (24 – 27 veresnya 2013 r., Odesa)* [New energy and resource saving chemical technologies and environmental issues. Abstracts of the V Int. Sci.-Pract. Conf. (September 10 – 12, 2013, Odessa)]. Odesa, ONPU Publ., 2013, pp. 175–179.
11. Belyanskaya O. R., Voloshin M. D., Karmazina V. V. Modelyuvannya vplyvu poperednyego dysperguvannya v tekhnologiyi oderzhannya kompleksnogo dobriva [Modeling of the influence of the preliminary dispersing in the technology of obtaining complex fertilizers]. *Visnyk NTU "KhPI". Ser. : Matematychni modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh* [Bulletin of National Technical University «KhPI». Series: Mathematical modeling in engineering and technologies]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2015, no. 6 (1115), pp. 12–21.
12. Mironchik G. M., Berdichevskiy D. A., Vysota A. E., Yaroslavskiy L. V. *Kanalizatsiya. Naruzhnye seti i sooruzheniya* [Sewerage. External networks and facilities]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1986. 233 p.
13. Bystrov A. S., Varankin V. V., Vilenskiy M. A., Goffmann K. G., Gusev A. A., Dunayevskiy L. V., Fedorenko N. P., Khachaturov T. S. *Vremennaya tipovaya metodika opredeleniya ekonomicheskoy effektivnosti osushchestvleniya prirodookhrannykh meropriyatiy i otsenki ekonomicheskogo usherba, prichynayemogo narodnomu khozyaystvu zagryazneniem okruzhayushhey sredy* [Temporary typical method of determining the economic effectiveness of the implementation of environmental protection measures and assess the economic damage to the national economy by environmental pollution]. Moscow, Ekonomika Publ., 1986. 32 p.

Надійшло (received) 06.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Дослідження механо-хімічної обробки активного мулу з перспективою його подальшої утилізації / Ю. О. Мягка, О. Р. Белянська, М. Д. Волошин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 30 (1252). – С. 75 – 81. Бібліогр.: 13 назв. – ISSN 2222-0631.

Исследование механо-химической обработки активного ила с перспективой его дальнейшей утилизации / Ю. О. Мягкая, А. Р. Белянская, Н. Д. Волошин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 30 (1252). – С. 75 – 81. Бібліогр.: 13 назв. – ISSN 2222-0631.

Study of mechanical and chemical treatment of activated sludge with the prospect of its subsequent utilization / Y. O. Miahka, A. R. Belianska, N. D. Voloshin // Bulletin of National Technical University «KhPI». Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv : NTU «KhPI», 2017. – № 30 (1252). – pp. 75 – 81. Bibliog.: 13 titles. – ISSN 2222-0631.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Мягка Юлія Олегівна – бакалавр кафедри Хімічна технологія неорганічних речовин Дніпровського державного технічного університету, м. Кам'янське; тел.: (098) 551-63-57; e-mail: korthun@mail.ru.

Мягкая Юлия Олеговна – бакалавр кафедры Химическая технология неорганических веществ Днепропетровского государственного технического университета, г. Каменское; тел.: (098) 551-63-57; e-mail: korthun@mail.ru.

Miahka Yuliia Olegivna – Bachelor of Department of Chemical Technology of Inorganic Substances, Dniprovsky State Technical University, Kamenskoe; tel.: (098) 551-63-57; e-mail: korthun@mail.ru.

Белянська Олександра Ростиславівна – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри хімічна технологія неорганічних речовин Дніпровського державного технічного університету, м. Кам'янське; тел.: (097) 517-57-67; e-mail: belyans@ukr.net.

Белянская Александра Ростиславовна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры химической технологии неорганических веществ Днепропетровского государственного технического университета, г. Каменское; тел.: (097) 517-57-67; e-mail: belyans@ukr.net.

Belianska Alexandra Rostislavovna – Candidate of Engineering Sciences, Senior Lecturer, Department of Chemical Technology of Inorganic Substances, Dniprovsky State Technical University, Kamenskoe; tel.: (097) 517-57-67; e-mail: belyans@ukr.net.

Волошин Микола Дмитрович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Хімічна технологія неорганічних речовин Дніпровського державного технічного університету, м. Кам'янське; тел.: (097) 517-57-67; e-mail: voloshin@ua.fm.

Волошин Николай Дмитриевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры Химическая технология неорганических веществ Днепропетровского государственного технического университета, г. Каменское; тел.: (097) 517-57-67; e-mail: voloshin@ua.fm.

Voloshin Nikolai Dmitrievich – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Chemistry of Inorganic Substances, Dniprovsky State Technical University, Kamenskoe; tel.: (097) 517-57-67; e-mail: voloshin@ua.fm.

УДК 519.6

В. П. ОЛЬШАНСЬКИЙ, С. В. ОЛЬШАНСЬКИЙ

ПРО РУХ МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА

З використанням періодичних еліптичних функцій Якобі одержано два варіанти аналітичного розв'язку нелінійного диференціального рівняння руху. Виведено замкнені формули для обчислення переміщень маятника у часі та періодів коливань, спричинених початковим відхиленням маятника від вертикального положення або наданою йому в цьому положенні початковою швидкістю. Наведено приклади розрахунків, де показано, що результати обчислень переміщень за виведеними формулами добре узгоджуються з результатами числового розв'язку задачі Коші на комп'ютері.

Ключові слова: математичний маятник, пружний осцилятор, вільні коливання, задача Коші, аналітичні розв'язки, еліптичні функції.

С использованием периодических эллиптических функций Якоби получены два варианта аналитического решения нелинейного дифференциального уравнения движения. Выведены замкнутые формулы для вычисления перемещений маятника во времени и периодов колебаний, вызванных начальным отклонением маятника от вертикального положения или данной ему в этом положении начальной скоростью. Приведены примеры расчетов, в которых показано, что результаты вычисления перемещений по выведенным формулам хорошо согласуются с результатами численного решения задачи Коши на компьютере.

Ключевые слова: математический маятник, упругий осциллятор, свободные колебания, задача Коши, аналитические решения, эллиптические функции.

Two variants of the analytical solution to the nonlinear differential equation of motion are obtained using Jacobi periodic elliptic functions. Closed formula for computing the displacements of the pendulum in time and the periods of its oscillations, induced by the initial deflection from the vertical position or initial velocity communicated to the pendulum in this position, are derived. The computational examples are given. The results of calculating the displacements using the derived formula are in close agreement with the numerical results of solving the Cauchy problem using computer.

Key words: mathematical pendulum, elastic oscillator, free oscillations, Cauchy problem, analytical solutions, elliptic functions.

Вступ. Задача руху математичного маятника відноситься до класичних в теорії нелінійних механічних коливань. Їй приділялась значна увага не тільки в науковій, а і в навчальній літературі. Рівняння руху математичного маятника має точний аналітичний розв'язок, який традиційно використовують для визначення похибок різних наближених аналітичних методів механіки, зокрема при визначенні залежності періоду і частоти від амплітуди коливань нелінійної системи [1 – 3]. При цьому значно менше уваги приділялося дослідженню самого руху, тобто аналізу переміщення маятника як функції часу.

Для розрахунку переміщень часто використовують лінійний варіант теорії так званих *малих* коливань, коли похибки наближення зростають при збільшенні амплітуд коливань маятника [1, 4 – 7]. Зустрічаються роботи, де математичний маятник отожднюють з фізичним маятником, рухи яких описуються однотипними диференціальними рівняннями, що відрізняються лише сталими коефіцієнтами. Але для фізичного маятника не потрібні такі обмеження на амплітуди коливань, які доводиться вводити для математичного маятника, щоб забезпечувалась його стійкість руху. Тому заслуговує уваги черговий аналіз зазначеної класичної задачі.

Метою статті є виведення замкнутих розрахункових формул для обчислення переміщень математичного маятника у часі, перевірка їх вірогідності та доведення можливості використання для аналізу руху нелінійного механічного осцилятора, коли він є пружним аналогом математичного маятника. У математичного маятника роль відновлюючої сили виконує сила гравітації, тоді як у його аналога такою є сила пружності пружини.

Постановка задачі. Математичним маятником тут вважаємо таку коливальну систему з одним ступенем вільності, що традиційно визначена в теоретичній механіці, а саме конструктивно це невагома нерозтяжна нитка, один кінець якої закріплено в нерухомому циліндричному шарнірі, а на другому кінці прикріплена вагома матеріальна точка [3 – 5].