

П. Н. АНДРЕНКО, А. Ю. ЛЕБЕДЕВ, А. Л. ГРИГОРЬЕВ

## ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТОРЦЕВЫХ УПЛОТНЕНИЙ РОТОРА ЛАБИРИНТНО-ВИНТОВОГО НАСОСА

Складено математичну модель роботи торцевого ущільнення із гладкими кільцями із реліту в умовах рідинного тертя. Особливістю моделі є врахування теплового розширення рідини в зазорі між кільцями; цей ефект, що діє разом із силами тертя, утворює додатковий тиск та підйомну силу, яка залежить від ширини зазору та швидкості ковзання. У розробленій моделі відображено процеси виділення, переносу та відводу тепла в елементах ущільнення, а також використовується сила спротиву осевому переміщенню кільця, яке виникає у зазорі під дією насосного ефекту та тертя у рідині, що перетікає; інерційність цієї рідини враховано методом приведення мас. Виконано лінеаризацію моделі і отримано динамічні характеристики перехідних процесів та вимушених коливань пристрою. Сформульовано умови, що накладаються на параметри торцевого ущільнення для забезпечення режиму рідинного тертя, що мінімізує знос.

**Ключові слова:** лабиринтно-гвинтовий насос, торцеве ущільнення ротора, кільця із реліту, рідинне тертя, насосний ефект, приведення мас.

Составлена математическая модель работы торцевого уплотнения с гладкими кольцами из релита в условиях жидкостного трения. Особенностью модели является учет теплового расширения жидкости в зазоре между кольцами; этот эффект, действующий совместно с силами трения, создает дополнительное давление и подъемную силу, зависящую от ширины зазора и скорости скольжения. В разработанной модели отображаются процессы выделения, переноса и отвода тепла в элементах уплотнения, а также используется сила сопротивления осевому перемещению кольца, возникающая в зазоре под действием насосного эффекта и трения в перетекающей жидкости; инерционность этой жидкости учитывается методом приведения масс. Выполнена линеаризация модели и получены динамические характеристики переходных процессов и вынужденных колебаний устройства. Сформулированы условия, накладываемые на параметры торцевого уплотнения для обеспечения режима жидкостного трения, что минимизирует износ.

**Ключевые слова:** лабиринтно-винтовой насос, торцевое уплотнение ротора, кольца из релита, жидкостное трение, насосный эффект, приведение масс.

A mathematical model of the work of the mechanical seal with smooth rings made from cast tungsten carbide in the condition of liquid friction is drawn up. A special feature of this model is the allowance for the thermal expansion of a liquid in the gap between the rings; this effect acting in the conjunction with the frictional forces creates additional pressure and lift which in its turn depends on the width of the gap and the speed of sliding. The developed model displays the processes of separation, transportation and heat removal in the compaction elements and also the resistance to axial movement of the ring arising in the gap caused by the pumping effect and the friction in the flowing liquid; the inertia of this fluid is taken into account by the mass reduction method. The linearization of the model is performed and the dynamic characteristics of the transient processes and the forced oscillations of the device are obtained. The conditions imposed on the parameters of the mechanical seal are formulated to provide a regime of the liquid friction, which minimizes the wear.

**Key words:** labyrinth screw pump, rotor mechanical seal, rings made from cast tungsten carbide, liquid friction, pumping effect, mass reduction method.

**Введение и постановка задачи.** Лабиринтно-винтовой насос (ЛВН, его уплотнительный узел показан рис. 1 [1]), устанавливается в нефтяной скважине на глубине примерно 1 км у нижнего торца трубопровода, по которому лопастные насосы поднимают нефть на поверхность земли; до указанной отметки она течет под действием пластового давления. Нефть в полости ЛВН имеет температуру 120° С и давление около 10 МПа. Известно [2], что в пластовой нефти растворено много газа, и при подъеме по скважине, по причине падения давления, примерно 2/3 его массы выделяется в форме пузырей, то есть нефть становится двухфазной средой. Задачей ЛВН является дробление пузырей и перемешивание их с жидкостью, что необходимо для надежной работы лопастных насосов.

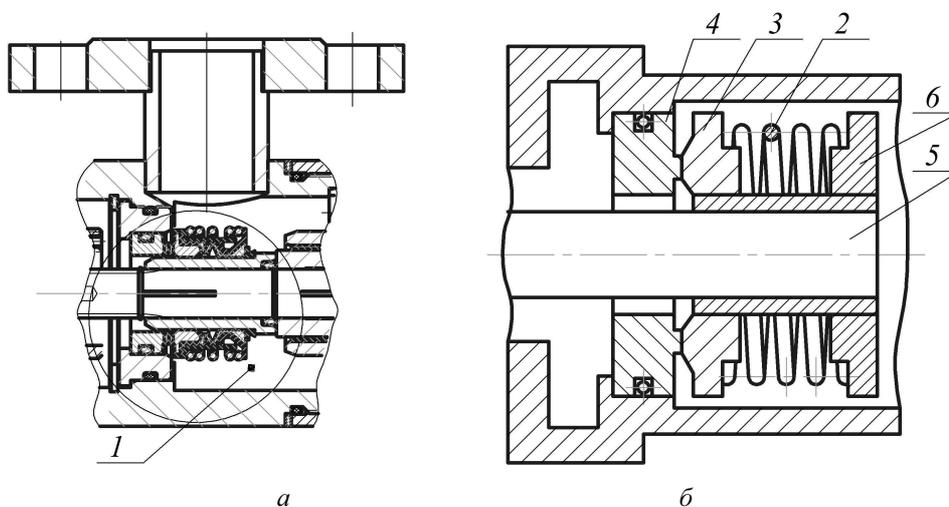


Рис. 1 – Торцевое уплотнение ротора ЛВН: а – конструкция; б – схема;  
1– выходная камера; 2– пружина; 3, 4– обоймы колец; 5 – вал; 6 – опора пружины.

В ходе работы ЛВН повышает давление нефти на 0.2 МПа, и этот перепад действует на торцевое уплотнение выходной камеры, показанное на рис. 1. Наличие перепада давления, а также особенности физических свойств рабочего тела и очень высокая чистота уплотняющих поверхностей (шероховатость колец, изготовленных из *relmeta* – износостойкого сплава двух карбидов вольфрама – составляет всего лишь 0.03 мкм), создают предпосылки для поддержания в зазоре режима жидкостного трения, что минимизирует износ. Задачей исследования являлось определение параметров уплотнения, обеспечивающего этот режим.

**Особенности уплотняемой жидкости.** На каждые 100 м увеличения глубины температура земной породы повышается на 3 градуса. Глубина пласта, из которого добывается нефть, достигает примерно 3 км, а давление в пласте близко к 30 МПа. При подъеме нефти по скважине ее температура изменяется слабо, а давление – снижается в 3 раза, что приводит к выделению в газовую фазу значительной части растворенного углеводородного газа, а также азота. При этом первоначальная вязкость жидкой фазы увеличивается в 1.5 ... 2 раза.

Вращение ротора приводит к сепарированию нефти в выходной камере по плотности: вода, присутствующая в пластовой нефти, отжимается к стенкам камеры, а газовая фаза остается в центре. В результате к уплотнению поступают жидкие углеводородные фракции, но их вязкость не остается постоянной и варьируется в достаточно широких пределах.

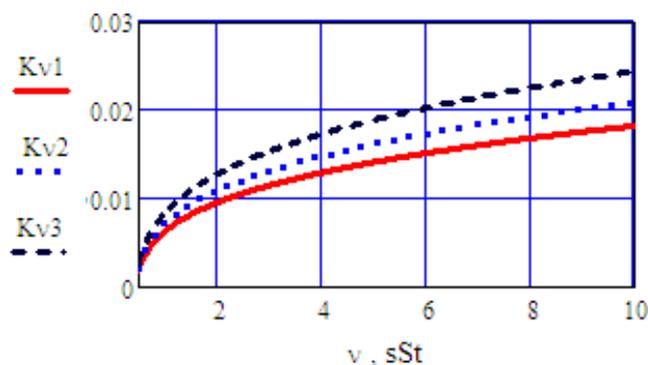


Рис. 2 – Изменение индекса  $K_v$  в зависимости от вязкости  $\nu$ , сСт пластовой нефти и ее температуры;  $K_{v1} - t_{nl} = 120^\circ\text{C}$ ,  $K_{v2} - t_{nl} = 70^\circ\text{C}$ ,  $K_{v3} - t_{nl} = 20^\circ\text{C}$ .

Принято считать, что средняя кинематическая вязкость дегазированной и сепарированной нефти при температуре  $120^\circ\text{C}$  составляет около 4 сСт, но у пластовой нефти, где растворено много газа, вязкость существенно ниже; кроме того, некоторые сорта нефти имеют большую вязкость [2]. В пласте вязкость нефти  $\nu$  (определяемая в сСт) подчиняется уравнению Майера

$$\frac{\ln(\nu + 0.8)}{\ln(\nu_{20} + 0.8)} = \left( \frac{293}{273 + t_{nl}} \right)^{3.5}, \quad (1)$$

где  $\nu_{20}$  – вязкость этой же нефти при температуре  $20^\circ\text{C}$ ; пластовая температура  $t_{nl} = 120^\circ\text{C}$ .

Дифференцируя обе части равенства (1) по температуре, получаем коэффициент изменения (индекс) вязкости:

$$K_v = \nu^{-1} d\nu / dt_{nl} = -3.5 (1 + 0.8/\nu) \ln(\nu + 0.8) / (273 + t_{nl}).$$

Чтобы учесть частичную дегазацию при подъеме нефти по скважине и ее сепарировании в насосе, вязкость в правой части этой формулы нужно уменьшить в 2 раза. В результате получаем зависимости, представленные на рис. 2. Кинематическая вязкость  $\nu$  нефти в насосе изменяется в пределах 1 ... 4 сСт; для дальнейшего анализа примем среднее значение  $\nu_{cp} = 2$  сСт.

**Изменения температуры жидкости и материала кольца по длине зазора.** В работе [3] отмечалось, что радиальный перепад температур приводит к конусности зазора, и это, в свою очередь, влечет изменение подъемной силы. Для расчета конусности решена задача теплопроводности для радиального сечения кольца (рис. 3). Выделение тепла вызвано работой силы жидкостного трения, и плотность потока тепла  $q$  описывается формулой

$$q(x) = \rho_n \nu ((R - x)\omega)^2 / (h_0 - \Delta h(x)), \quad (2)$$

где  $\rho_n, \nu$  – плотность и кинематическая вязкость нефти;  $R_{cp}, \omega$  – средний радиус и угловая скорость вращения кольца;  $h_0$  – высота зазора на внешнем радиусе кольца;  $\Delta h$  – изменение зазора;  $x$  – радиальная координата, направленная по течению жидкости,  $x \in [0, H]$ ;  $\Delta h(0) = 0$ ;  $H, H_p$  – ширина и высота кольца.

Эта задача, после пренебрежения радиальным сужением кольца и потоком тепла от вала насоса, принимает вид:

$$\nabla^2 T = 0; \quad \partial T / \partial x|_{x=0} = 0; \quad \lambda_p \partial T / \partial x + \alpha T|_{x=H} = 0; \quad \partial T / \partial y|_{y=0} = 0; \quad \lambda_p \partial T / \partial y|_{y=H_p} = 0.5 q, \quad (3)$$

а ее решение получено по методу Фурье разделения переменных [4] в виде ряда

$$T(x, y) = 0.5 H \lambda_p^{-1} \sum_{j=0,1,\dots} A_j [\gamma_j \text{sh}(\gamma_j H_p / H)]^{-1} \text{ch}(\gamma_j y / H) \cos[\gamma_j (1 - x / H)], \quad (4)$$

где константы разделения  $\gamma_j$  и коэффициенты Фурье  $A_j$  определяются равенствами:

$$\gamma_j \operatorname{th} \gamma_j = \alpha H \lambda_p^{-1}, \quad A_j = 2H^{-1} \int_0^H q(x) \cos(\gamma_j(1-x/H)) dx; \quad \Delta\alpha = \alpha H \lambda_p^{-1};$$

$\bar{\nabla}^2$  – оператор Лапласа,

$$\bar{\nabla}^2 T = \partial^2 T / \partial x^2 + \partial^2 T / \partial y^2;$$

$\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от кольца к жидкости в выходной камере ЛВН (ее температура в модели (3) считается нулевой);  $\lambda_p$  – средняя теплопроводность материала кольца, в расчетах уплотнения используем значение теплопроводности релита  $\lambda_p = 29.5 \text{ Вт м}^{-1}\text{К}^{-1}$ .

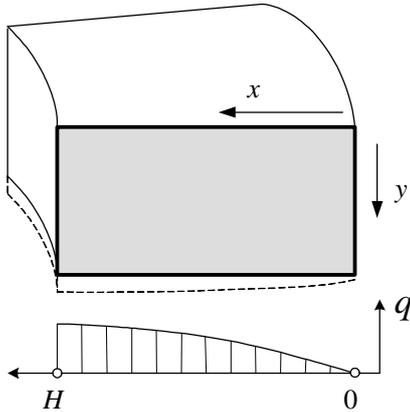


Рис. 3 – Сечение и деформации кольца и тепловой поток в зазоре.

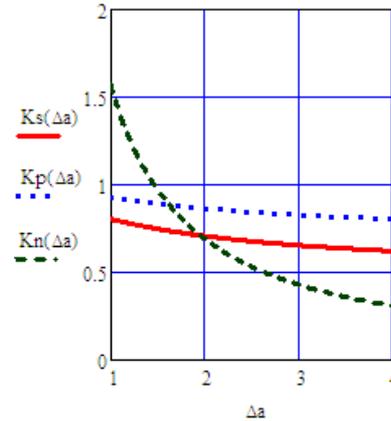


Рис. 4 – Графики коэффициентов пропорциональности для температур.

Интегрируя ряд (4) по высоте кольца, получаем:

$$\int_0^{H_p} T(x, y) dy = 0.5H^2 \lambda_p^{-1} \sum_{j=0,1,\dots} A_j \gamma_j^{-2} \cos(\gamma_j x/H), \quad (5)$$

и, что характерно, этот результат не зависит от высоты кольца  $H_p$ . Изменение температуры жидкости в зазоре (то есть температура стенки канала) определяется равенством

$$T_n(x) = 0.5H \lambda_p^{-1} \sum_{j=0,1,\dots} A_j [\gamma_j \operatorname{th}(\gamma_j H_p/H)]^{-1} (1 - \cos[\gamma_j(1-x/H)]) \quad (6)$$

и при соотношении  $H_p > 0.5H$  слабо зависит от высоты  $H_p$ .

Анализ показал, что в суммах (4) – (6) можно ограничиться первым слагаемым; тогда все термические характеристики кольца пропорциональны одной температуре  $T_0$ :

$$\Delta T_p = K_p(\Delta\alpha) T_0; \quad \Delta T_n = K_s(\Delta\alpha) T_0; \quad \Delta T_n = K_n(\Delta\alpha) T_0; \quad \operatorname{grad}_x T = 2K_p(\Delta\alpha) T_0 / H,$$

где  $T_0 = 0.5q_{cp}H / \lambda_p$  – расчетное значение температуры, получаемое при условии передачи тепла с плотностью

$$q_{cp} = (\rho_n v (R_{cp} \omega)^2 / h_0)$$

от внутреннего радиуса кольца к внешнему радиусу;  $R_{cp} = R - 0.5H$ ;  $\Delta T_p$ ,  $\Delta T_n$  – радиальные перепады температуры кольца и жидкости;  $T_n$  – температура материала в начальном сечении кольца; соответствующие тепловые удлинения во входном  $\Delta H_n$  и выходном сечениях  $\Delta H_k$  определяются формулами

$$\Delta H_n = \alpha_p T_n H; \quad \Delta H_k = \alpha_p \Delta T_k H, \quad (7)$$

$\alpha_p$  – коэффициент теплового линейного расширения релита;  $\alpha_p = 5.8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/К}$ ; зависимости коэффициентов  $K_s$ ,  $K_p$ ,  $K_n$  от параметра  $\Delta\alpha$  даны на графиках рис. 4.

При хорошей организации отвода тепла от колец значения  $\Delta\alpha$  расположены в интервале 2 ... 3.

В [3] указано ограничение на градиент расширения материала кольца; оно составляет  $6 \cdot 10^{-5}$ , то есть должно выполняться условие  $K_p(\Delta\alpha) \alpha_p T_0 < 6 \cdot 10^{-5}$ . Отсюда, а также из графиков рис. 4, следует, что для кольца из релита величина  $\Delta T_n$  повышения температуры жидкости в канале не должна превышать 6.5 К.

**Изменение температуры кольца в переходном процессе.** Если зазор или другие параметры, используемые в правой части равенства (2), изменяются в течение времени  $t$ , то стационарная задача (3) трансформируется в нестационарную задачу:

$$\lambda_p \nabla^2 T = c_p \rho_p \partial T / \partial t; \quad \partial T / \partial x \Big|_{x=0} = 0; \quad \dots; \quad \lambda_p \partial T / \partial y \Big|_{y=H_p} = 0.5 q(x, t),$$

где  $c_p, \rho_p$  – удельная теплоемкость и плотность материала колец.

Применяя преобразование Лапласа и метод Фурье разделения переменных, приходим к равенствам:

$$\int_0^{H_p} T(x, y, s) dy = 0.5 H^2 \lambda_p^{-1} \sum_{j=0,1,\dots} A_j(s) (\gamma_j^2 + \alpha_p H^2 s)^{-1} \cos[\gamma_j (1 - x/H)];$$

$$A_j(s) = 2H^{-1} \int_0^H q(x, s) \cos[\gamma_j (1 - x/H)] dx,$$

где  $s$  – это переменная Лапласа. Откуда для термических деформаций  $\Delta H_n, \Delta H_k$  получаем решения для изображений в форме *обобщенных рядов Фурье*:

$$\Delta H_i = 0.5 H^2 \lambda_p^{-1} \sum_j A_j(s) (\gamma_j^2 + \alpha_p H^2 s)^{-1} \cos \gamma_j, \quad \Delta H_e = 0.5 H^2 \lambda_p^{-1} \sum_j A_j(s) (\gamma_j^2 + \alpha_p H^2 s)^{-1},$$

$$A_j(s) = 2H^{-1} \int_0^H q(x, s) \cos(\gamma_j x/H) dx, \quad \alpha_p = c_p \rho_p \lambda_p^{-1}.$$

Возвращаясь к оригиналам и используя первые слагаемые рядов (остальные малы), получаем прежние пропорциональности

$$\Delta H_n(t) = K_n H T_0(t); \quad \Delta H_k(t) = K_k H T_0(t), \quad (8)$$

и дифференциальное уравнение для расчетной температуры  $T_0(t)$ :

$$\alpha_p H^2 \gamma_0^{-2} dT_0(t)/dt + T_0(t) = 0.5 q_0(t) H \lambda_p^{-1}; \quad q_0(t) = \rho_n v (R_{cp} \omega(t))^2 / h_0(t). \quad (9)$$

**Условие статического равновесия уплотнительного кольца.** Если зазор превышает размер шероховатостей в 3 раза или более, то наблюдается режим жидкостного трения. Здесь вращающееся кольцо не имеет контакта с неподвижным кольцом, и его равновесие достигается при равенстве

$$F_{np}(h_0) = F_{om}(h_0) + F_g$$

трех разнонаправленных сил – силы пружины  $F_{np}(h) = F_{np,0} + z_{np} h$ , силы тяжести  $F_g$  (в которой учтен закон Архимеда, а также третья часть массы движущихся витков пружины) и силы давления жидкости в зазоре

$$F_{om}(h_0) = \pi \int_0^H (R-x) p(x) dx, \quad (10)$$

где  $h_0$  – начальный зазор на внешнем радиусе  $R$  кольца;  $z_{np}$  – коэффициент жесткости пружины;  $R$  – радиальная координата сечения;  $p(x)$  – эпюра избыточного давления нефти в зазоре, которая удовлетворяет известному дифференциальному уравнению [5]

$$dp/dx = -12 \rho v u / h^2,$$

или, если от скорости течения  $u$  перейти к потоку массы  $\dot{m} = 2\pi(R-x)hu$ , уравнению вида

$$dp/dx = -[6\dot{m}v_0 / (\pi R h_0^3)] [\delta_r(x) / (\delta_r(x) \delta_h^3(x))]; \quad (11)$$

Здесь

$$\delta_r = (R-x)/R, \quad \delta_h = (h-h_0)/h_0, \quad \delta_v = v/v_0$$

– это относительные значения радиуса, зазора и кинематической вязкости в сечении  $x$ ;  $v_0$  – значение вязкости на входе в уплотнение.

Для дифференциального уравнения (11) решена краевая задача с граничными условиями

$$p(0) = \Delta p, \quad p(H) = 0,$$

где  $\Delta p$  – заданный перепад давления на щели, из которого вычитается поправка на центробежную силу Кориолиса

$$\Delta p_k = 0.5 \rho_{cp} V_{m,cp}^2;$$

$V_{m,cp}$  – средняя тангенциальная скорость жидкости в зазоре, в исследуемом ЛВН на рабочем режиме

$$V_{m,cp} \approx 5.5 \text{ м/с};$$

$\rho_{cp}$  – средняя плотность жидкости. После чего результат решения подставляется в интеграл (10).

Если принять, что зазор и вязкость по длине зазора не изменяются, то интегрирование дает значение силы

$$F_{om}(h_0) = f_k k_R \Delta p / 2,$$

где  $f_k$  – это площадь кольца; а поправка  $k_R \approx 1 + 0.5 H / R_{cp}$  учитывает конусность, вызванную кольцевой фор-

мой зазора; она присутствует во всех дальнейших результатах.

Учтем, что величины  $\delta v(x)$  и  $\delta h(x)$  изменяются вместе с изменением температуры:

$$\delta v(x) = 1 + K_v (T_n(x) / \Delta T_n); \quad \delta h(x) = 1 + \alpha_p (2H / h_0) k_H (T_n(x) / \Delta T_n),$$

где  $k_H = Kp(\Delta a) / Ks(\Delta a) \approx 0.8$ ;  $\Delta T_n = T_n(H)$ ;  $K_v$  – индекс вязкости при  $t_{nn} = 120^\circ C$  (рис. 2).

Причем поправка  $\delta v(x)$  мало отличается от 1, поэтому

$$\delta_v(x) / (\delta_h(x))^3 \approx \Psi(x) = (1 + \delta T_n(x) / \Delta T_n)^{-3},$$

где  $\delta = \Delta T_n (\alpha_p (2H / h_0) k_H - K_v / 3)$ .

Использование функции  $\Psi(x)$  в уравнении (11), а затем в интеграле (10), приводит к следующему результату:

$$F_{om}(h_0) = f_k k_R (\Delta p / 2) [1 + 0.45 \delta / (1 - 0.4 \delta)]. \tag{12}$$

В частности, если  $\delta \approx 1$ , то есть конусность зазора приводит к практически полному перекрытию течения у внутреннего радиуса кольца, то

$$F_{om}(h_0) \approx f_k \cdot \Delta p,$$

и это максимальная отрывающая сила, которую можно получить при жидкостном режиме трения. Однако если на рабочем режиме ЛВН получить такой результат (за счет соответствующей затяжки пружины), то это может привести к перегреву уплотняющего кольца.

Для исследуемого уплотнения связь между вязкостью  $\nu$ , наружным зазором  $h_0$  и максимальной температурой нагрева  $\Delta T_n$  нефти в зазоре определяется равенством:

$$\Delta T_n = Ks(\Delta a) [\rho_n \nu (R_{cp} \omega)^2 / (\lambda_p / H)] / (h_0 - 2k_H \alpha_p H \Delta T_n), \tag{13}$$

откуда несложно выразить высоту зазора через значения вязкости и температуры:

$$h_0 = Ks(\Delta a) [\rho_n \nu (R_{cp} \omega)^2 H / \lambda_p] / \Delta T_n + 2k_H \alpha_p H \Delta T_n,$$

Далее использована формула (12), которая была переписана в следующем виде:

$$F_{om}(h_0) = f_k k_R (\Delta p / 2) [1 + \delta F],$$

где

$$\delta F = \Delta T_n A_T; \quad A_T = [0.9(\alpha_p H k_H / h_0 - K_v / 6)] / (1 - 0.8 \alpha_p H k_H \Delta T_n). \tag{14}$$

Коэффициент  $\delta F$  указывает долю отталкивающей силы, которая была приобретена после нагрева кольца. На рис. 5, а для параметров анализируемого уплотнения построены графики, соответствующие зависимостям (13), (14) при максимально допустимом значении  $\Delta T_n = 6.5^\circ C$ , а также при  $5^\circ C$  и  $8^\circ C$ .

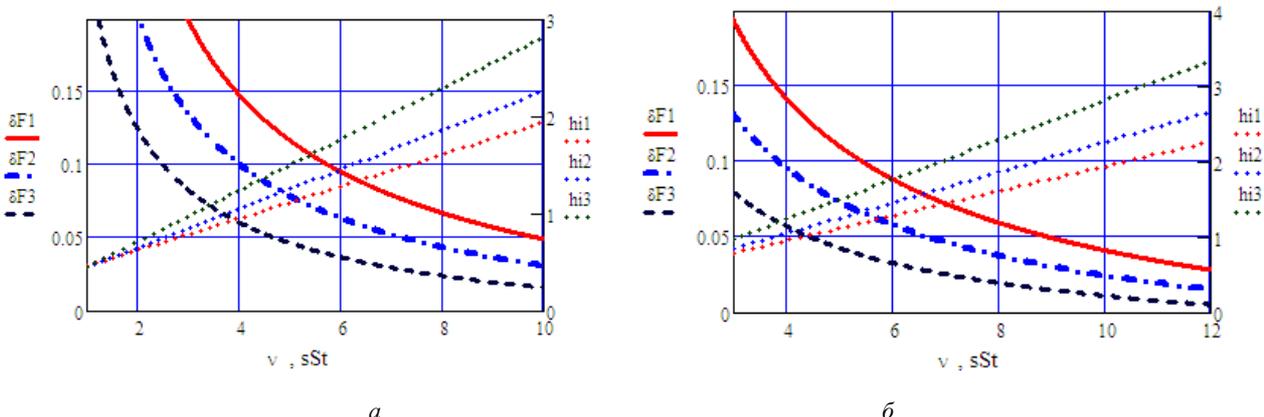


Рис. 5 – Коэффициенты  $\delta F$  увеличения подъемной силы и начальные зазоры  $hi$ , мкм при перепаде температур  $8^\circ C$  (кривые 1),  $6.5^\circ C$  (кривые 2) и  $5^\circ C$  (кривые 3) и температуре нефти:

$a - 120^\circ C$ ;  $b - 20^\circ C$ .

При вязкости  $\nu = \nu_{cp} = 2$  сСт зазор  $h_0$  составляет 0.65 мкм, а на внутреннем радиусе он уменьшается до 0.45 мкм, 0.5 мкм и 0.4 мкм, соответственно. Если затяжка пружины выбрана и остается неизменной, то и коэффициент  $\delta F$  не изменяется. Как видим, при одинаковых значениях  $\delta F$  увеличение вязкости приводит к повышению установившегося перепада температуры, и, следуя этому правилу, затяжку нужно назначать по самой большой вязкости, где  $\delta F \approx 1$ , и осуществить столь тонкую настройку сложно. Но если флуктуация вязкости занимает малое время, то, как покажем далее, и перепад температуры будет изменяться мало. Поэтому затяжку

пружини нужно рассчитывать исходя из средней вязкости нефти.

В формуле (14) на изменение подъемной силы влияют два фактора: тепловое расширение колец увеличивает эту силу, а уменьшение вязкости с ростом температуры – уменьшает. При вязкости  $\nu_{cp} = 2$  сСт первый фактор сильнее второго на порядок, но при больших вязкостях (по причине увеличения зазора) этот разрыв сокращается. Если значительно уменьшить температуру (рис. 5, б), то при увеличенных вязкостях  $\nu > 6$  сСт настроить уплотнение на работу в режиме жидкостного трения станет сложно.

**Моделирование движения кольца на переходных режимах.** Как следует из (9), время тепловой инерции колец составляет

$$\tau_T = \alpha_p H^2 \gamma_0^{-2} \approx 1.6 \text{ с},$$

но при движении кольца действуют более сильные факторы, замедляющие переходные процессы. Рассмотрим одномерное нестационарное движение вязкой несжимаемой жидкости по зазору переменной и изменяющейся высоты  $h(x, t)$ , описываемое известными уравнениями (здесь  $S = 2\pi(R-x)h(x)$  – это площадь кольцевого сечения зазора):

$$\partial \dot{m} / \partial t + u \partial \dot{m} / \partial x + S \partial p / \partial x + 12\nu \dot{m} / h^2 = 0; \quad \partial(\rho S) / \partial t + u \partial(\rho S) / \partial x + \partial \dot{m} / \partial x = 0.$$

Скорость течения мала, поэтому конвективными слагаемыми пренебрегаем:

$$\partial p / \partial x = -12\nu \dot{m} / (S h^2) - \rho \dot{u}; \quad \partial \dot{m} / \partial x = -(\dot{\rho} + \dot{h} / h) S,$$

а ускорение  $\dot{u}$ , в силу не сжимаемости жидкости, считаем пропорциональным осевому ускорению кольца:

$$\dot{u} = [(x - 0.5H) / h] d^2 h / dt^2.$$

Интегрирование уравнения

$$dp / dx = -\rho [(x - 0.5H) / h] d^2 h / dt^2$$

при граничных условиях  $p(0) = 0$ ,  $p(H) = 0$  и подстановка результата в интеграл (10) приводит к появлению силы инерции

$$F_{ин} = m_{np} d^2 h / dt^2,$$

где  $m_{np}$  – масса жидкости в зазоре, приведенная к кольцу,

$$m_{np} = (1/3) \rho f_k k_R h (0.5H / h)^2.$$

Заметим, что масса  $m_{np}$  увеличивается пропорционально уменьшению зазора и на рабочих режимах уплотнения превышает массу  $m_k$  движущегося кольца (к которой, по известному правилу, приведена инерционная масса витков пружины) в несколько раз.

Уравнение

$$\partial p / \partial x = -12\nu \dot{m} / (S h^2)$$

совпадает с (11), но величина потока массы  $\dot{m}$  в силу нестационарности процесса для различных сечений может быть разной. Заметим, что в правой части второго уравнения плотность жидкости изменяется вместе с ее температурой, и

$$\dot{\rho} = -[\alpha_n + \alpha_p (2H / h) (k_H T_n(x) / \Delta T_n + K_n)] \rho \Delta \dot{T}_n,$$

где  $\alpha_n$  – коэффициент теплового расширения нефти;  $\alpha_n \approx 0.012$  1/°C, а  $\dot{h}(0, t) = dh / dt$  – это скорость осевого перемещения кольца;  $K_n = Kn(\Delta a) / Kp(\Delta a) \approx 0.6 \dots 0.8$  (рис. 4).

Чтобы определить величину  $\dot{m}$ , выполнили интегрирование второго уравнения:

$$\dot{m}(x) = \dot{m}(0) - \int_0^x [\dot{\rho}(z) + \dot{h}(z) / h(z)] S(z) dz,$$

после чего эту функцию по отработанной процедуре подставили в уравнение (11) и интеграл (10). В результате получили следующую формулу для отрывающей силы:

$$F_{ом} = f_k k_R (\Delta p / 2) [1 + A_T \Delta T_n] - m_{np} d^2 h / dt^2 - 12 m_{np} (\nu / h^2) dh / dt + 12 m_{np} (\nu / h^2) B_T \Delta \dot{T}_n,$$

где  $B_T = K_T (\alpha_n + \alpha_p (2H / h) \cdot k_H)$ ;  $K_T = 1/15 + K_n / 12$ .

Учитывая силы пружины и инерции кольца, получаем уравнение осевых колебаний:

$$(m_k + m_{np}) d^2 h / dt^2 + (12\nu / h^2) m_{np} dh / dt + z_{np} h = f_k k_R (\Delta p / 2) [1 + A_T \Delta T_n] + (12\nu / h^2) m_{np} B_T \Delta \dot{T}_n + F_g - F_{np,0} - 2 z_{np} K_n \alpha_p H \Delta T_n. \quad (15)$$

Последним слагаемым в правой части (15), которое учитывает деформацию пружины, вызванную тепловым расширением уплотнительных колец, можно пренебречь.

Заметим, что масса  $m_{np}$  увеличивается пропорционально изменению зазора и на рабочих режимах уплотнения превышает массу  $m_k$  в несколько раз.

Изменяющаяся часть силы зависит от температуры и скорости изменения температуры, которая определяется из уравнения (9). Равенства (9), (16) дополняются уравнением, описывающим угловые колебания  $\psi(t)$  уплотняющего кольца относительно вала:

$$j_{кр} d^2\psi / dt^2 + f_k (\rho v / h) R_{cp}^2 d\psi / dt + z_{кр} \psi = f_k (\rho v / h) R_{cp}^2 \omega, \tag{16}$$

где  $j_{кр}$ ,  $z_{кр}$  – момент инерции кольца и крутильная жесткость пружины, а формула (9) для потока тепла уточняется и получает такой вид:

$$q_0(t) = \rho_n v (R_{cp}(\omega(t) + d\psi / dt))^2 / h_0(t).$$

Таким образом, динамика уплотнения описывается системой трех нелинейных дифференциальных уравнений и имеет 5-ый порядок.

**Частотный анализ и упрощение модели.** Линеаризация системы уравнений (9), (15), (16) и анализ частот ее свободных колебаний показал, что в переходном процессе уплотнения присутствуют затухающие периодические и аperiodические колебания. Периодические угловые колебания вращающегося кольца имеют частоту около 12 Гц и декремент затухания, увеличивающийся по мере уменьшения зазора; указанные величины в основном определяются коэффициентами уравнения (16). Аperiodический процесс изменения радиального перепада температуры в зазоре имеет *постоянную времени*

$$\tau_T \approx 1.6 \text{ с},$$

которая, в основном, определяется коэффициентами уравнения (9).

Осевые перемещения кольца имеют две постоянные времени:

$$\tau_{h,1} = (1 + m_k / m_{np})^{-1} h^2 / (12\nu) \approx h^2 / (12\nu) < 10^{-6} \text{ с}, \quad \tau_{h,2} = 12(m_{np} / z_{np}) \nu / h^2 \approx 10^2 \dots 10^3 \text{ с}$$

Как видим, первый процесс является слишком скоротечным, и при моделировании его учитывать не нужно. Для его устранения достаточно исключить из уравнения (15) силу инерции. В результате получили уравнение движения, имеющее первый порядок:

$$dh / dt = [h^2 / (12\nu m_{np})] [f_k k_R (\Delta p / 2) [1 + A_T \Delta T_n] + F_g - F_{np,0} - z_{np} h] + B_T \dot{\Delta T}_n. \tag{17}$$

**Результаты решения тестовых задач.** На рис. 6 – 9 приведены результаты расчета переходных процессов, вызванных различными факторами. Изменение величин показано в относительной форме:

$$\delta h = h(t) / h_0, \quad \delta \psi = \psi(t) / \psi(0), \quad \delta T = \Delta T_p(t) / \Delta T_p(0), \quad \delta Fd = Fd(t) / F_{np,0},$$

где  $Fd$  – это сумма активных сил, приложенных к кольцу (без учета силы трения); аргумент  $t$ , как и ранее, обозначает время и измеряется в секундах.

На рис. 8 величины  $\delta h$  и  $\delta T$  показаны в процентах и долях процента.

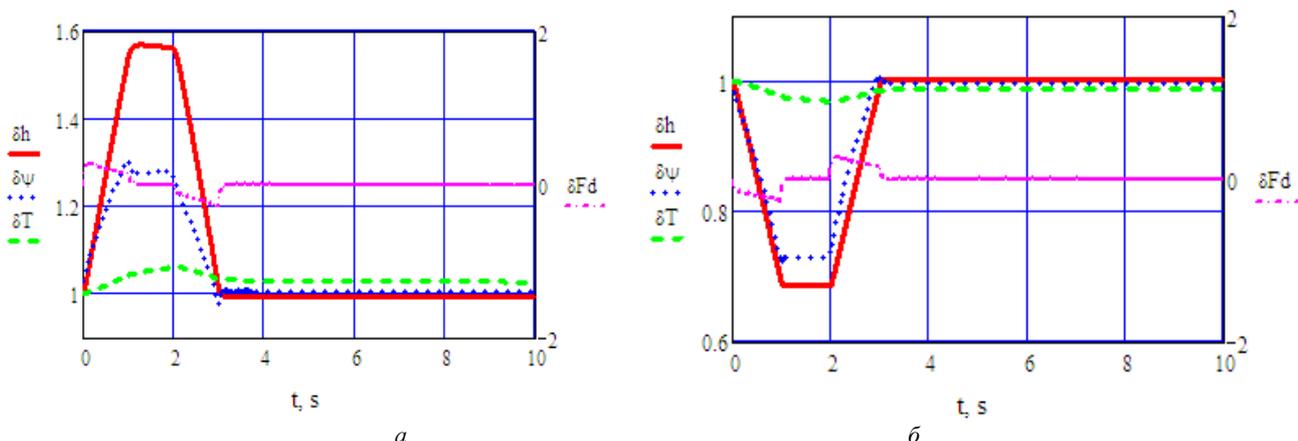


Рис. 6 – Флуктуации вязкости (в 2 раза): а – в большую; б – в меньшую стороны.

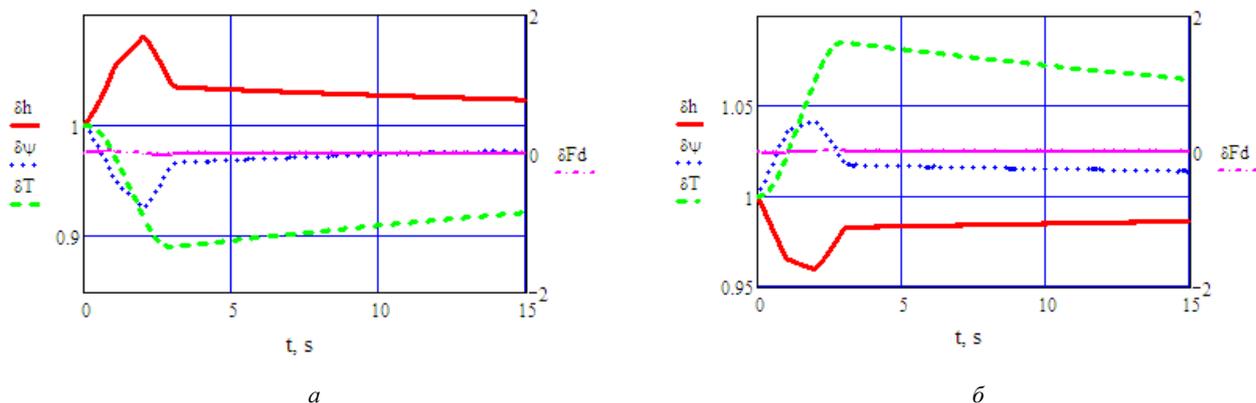


Рис. 7 – Флуктуации перепада давления (в 2 раза): а – в большую; б – в меньшую стороны.

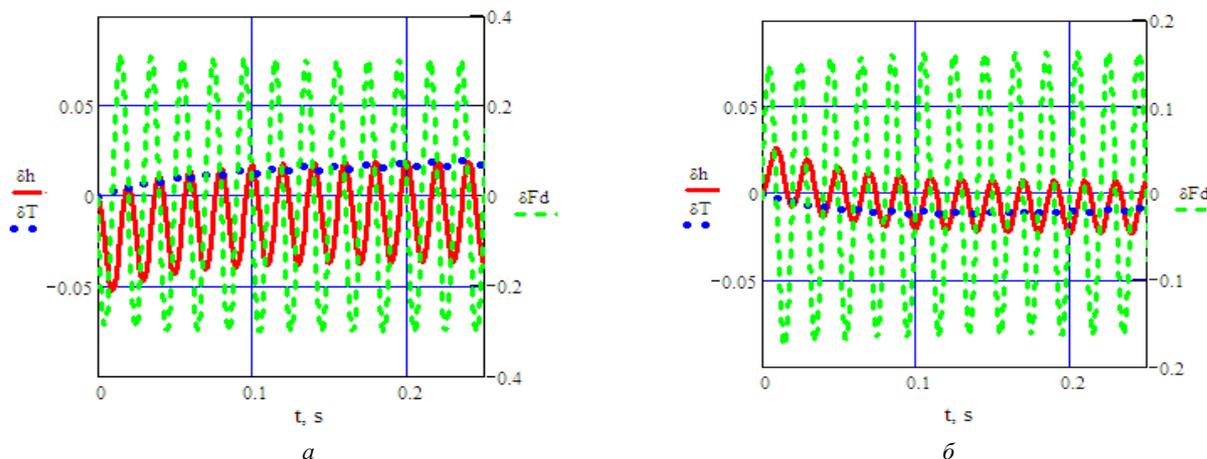


Рис. 8 – Вынужденные колебания частотой 50 Гц:  
 а – осевая вибрация корпуса амплитудой 0.2 мм; б – неравномерность подачи насосов 2.5%.  
 Величина  $\delta h$  показана в процентах, а  $\delta T$  – в десятых долях процента (промиллях).  
 Время  $t$  отсчитывается от начала действия причины колебаний.

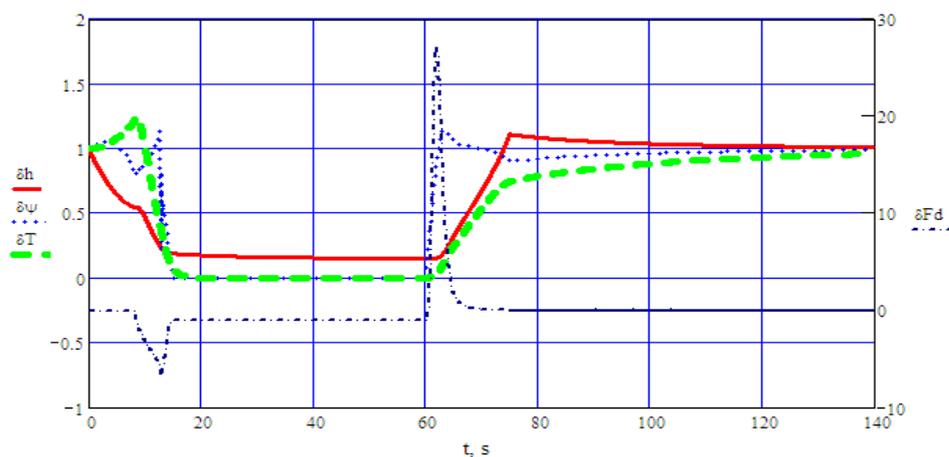


Рис. 9 – Моделирование сбоя подачи электроэнергии длительностью 60 с.

Анализируя графики, можно прийти к выводу, что силы трения эффективно демпфируют действие возмущений, благодаря чему сохраняется герметичность. Утечки нефти через торцевой зазор не превышают 0.5 г/ч, что для данного устройства считается допустимым.

Кроме того, в этих процессах не наблюдается существенного перегрева колец.

**Заключение.** Чтобы обеспечить устойчивую работу торцевого уплотнения в режиме жидкостного трения конструктору необходимо создать дополнительную гидродинамическую силу, стремящуюся увеличить зазор между кольцами при повышении частоты вращения вала или прижимающей силы. Авторы ушли от традиционного представления, что причиной возникновения этой силы является шероховатость или волнистость поверхностей, и тому есть объяснения. Максимальный размер неровностей на шлифованной поверхности кольца из ре-

лита не превышает 0.03 мкм, что на порядок меньше, чем рабочий зазор. Кроме того, релит – это на 96 % (по массе) вольфрам, и его высокая твердость препятствует увеличению шероховатости в процессе эксплуатации, что происходит с уплотнениями из мягких композитных материалов.

Оказалось, что возникновение и изменение дополнительной подъемной силы можно объяснить неравномерными температурными деформациями колец, которые приводят к появлению конусности зазора. Отсутствие эмпирики в формуле подъемной силы позволило с единых позиций объяснить статику и динамику уплотнения. Расчетные уравнения отображают известные из литературы факторы, но в замкнутой форме они рассматриваются и используются впервые.

Далее авторы планируют уточнить модель: учесть тепловой поток, идущий от вала, а также закономерные пластические деформации уплотняемых поверхностей, возникающие во время эксплуатации. После чего будет искать пути идентификации модели, но, если принять во внимание экстремальные значения давления и температуры нефти, сделать это будет сложно.

#### Список литературы

1. Андренко П. М., Лебедев А. Ю. Лабіринтно-гвинтові насоси. – Харків, 2017. – 156 с.
2. Эйгельсон А. С., Шейх-али Д. М. Расчет плотности и вязкости пластовой нефти по данным поверхностной дегазации // Геология нефти и газ. – 1989. – № 11.
3. Майер Э. Торцовые уплотнения. – М. : Машиностроение, 1978. – 288 с.
4. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных сотрудников и инженеров. – М. : Мир, 1983. – 381 с.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газов. – М. : Наука, 1978. – 736 с.

#### References (transliterated)

1. Andrenko P. M., Lebedev A. Yu. *Labiryntno-gvintovi nasosy* [Labyrinth screw pumps]. Kharkiv, 2017. 156 p.
2. Eygel'son A. S., Sheykh-ali D. M. Raschet plotnosti i vyazkosti plastovoy nefiti po dannym poverkhnostnoy degazatsii [Calculation of density and viscosity of layer oil by data of surface degassing]. *Geologiya nefiti i gaza* [Geology of oil and gas]. 1989, no. 11.
3. Mayer E. *Tortsovyye uplotneniya* [Mechanical seals]. Moscow, Mashinostroyeniye Publ., 1978. 288 p.
4. Farlou S. *Uraveneniya s chastnymi proizvodnymi dlya nauchnykh sotrudnikov* [Partial differential equations for researchers and engineers]. Moscow, Mir Publ., 1983. 381 p.
5. Loityanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gazov* [Mechanics of liquids and gases]. Moscow, Nauka Publ., 1978. 736 p.

Поступила (received) 16.11.2017

#### Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Динамічний аналіз торцевих ущільнень ротора лабіринтно-гвинтового насоса / П. М. Андренко, А. Ю. Лебедев, О. Л. Григор'єв // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 30 (1252). – С. 12 – 20. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

**Динамический анализ торцевых уплотнений ротора лабиринтно-винтового насоса / П. Н. Андренко, А. Ю. Лебедев, А. Л. Григорьев // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 30 (1252). – С. 12 – 20. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

**Dynamic analysis of the mechanical seals of the rotor of the labyrinth screw pump / P. M. Andrenko, A. J. Lebedev, A. L. Grigoriev // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv : NTU «KhPI», 2017. – № 30 (1252). – pp. 12 – 20. Bibliog.: 5 titles. – ISSN 2222-0631.**

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Андренко Павло Миколайович** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (067) 103-88-83; e-mail: kpi\_mmtt@mail.ru.

**Андренко Павел Николаевич** – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (067) 103-88-83; e-mail: kpi\_mmtt@mail.ru.

**Andrenko Pavlo Mykolayovych** – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkov; tel.: (067) 103-88-83; e-mail: kpi\_mmtt@mail.ru.

**Лебедев Антон Юрійович** – кандидат технічних наук, інженер, ТОВ «ХЗТФ «Моторімпекс», м. Харків; тел.: (050) 842-14-04; e-mail: anton.kh@ukr.net.

**Лебедев Антон Юрьевич** – кандидат технических наук, инженер, ООО «ХЗТФ «Моторімпекс», г. Харьков; тел.: (050) 842-14-04; e-mail: anton.kh@ukr.net.

**Lebedev Anton Yuriyovych** – Candidate of Technical Sciences, Engineer at the LLC «KFTC «Motorimpex», Kharkov; tel.: (050) 842-14-04; e-mail: anton.kh@ukr.net.

**Григор'єв Олександр Львович** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.

**Григорьев Александр Львович** – доктор технических наук, профессор, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков; тел.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.

**Grigoriev Alexander L'vovich** – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Kharkov; tel.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.