

14. Yanke E., Emde F., Lesh F. *Spetsial'nye funktsii* [Special Functions]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 344 p.
15. Ol'shans'kiy V. P., Burlaka V. V., Slipchenko M. V., Malets' O. M. Pro kolyvannya istotno neliniynogo ostsylatora [On vibrations of essentially nonlinear oscillator]. *Mekhanika ta mashynobuduvannya* [Mechanics and mechanical engineering]. 2017, no. 1, pp. 6–14.
16. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedeniy* [Tables of Integrals, Sums, Series, and Products]. Moscow, Nauka Publ., 1962. 1100 p.

Надійшла (received) 11.02.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Ольшанський Василь Павлович (Ольшанский Василий Павлович, Olshanskiy Vasiliy Pavlovich) – доктор фізико-математичних наук, професор, Харківський національний технічний університет сільського господарства імені П. Василенка, м. Харків; тел.: (066) 010-09-55.; e-mail: stasolsh77@gmail.com.

Ольшанський Станіслав Васильович (Ольшанский Станислав Васильевич, Olshanskiy Stanislav Vasilevich) – кандидат фізико-математичних наук, Харківський національний технічний університет сільського господарства імені П. Василенка, м. Харків; тел.: (057) 343-29-41; email: stasolsh77@gmail.com.

УДК 534.1:539.3

В. П. ОЛЬШАНСЬКИЙ, С. В. ОЛЬШАНСЬКИЙ

АТЕБ-СИНУС У РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧІ ГЕРЦА ПРО УДАР

Розглянута класична задача Г. Герца про пружний удар двох незакріплених твердих тіл, з урахуванням контактних деформацій. Її розв'язок виражено через Атеб-синус, що дало можливість одержати явну аналітичну залежність від часу сили удару та інших параметрів динамічної взаємодії тіл. Для зручності проведення розрахунків складено таблицю задіяної спеціальної функції та запропоновано її апроксимацію елементарними функціями. Наведено числові результати.

Ключові слова: пружний удар, контактні деформації, Атеб-синус, апроксимація.

В. П. ОЛЬШАНСКИЙ, С. В. ОЛЬШАНСКИЙ

АТЕБ-СИНУС В РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ГЕРЦА ОБ УДАРЕ

Рассмотрена классическая задача Г. Герца об упругом ударе двух незакрепленных твердых тел, с учетом контактных деформаций. Ее решение выражено через Атеб-синус, что дало возможность получить явную аналитическую зависимость от времени силы удара и других параметров динамического взаимодействия тел. Для удобства проведения расчетов составлено таблицу задействованной специальной функции и предложено ее аппроксимацию элементарными функциями. Приведены численные результаты.

Ключевые слова: упругий удар, контактные деформации, Атеб-синус, аппроксимация.

V. P. OLSHANSKIY, S. V. OLSHANSKIY

ATEB-SINE IN THE SOLUTION OF HERTZ'S PROBLEM OF IMPACT

We consider the classical problem of H. Hertz on the elastic impact of two loose rigid bodies, taking into account the contact deformations. Its solution is expressed through the Ateb-sine, which made it possible to obtain an explicit analytical dependence on the time of the impact force and other parameters of the dynamic interaction of bodies. For convenience of calculations, a table of the involved special function is compiled and its approximation by elementary functions is proposed. Numerical results are given.

Key words: elastic impact, contact deformation, Ateb-sine, approximation.

Вступ. Зусиллями Львівської школи математиків і механіків *теорія Атеб-функцій* набула розвитку при аналітичному розв'язуванні диференціальних рівнянь, які описують динамічні процеси різної природи, зокрема вільні та вимушені коливання нелінійних механічних систем [1 – 5]. Зазначимо, що причиною вимушених коливань там вважали дію періодичних збурюючих сил. Далі виявилось, що Атеб-функції є також зручним засобом математичного моделювання руху нелінійних механічних систем при силових імпульсних навантаженнях [6, 7]. Тут йдеться про можливість подальшого використання вказаних спеціальних функцій у розв'язку задачі пружного удару твердих тіл у постановці *Г. Герца*. Його теорія висвітлена в багатьох публікаціях, зокрема в [8 – 11]. На відміну від інших відомих теорій механічного удару, вона дає можливість визначити максимальне значення сили удару, тривалість ударного імпульсу та інші параметри, які потрібні для оцінки динамічної міцності тіл в умовах інтенсивного короткочасного навантаження. Тому теорія Г. Герца набула подальший розвиток в роботах *С. П. Тимошенко, А. П. Філіпова* та інших дослідників. Її стали використовувати у розрахунках коливань континуальних систем, а саме балок, пластин і оболонок, підданих пружному удару [12, 13]. Стало можливим, з використанням комп'ютерів, обчислювати не тільки переміщення, а і напруження в тонкостінних елементах конструкцій. Вдалося встановити, що коефіцієнт динамічності напружень при локальному ударі відрізняється від коефіцієнта динамічності перемішень [12], і з цим слід рахуватись при проектуванні деталей машин.

© В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський 2018

Метою даної статті є розкриття можливостей, які дає використання Атеб-синуса при розрахунках пружного удару двох незакріплених твердих тіл, з урахуванням їх контактних деформацій.

Для досягнення постановленої мети складена таблиця Атеб-синуса, задіяного у розв'язку задачі удару, а також запропонована відповідна її апроксимація з використанням елементарних функцій. Це дає можливість одержати аналітичну розгортку короточасного динамічного процесу, тобто з'ясувати як змінюються у часі сила удару, як відбувається зближення центрів мас тіл після їх зіткнення, як проходить зміна розмірів області контакту та контактних напружень.

Постановка задачі та її розв'язок. За теорією Г. Герца [8, 11], зближення $x(t)$ центрів мас двох незакріплених твердих тіл з масами m_1 і m_2 при їх пружному ударі описується нелінійним диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} = -\beta x^{3/2}, \quad (1)$$

у якому $m = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$; β – коефіцієнт, що залежить від форми та пружних характеристик твердих тіл; крапка над x означає похідну за часом t .

У випадку двох куль з радіусами R_1 і R_2 , матеріали яких мають відповідно модулі пружності E_1 і E_2 та коефіцієнти Пуассона μ_1 і μ_2 , множник β подається виразом:

$$\beta = \frac{4}{3Q} \sqrt{R},$$

$$\text{де } Q = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}; \quad R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

Зазначимо, що досліди по удару двох сталевих куль підтвердили теорію Г. Герца [8].

Рівняння (1) доводиться розв'язувати при початкових умовах:

$$x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = v_0, \quad (2)$$

якщо зіткнення тіл почалося при $t = 0$ зі швидкістю v_0 .

Для побудови розв'язку цієї задачі Коші, традиційним перетворенням $\ddot{x} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx}$, рівнянню (1) надаємо вигляд:

$$m \cdot \dot{x} d\dot{x} = -\beta x^{3/2} dx,$$

що після інтегрування, з урахуванням (2), дає:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \sqrt{v_0^2 - \frac{4\beta}{5m} x^{5/2}}. \quad (3)$$

Подальшим інтегруванням (3) одержуємо:

$$\int_0^x \frac{dy}{\sqrt{1 - \frac{4\beta}{5mv_0^2} y^{5/2}}} = v_0 t. \quad (4)$$

Користуючись добутком $y = \gamma \cdot u$, де $\gamma = \left(\frac{5mv_0^2}{4\beta} \right)^{2/5}$, замінимо в (4) змінну інтегрування y на u . Тоді:

$$\int_0^{x/\gamma} \frac{du}{\sqrt{1-u^{5/2}}} = \gamma^{-1} v_0 t. \quad (5)$$

Далі приймемо до уваги інтегральне подання Атеб-синуса $\xi = Sa(v, n, \eta)$, у відповідності до якого ξ є верхньою границею інтеграла [4]:

$$\frac{1+v}{2} \int_0^{0 \leq \xi \leq 1} \frac{du}{(1-u^{v+1})^{n/(n+1)}} = \eta. \quad (6)$$

Із виразів (5) і (6) випливає, що:

$$x(t) = \gamma \cdot Sa\left(\frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4} \frac{v_0}{\gamma} t\right). \quad (7)$$

Отже, визначення $x(t)$ зводиться до обчислення значень Атеб-сінуса, причому $\max x(t) = \gamma$. Час досягнення максимального зближення центрів мас визначається рівнянням:

$$Sa\left(\frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4} \frac{v_0}{\gamma} t\right) = 1,$$

яке має корінь:

$$t = t_* = \frac{\gamma}{v_0} \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^{5/2}}} = \frac{\gamma}{v_0} I. \quad (8)$$

Інтеграл в (8) виражається через *гамма-функцію* $\Gamma(z)$, затабульовану в [8, с. 55]. Оскільки в [15, с. 295]:

$$I = \int_0^1 \frac{du}{\sqrt{1-u^{5/2}}} = \frac{2\sqrt{\pi}}{5} \frac{\Gamma(0,4)}{\Gamma(0,9)} \approx 1,4716,$$

то

$$t_* \approx 1,4716 \frac{\gamma}{v_0} \approx 1,609 \left(\frac{m^2}{\beta^2 v_0}\right)^{1/5}.$$

Тут враховано, що $\Gamma(0,4) \approx 2,21825$; $\Gamma(0,9) \approx 1,06867$.

При цьому тривалість ударної взаємодії тіл становитиме:

$$\tau = 2t_*,$$

якщо прийняти тривалість зближення рівною з тривалістю віддалення центрів мас тіл в ході удару. Таке припущення має місце в умовах ідеально пружного удару.

Використовуючи розв'язок (7), легко знайти й інші параметри удару. Так для обчислення сили ударної взаємодії $P(t)$ маємо вираз:

$$P(t) = \beta [x(t)]^{3/2} = \beta \gamma^{3/2} \left[Sa\left(\frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4} \frac{v_0}{\gamma} t\right) \right]^{3/2}.$$

Максимум сили удару досягається при $t = t_*$ і становить

$$\max P(t) = \beta \gamma^{3/2} = \beta^{2/5} \left(\frac{5mv_0^2}{4\beta}\right)^{3/5}.$$

Радіус кругової області контакту $a(t)$ пов'язаний з силою удару і змінюється за законом

$$a(t) = \left(\frac{3}{4} QRP\right)^{1/3} = a_{\max} \left[Sa\left(\frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4} \frac{v_0}{\gamma} t\right) \right]^{1/2}.$$

При цьому:

$$a_{\max} = \left(\frac{3}{4} QR\beta\gamma^{3/2}\right)^{1/3}.$$

Максимальний тиск в центрі області контакту теж змінюється у часі і його обчислення зводиться до використання формули

$$\max q(t) = \frac{3}{2} \frac{P(t)}{\pi a^2(t)} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{6\beta\gamma^{3/2}}{Q^2 R^2}\right)^{1/3} \left[Sa\left(\frac{3}{2}, 1, \frac{5}{4} \frac{v_0}{\gamma} t\right) \right]^{1/2}.$$

Таким чином, зміна основних параметрів удару в часі пов'язана з Атеб-сінусом і його степенями. Тому зупинимось на обчисленні значень цієї функції. Найбільш просто його проводити лінійною інтерполяцією числових даних в табл. 1.

В роботі [16], поряд з наведеною вище таблицею, запропонована також апроксимація Атеб-сінуса у вигляді:

$$Sa\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{4} z\right) \approx \begin{cases} z & 0 \leq z < 0,2 \\ 0,199 + 1,0233(z-0,2) - 0,2111(z-0,2)^2 & \text{при } 0,2 \leq z \leq 0,8 \\ 1 - (4/3) \sin^2[0,6846 \cdot (I-z)] & 0,8 < z \leq I. \end{cases}$$

Для скорочення запису використано позначення $z = v_0 t / \gamma$.

Апроксимовані значення записано в дужках таблиці. Вони підтверджують високу точність наближення

спеціальної функції.

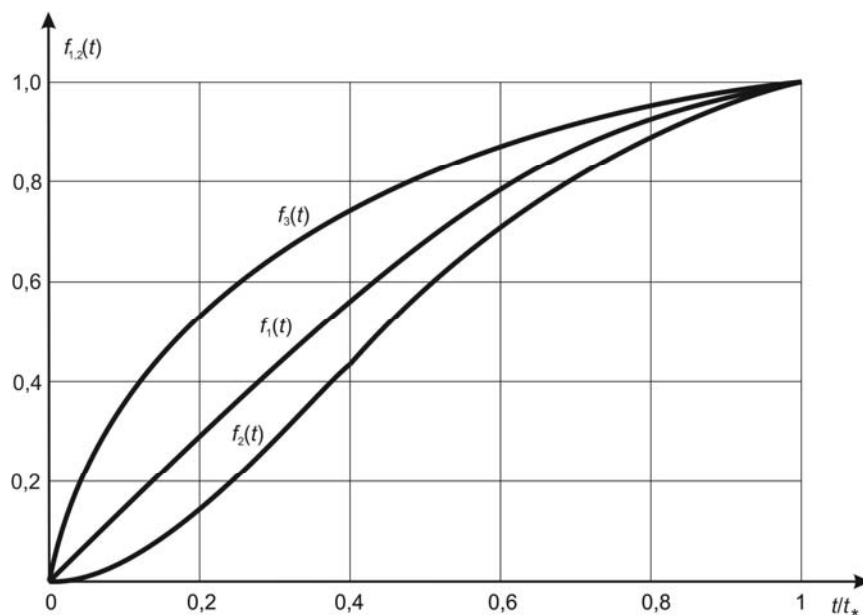
Таблиця 1 – Точні та наближені значення Атеб-сінуса

z	$10Sa\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{4}z\right)$	z	$10Sa\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{4}z\right)$	z	$10Sa\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{5}{4}z\right)$
0,00	0,00(0,00)	0,55	5,33(5,31)	1,10	9,16(9,16)
0,05	0,50(0,50)	0,60	5,77(5,75)	1,15	9,36(9,36)
0,10	1,00(1,00)	0,65	6,19(6,17)	1,20	9,54(9,54)
0,15	1,50(1,50)	0,70	6,60(6,58)	1,25	9,70(9,70)
0,20	1,99(2,00)	0,75	6,99(6,98)	1,30	9,82(9,82)
0,25	2,49(2,50)	0,80	7,37(7,37)	1,35	9,91(9,91)
0,30	2,98(2,99)	0,85	7,72(7,73)	1,40	9,97(9,97)
0,35	3,46(3,48)	0,90	8,06(8,06)	1,45	9,997(9,997)
0,40	3,94(3,95)	0,95	8,37(8,37)	$I \approx 1,4716$	10,00(10,00)
0,45	4,41(4,42)	1,00	8,66(8,66)		
0,50	4,87(4,87)	1,05	8,92(8,92)		

Для ілюстрації результатів, до яких приводить викладена теорія, на рис. 1 показано розгортки у часі безрозмірного зближення центрів мас куль $f_1(t) = x(t)/\gamma$ і безрозмірної сили удару $f_2(t) = P(t)/(\beta\gamma^{3/2})$. Там також нанесено графік функції

$$f_3(t) = a(t)/a_{\max} = \pi \left(\frac{6\beta\gamma^{3/2}}{Q^2 R^2} \right)^{-1/3} \max q(t),$$

яка характеризує зміни у часі радіуса області контакту та максимального тиску, оскільки $a(t)$ і $\max q(t)$ змінюється за одним законом.

Рис. 1 – Графіки $f_1(t)$, $f_2(t)$ і $f_3(t)$.

На рис. 2 показано графічні залежності максимального зближення центрів мас куль і максимуму сили удару від швидкості зіткнення тіл, побудовані для $v_* = 20$ м/с.

Тут використано значення: $x_* = \left(\frac{5mv_*^2}{4\beta} \right)^{2/5}$ і $P_* = \beta^{2/5} \left(\frac{5mv_*^2}{4} \right)^{3/5}$. Як бачимо, обчислені параметри нелі-

нійним чином залежать від швидкості удару. Це стосується і інших характеристик напружено-деформованого стану.

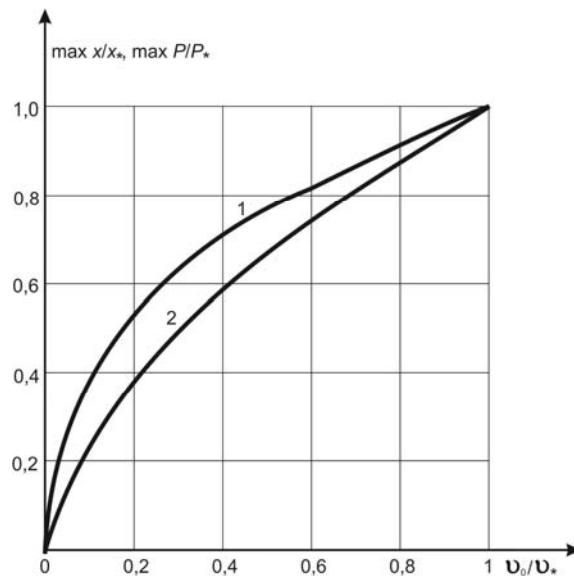


Рис. 2 – Залежності параметрів від швидкості удару: 1 – $\max x/x_*$; 2 – $\max P/P_*$.

Висновки. Дослідженням встановлено, що аналітичний розв’язок рівняння руху твердих тіл при їх ударі, з урахуванням контактних деформацій, подається Ateb-синусом. Використання цієї спеціальної функції суттєво спрощує обчислення основних характеристик динамічного процесу, що змінюються з плином часу, після зіткнення тіл.

Список літератури

1. Сенік П. М. Про Ateb-функції // Доповіді АН УРСР. Серія А. – 1968. – № 1. – С. 23 – 27.
2. Возний А. М. Застосування Ateb-функцій для побудови розв’язку одного класу істотно нелінійних диференціальних рівнянь // Доповіді АН УРСР. Серія А. – 1970. – № 9. – С. 971 – 974.
3. Сокіл Б. І. Про застосування Ateb-функцій для побудови розв’язків деяких рівнянь, які описують нелінійні коливання одновимірних середовищ // Доповіді Національної академії наук України. – Київ, 1997. – № 1. – С. 55 – 58.
4. Грицик В. В., Назаркевич М. А. Математичні моделі алгоритмів і реалізація Ateb-функцій // Доповіді Національної академії наук України. – Київ, 2007. – № 12. – С. 37 – 42.
5. Пукач П. Я. Якісні методи дослідження нелінійних коливальних систем. – Львів : Львівська політехніка, 2014. – 288 с.
6. Ольшанський В. П., Ольшанський С. В. Коливання квадратично нелінійного осцилятора, спричинені імпульсним навантаженням // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Динаміка і міцність машин. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 39 (1261). – С. 62 – 67.
7. Ольшанський В. П., Ольшанський С. В. Коливання кубічно нелінійного осцилятора, спричинені імпульсним навантаженням // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 6 (1228). – С. 86 – 94.
8. Динник А. Н. Удар и сжатие упругих тел // Издание АН УССР. – Киев, 1952. – Т. 1. – 350 с.
9. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. – Москва : Госстройиздат, 1965. – 447 с.
10. Кильчевский Н. А. Теория соударения твердых тел. – Киев : Наукова думка, 1969. – 247 с.
11. Пановко Я. Г. Введение в теорию механического удара. – Москва : Наука, 1977. – 232 с.
12. Филитов А. П. Колебания деформируемых систем. – Москва : Машиностроение, 1970. – 734 с.
13. Ольшанський В. П., Тищенко Л. Н., Ольшанський С. В., Колебания стержней и пластин при механическом ударе. – Харьков : Міськдрук, 2012. – 320 с.
14. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. – Москва : Наука, 1977. – 344 с.
15. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды (элементарные функции). – Москва : Наука, 1981. – 800 с.
16. Ольшанський В. П., Ольшанський С. В. Про рух осцилятора зі степеневою характеристикою пружності // Вібрації в техніці та технологіях. Всеукраїнський науково-технічний журнал. – Вінниця, 2017. – № 3 (86). – С. 34 – 40.

References (transliterated)

1. Senyk P. M. Pro Ateb-funktsiyi [On the Ateb Functions]. *Dopovidi AN URSSR. Seriya A.* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR. Series A]. 1968, no. 1, pp. 23–27.
2. Voznyy A. M. Zastosuvannya Ateb-funktsiy dlya pobudovy rozv'yazku odnogo klasu istотно nelineynykh dyferentsial'nykh rivnyan' [Application of the Ateb-functions for constructing a solution of a class of essentially nonlinear differential equations]. *Dopovidi AN URSSR. Seriya A.* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR. Series A]. 1970, no. 9, pp. 971–974.
3. Sokil B. I. Pro zastosuvannya Ateb-funktsiy dlya pobudovy rozv'yazkiv deyakykh rivnyan', yaki opysuyut' nelineyni kolyvannya odnovymirnykh seredovyshh [On application of Ateb functions for constructing solutions to some equations describing nonlinear oscillations of one-dimensional media]. *Dopovidi Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Science of Ukraine]. Київ, 1997, no. 1, pp. 55–58.
4. Grytsky V. V., Nazarkevych M. A. Matematychni modeli alorytmiv i realizatsiya Ateb-funktsiy [Mathematical models of algorithms and implementation of Ateb functions]. *Dopovidi Natsional'noyi akademiyi nauk Ukrainy* [Reports of the National Academy of Science of Ukraine]. Київ, 2007, no. 12, pp. 37–42.
5. Pukach P. Ya. *Yakisni metody doslidzhennya nelineynykh kolyval'nykh sistem* [Qualitative methods of studying nonlinear vibration systems]. Lviv, L'viv's'ka politekhnik Publ., 2014. 288 p.
6. Ol'shans'kyu V. P., Ol'shans'kyu S. V. Kolyvannya kvadratychno nelineyhogo ostsilyatora, sprychyneni impul'snym navantazhennyam [Vibrations of Quadratically Nonlinear Oscillator Caused by Impulse Load]. *Visnyk NTU «KhPI». Seriya : Dynamika i mitsnist' mashin* [Bulletin of NTU «KhPI». Series: Dynamics and Strength of Machines]. Kharkiv, NTU «KhPI», Publ., 2017, no. 39 (1261), pp. 62–67.

7. Ol'shans'kyy V. P., Ol'shans'kyy S. V. Kolyvannya kubichno nelineynogo ostsylatora, sprychyneni impul'snym navantazhennyam [Vibrations of cubically nonlinear oscillator caused by impulse load]. *Visnyk NTU «KhPI». Seriya : Matematychni modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh* [Bulletin of NTU «KhPI». Series: Mathematical modeling in engineering and technology]. Kharkiv, NTU "KhPI", Publ., 2017, no. 6 (1228), pp. 86–94.
8. Dinnik A. N. *Udar i szhatie uprugikh tel* [Impact and compression of elastic bodies]. Kiev, Izdanie AN USSR Publ., 1952, vol. 1, 350 p.
9. Gol'dsmit V. *Udar. Teoriya i fizicheskie svoystva soudaryaemykh tel* [Impact. Theory and physical properties of colliding bodies]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1965. 447 p.
10. Kil'chevskiy N. A. *Teoriya soudareniya tvyerdykh tel* [The theory of collision of solids]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1969. 247 p.
11. Panovko Ya. G. *Vvedenie v teoriyu mekhanicheskogo udara* [Introduction to the theory of mechanical shock]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 232 p.
12. Philippov A. P., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. *Kolebaniya deformiruemyykh sistem* [Oscillations of deformable systems]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 734 p.
13. Ol'shanskiy V. P., Tishhenko L. N., Ol'shanskiy S. V. *Kolebaniya sterzhney i plastin pri mekhanicheskoy udare* [Vibrations of rods and plates under mechanical impact]. Kharkov, Mis'kdruk Publ., 2012. 320 p.
14. Yanke E., Emde F., Lesh F. *Spetsial'nye funktsii* [Special Functions]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 344 p.
15. Prudnikov A. P., Brychkov Yu. A., Marichev O. I. *Integraly i ryady (elementarnye funktsii)* [Integrals and series (elementary functions)]. Moscow, Nauka Publ., 1981. 800 p.
16. Ol'shans'kyy V. P., Ol'shans'kyy S. V. Pro rukh ostsylatora zi stepenevoyu kharakterystykoju pruzhnosti [On the movement of an oscillator with power elasticity characteristic]. *Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnologiyakh. Vsekyrayins'kyy naukovo-tekhnichnyy zhurnal* [Vibrations in technic and technologies. Pan-Ukrainian scientific and technical journal]. Vinnitsa, 2017, no. 3 (86), pp. 34–40.

Надійшла (received) 15.02.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Ольшанський Василь Павлович (Ольшанский Василий Павлович, Olshanskiy Vasiliy Pavlovich) – доктор фізико-математичних наук, професор, Харківський національний технічний університет сільського господарства імені П. Василенка, м. Харків; тел.: (066) 010-09-55.; e-mail: stasolsh77@gmail.com.

Ольшанський Станіслав Васильович (Ольшанский Станислав Васильевич, Olshanskiy Stanislav Vasilevich) – кандидат фізико-математичних наук, Харківський національний технічний університет сільського господарства імені П. Василенка, м. Харків; тел.: (057) 343-29-41; email: stasolsh77@gmail.com.

УДК 621.434.1

О. О. ОСЕТРОВ, Д. С. АЛЬОХИН, О. М. БЕКАРЮК**РОЗРАХУНКОВА ОЦІНКА СЕРЕДНЬОЕКСПЛУАТАЦІЙНОЇ ПАЛИВНОЇ ЕКОНОМІЧНОСТІ ДВИГУНА ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ**

Запропоновано комплексну математичну модель робочого процесу двигуна внутрішнього згорання у складі автомобіля. З використанням цієї моделі визначено поточні і середні експлуатаційні показники двигуна при русі автомобіля на режимах випробувального циклу NEDC. Проаналізовано вплив радіуса коліс, висоти та маси транспортного засобу, моменту запалювання, ефективності трансмісії та опору дорожньої поверхні на середню експлуатаційну витрату палива. Також розглянуто перспективи подальших досліджень.

Ключові слова: математичне моделювання, робочий процес, випробувальний цикл, параметри, NEDC, середня витрата палива.

А. А. ОСЕТРОВ, Д. С. АЛЕХИН, А. Н. БЕКАРЮК**РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА СРЕДНЕЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ ТОПЛИВНОЙ ЭКОНОМИЧНОСТИ ДВИГАТЕЛЯ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ**

Предложена комплексная математическая модель рабочего процесса двигателя внутреннего сгорания в составе автомобиля. С использованием данной модели определены текущие и средние эксплуатационные показатели двигателя при движении автомобиля на режимах испытательного цикла NEDC. Проанализировано влияние радиуса колес, высоты и массы транспортного средства, момента зажигания, эффективности трансмиссии и дорожного сопротивления на средний эксплуатационный расход топлива. Также рассмотрены перспективы дальнейших исследований.

Ключевые слова: математическое моделирование, рабочий процесс, испытательный цикл, параметры, NEDC, средний расход топлива.

А. А. OSETROV, D. S. ALYOKHIN, A. N. BEKARIUK**CALCULATED ESTIMATE OF THE AVERAGE OPERATING FUEL ECONOMY OF A CAR ENGINE**

The objective of the paper is estimation of the average operational fuel economy of a car engine. The efficiency of the car engine working process depends on its design parameters, the intensity of the gear shift, driving style, driving mode. In order to estimate the influence of various factors on the average fuel-economic and environmental performance of the engine, various test cycles are used. In European countries the NEDC test cycle is considered as a basic one. In the paper a complex mathematical model of the working process of the vehicle engine is presented. Using the mathematical model the parameters of the engine are determined for the car moving in the modes of the NEDC test cycle. As a result of processing the data at all points of the cycle the average operating parameters of the engine are obtained. The influence of the wheel radius, height and mass of the vehicle, ignition timing, transmission efficiency and resistance of the road surface on the engine average operating fuel consumption is analyzed. We also consider some recommendations for further research.

Key words: mathematical modeling, working process, test cycle, parameters, NEDC, average fuel consumption.

© О. О. Осетров, Д. С. Альохин, О. М. Бекарюк, 2018