

УДК 519.6

*С. Є. ГАРДЕР, Т. Л. КОРНІЛЬ***ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТА ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕНДЕНЦІЇ ФІНАНСОВОГО ЧАСОВОГО РЯДУ**

Пропонується використання методу фрактального аналізу часових рядів на основі показника Херста та V – статистики як альтернативи до гіпотези ефективного ринку. Гіпотеза фрактального ринку підкреслює вплив ліквідності і інвестиційних горизонтів на поведінку інвесторів, вона не накладає ніяких статистичних вимог на процес. R/S – аналіз, або метод нормованого розмаху – це сукупність статистичних методів аналізу часових рядів, що дозволяють визначити їх деякі важливі характеристики, такі як характер змін, наявність неперіодичних циклів, пам'яті та інших. Проведено R/S – аналіз вартості акцій компанії IBM та надано прогноз по тенденціям вартості акцій на фінансових ринках.

Ключові слова: фрактальний аналіз, часовий ряд, R/S – аналіз, показник Херста, прогноз по тенденціям вартості.

*С. Е. ГАРДЕР, Т. Л. КОРНІЛЬ***ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕНДЕНЦИИ ФИНАНСОВОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА**

Предлагается использование метода фрактального анализа временных рядов на основе показателя Херста и V – статистики как альтернатива гипотезе эффективного рынка. Гипотеза фрактального рынка подчеркивает влияние ликвидности и инвестиционных горизонтов на поведение инвесторов, она не накладывает никаких статистических требований на процесс. R/S – анализ или метод нормированного размаха – это совокупность статистических методов анализа временных рядов, позволяющих определить их некоторые важные характеристики, такие, как характер изменений, наличие неперіодических циклов, памяти и других. Проведен R/S – r/s – анализ стоимости акций компании IBM и дан прогноз по тенденциям стоимости акций на финансовых рынках.

Ключевые слова: фрактальный анализ, временной ряд, R/S – анализ, показатель Херста, прогноз по тенденциям стоимости.

*S. E. GARDER, T. L. KORNIL***FRactal Analysis and Forecasting Trends of Financial Time Series**

The method of fractal analysis of time series based on the Hurst factor and V – statistics is proposed to be used as an alternative to the efficient-market hypothesis. The fractal market hypothesis emphasizes the influence of liquidity and investment horizons on the investors' behavior; it does not impose any statistic requirements on the process. The R/S – analysis or rescaled range analysis is a set of statistical methods for analyzing time series which allows determining some of the series' important properties such as the character of changes, the existence of non-periodic cycles, memory, etc. The R/S – r/s – analysis of the IBM share price is carried out and the forecast of the share price trends on the financial markets is given.

Key words: fractal analysis, time series, R/S – analysis, Hurst factor, forecast of share price trends.

Вступ. Розвиток фінансового ринку сприяє залученню все більшого числа активів до сфери ринкових відносин. Внаслідок цього поширюється застосування методів дослідження і прогнозування фінансових процесів, розроблених в рамках гіпотези ефективного ринку, до об'єктів реального інвестування. Разом з тим зростає незадоволеність результатами теоретичних досліджень. Серед причин цього лідирує неадекватність гіпотези ефективного ринку [3].

Гіпотеза ефективного ринку намагається пояснити статистичну структуру ринків. Першим було припущення, що ринки йдуть випадковим блуканням і можуть бути змодельовані за допомогою стандартного обчислення ймовірностей. Пізніше було усвідомлено, що курси цінних паперів на фондовому ринку були часовими рядами. Цей підхід мав ту перевагу, що пропонував велику кількість інструментів для дослідження. Проте, було не зрозуміло, чи могла статистика бути застосована до часового ряду. Найсуворіша вимога полягала в тому, що спостереження повинні бути незалежними, або, в кращому випадку, мати короткострокову пам'ять: тобто поточну зміну цін не можливо було вивести з попередніх змін. Це могло статися, тільки якщо зміни цін були випадковими блуканнями. Модель випадкових блукань стверджувала, що майбутні зміни ціни не можуть бути виведені з минулих змін.

Гіпотеза ефективного ринку зробила наступний крок, коли визнала, що поточні ціни відображають всю сукупну інформацію – тому що всі інвестори мають до неї рівний доступ, і, поводячись раціонально, вони, оцінять цінний папір відповідним чином. Теорія була розвинена, щоб виправдати використання статистичних інструментів, які вимагають незалежності, або в кращому випадку, короткострокової пам'яті.

Гіпотеза фрактального ринку підкреслює вплив ліквідності і інвестиційних горизонтів на поведінку інвесторів, вона не накладає ніяких статистичних вимог на процес. Ринки залишаються стабільними, коли інвестори мають багато різних інвестиційних горизонтів.

Аналіз останніх досліджень. Існують спроби створення модифікованих гіпотез поведінки фінансових ринків – синергетична модель, мультиагентна модель, модифікація ЕМН (Efficient Markets Hypothesis) на основі так званої *теорії ігрової ймовірності*. Серед досить поширених методів математичного моделювання можна назвати класичний і фрактальний аналіз часових рядів [1, 2].

© С. Є. Гардер, Т. Л. Корніль, 2018

У роботах [2 – 4] пропонується використання фрактального аналізу для часових рядів різного походження. В [4] на основі показника Херста досліджується характер та прогнозування фінансового ринку.

Проте практично всі дослідження носять теоретичний характер, прогнози, як правило, вимагають великої кількості спостережень, погано працюють в околі біфуркацій і не мають розрахункової моделі, що могла б видавати прогнози в режимі реального часу.

Постановка задачі. R/S – аналіз, або *метод нормованого розмаху* — це сукупність статистичних методів аналізу часових рядів, що дозволяють визначити деякі важливі їх характеристики, такі як характер змін, наявність неперіодичних циклів, пам'яті та інших. За допомогою R/S – аналізу можна показати, що ефект довготривалої пам'яті існує та є ознакою фрактальності (циклічності, повторюваності) ряду; за цим методом можна відрізнити випадковий ряд від не випадкового, навіть якщо випадковий ряд не гаусівський. Коефіцієнт Херста (H) – один з базових показників фрактального аналізу. У роботі використано наступний алгоритм його розрахунку.

Математична модель.

1. Динамічний ряд $N(t)$ розбивається на A суміжних періодів довжини n .

2. Визначається середнє значення нормованого розмаху

$$(R/S)_n = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A (R_i / S_i)_n$$

де R_i – максимальний розмах i – го періоду; S_i – вибіркове відхилення, розраховане для кожного періоду.

3. Визначаються $\ln(R/S)_n$ та $\ln(n)$.

4. Будується лінійна регресія $\ln(R/S)_n = f(\ln(n))$, у якій оцінка кутового коефіцієнту буде дорівнювати показнику Херста.

Існує три рівня класифікації для показника Херста:

1) $H = 0,5$. Вказує на випадковий ряд. Події випадкові та некорельовані. Сьогодення не впливає на майбутнє.

2) $0 \leq H < 0,5$. Даний діапазон відповідає антиперсистентності. Такий тип системи називають *поверненням до середнього*. Якщо система демонструє зростання у попередній період, то, швидше за все, у наступному періоді почнеться спад. І навпаки, якщо йшло зниження, то ймовірний близький підйом.

3) $0,5 < H < 1,0$. Маємо *персистентний ряд*, або ряд із стійким трендом. Якщо ряд зростає (або зменшується) у попередній період, то більш ймовірно, що він буде зберігати цю тенденцію якийсь час у майбутньому.

Поряд з використанням показника Херста для аналізу тенденції, оцінки автокореляційного впливу попередніх значень динамічного ряду на його наступні значення і визначення майбутньої тенденції обчислюють характеристику *кореляційного співвідношення*:

$$C = 2^{2H-1} - 1,$$

де C – *міра кореляції*; H – показник Херста.

Для знаходження *довжини циклу*, як правило, застосовується візуальний аналіз тенденцій кривої V – статистики. Він полягає у виявленні точок зміни тенденцій, що може сигналізувати про закінчення циклу. Зростання V – статистики при збільшенні числа спостережень вказує на персистентність поточної ділянки ряду, а стабілізація – на перевагу *білого шуму*. V – статистика розраховується за формулою:

$$V_n = \frac{\left(\frac{R}{S}\right)_n}{\sqrt{n}}$$

Графік V_n проти $\ln(n)$ буде лінійним, якщо процес є незалежним, ймовірнісним процесом ($H = 0,5$, що відповідає білому шуму).

З іншого боку, якщо процес персистентний, і R/S змінює масштаб швидше, ніж корінь з часу ($H > 0,5$), то графік буде зростаючим.

Навпаки, якщо процес антиперсистентний ($H < 0,5$), графік буде спадним.

Джерела вихідних даних. В якості початкових даних для дослідження було обрано ряд вартості акцій фірми ІВМ з січня 2008 року по червень 2009 року (540 значень), тобто $t \in 1,540$. Часовий ряд відображено на рис. 1.

Характерні особливості графіка цих коливань – наявність ділянок, що виявляють аномально великі зміни різниці вартості акцій. Ці зміни відображають фінансову світову кризу (серпень 2008 року). Як відзначають багато авторів, в період кризи фрактальний аналіз не несе в собі ніякої інформативності внаслідок стохастичності даного періоду. Тому, як правило, аналіз проводять, уникаючи періодів кризи і розділяючи дані на до і післякризові. Для аналізу вибрали два періоди. Перший – 240 докризових значень (рис. 2), другий – 310 післякризових значень (рис. 3).

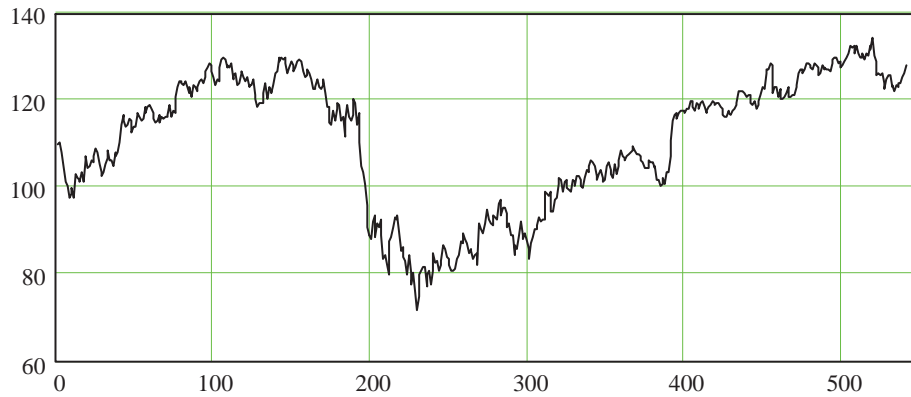


Рис. 1 – Ряд вартості акцій фірми ІВМ з січня 2008 року по червень 2009 року (\$).

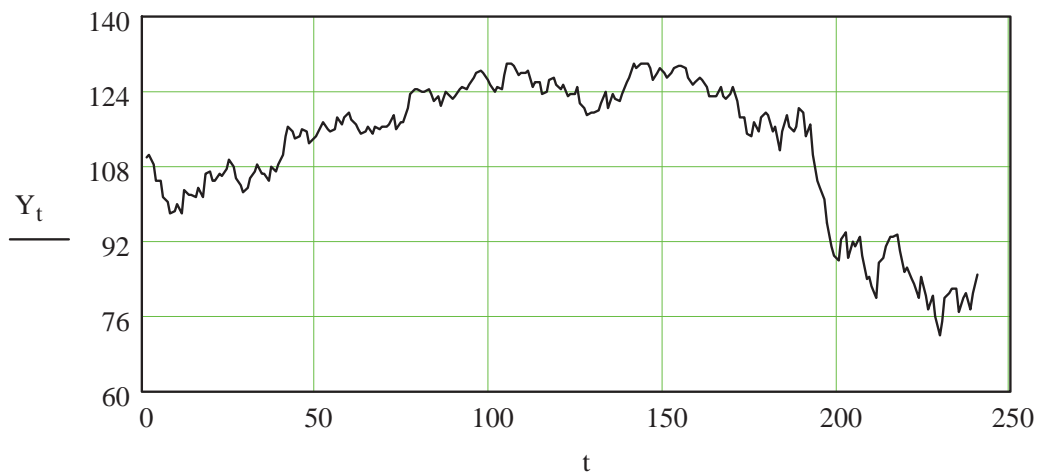


Рис. 2 – Ряд вартості акцій фірми ІВМ з січня 2008 року по серпень 2008 року (\$).

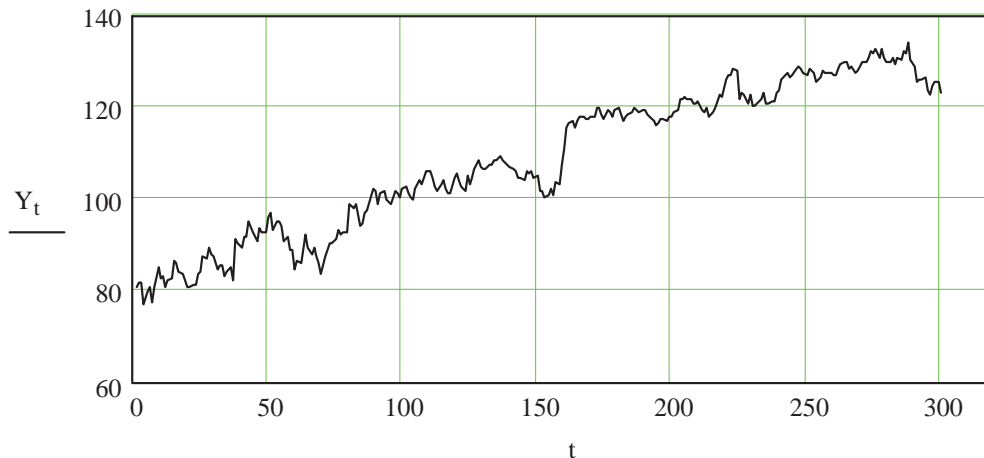


Рис. 3 – Ряд вартості акцій фірми ІВМ з серпня 2008 року по червень 2009 року (\$).

Результати. R/S – аналіз і V – статистики для першого ряду наведені на рис. 4. (по осі абсцис – $\ln(n)$). Показник Херста $H = 0,702$, фрактальна розмірність $D = 1,298$, міра кореляції $C = 1,579$. Оскільки графік V – статистики має нахил вгору, це підтверджує, що процес є персистентним, і R/S змінює масштаб швидше, ніж корінь з часу ($H > 0,5$). Моменти перелому тенденції графіка ($\ln(n) \approx 3.2$ і $\ln(n) \approx 3.7$) відповідає довжині як періодичного, так і неперіодичного циклу.

Другий ряд нараховує 310 спостережень. Результати R/S аналізу ряду відображено на рис. 5. Для нього $H = 0,964$, фрактальна розмірність $D = 1,036$, та міра кореляції $C = 0,446$. Оскільки графік V – статистики має нахил вгору, це підтверджує, що процес персистентний, і R/S змінює масштаб швидше, ніж корінь з часу.

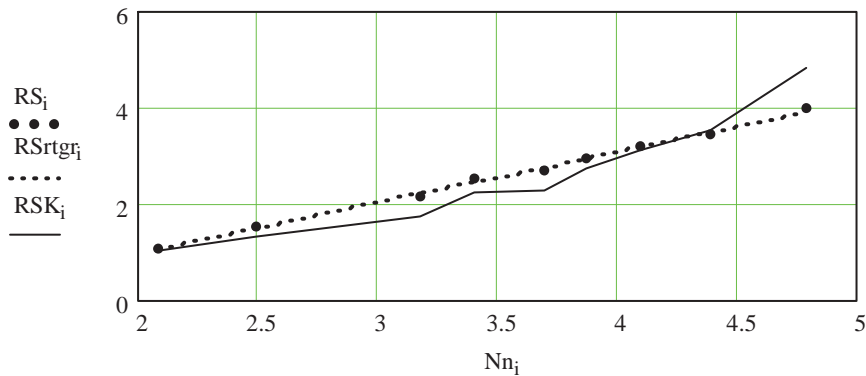


Рис. 4 – Показник Херста (RSrtgr) і V – статистика (RSK), $Nn = \ln(n)$ (240 значень).

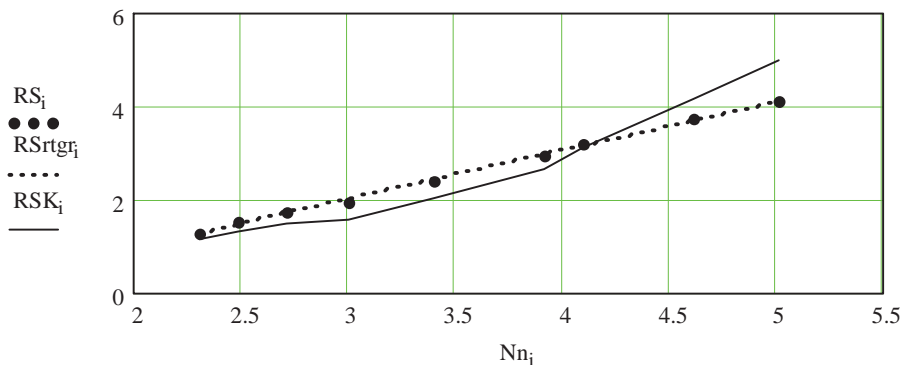


Рис. 5 – Показник Херста (RSrtgr) і V – статистика (RSK), $Nn = \ln(n)$ (310 значень).

Обидва ряди персистентні; отже вони мають тренд, а ринок має довготривалу пам'ять.

Висновки. Значення показника Херста в обох досліджених рядах дозволяє зробити висновки, що тенденція буде зберігатися протягом деякого періоду, а отже вартість акцій зростає.

Застосування V_n – статистики дозволяє виявити наявність циклів.

Список літератури

1. Федер Е. Фракталы : пер. с англ. – М. : Мир, 1991. – 254 с.
2. Даниленко В. А. Альтернативні методи проведення фрактального аналізу // Економіка промисловості. – 2010. – № 2. – С. 8 – 12.
3. Снитюк В. Є. Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми : Навчальний посібник. – К. : «Маклаут», 2008. – 364 с.
4. Трунова О. В., Скитер І. С. Использование фрактального анализа для исследования динамики сложных систем // Математическое и имитационное моделирование систем : Восьмая международная науч.-практ. конф., 24 – 28 июня 2013 г.; тезисы докл. – Чернигов, ЧНТУ, 2013. – С. 296 – 299.

References (transliterated)

1. Feder E. *Fractals : per. s angl.* [Fractals: Translated from English]. Moscow, Mir Publ., 1991. 254 p.
2. Danylenko V. A. *Alternatyvni metodyky provedennya fraktal'nogo analizu* [Alternative methodologies for carrying out fractal analysis]. *Ekonomika promyslovosti* [Economy of Industry]. 2010, no. 2, pp. 8–12.
3. Snytyuk V. E. *Prognozuvannya. Modeli. Metody. Algoritmy : Navchal'nyy posibnyk* [Forecasting. Models. Methods. Algorithms: Textbook]. Kyiv, Maklout Publ., 2008. 364 p.
4. Trunova O. V., Skiter I. S. *Spol'zovanie fraktal'nogo analiza dlya issledovaniya dinamiki slozhnykh sistem* [Using fractal analysis for studying dynamics of composite systems]. *Matematicheskoe i imitatsionnoe modelirovaniesistem : Vos'maya mezhdunarodnaya nauchno-prakticheskaya konferentsiya. 24 – 28 iyunya 2013 g.; tezisy dokl.* [Mathematical and simulation modeling of systems: the eighth international scientific and practical conference, June 24 – 28, 2013; book of abstracts]. Chernigov, ChNTU Publ., 2013, pp. 296–299.

Надійшла (received) 06.02.2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Гардер Сергій Євгенійович (Гардер Сергей Евгеньевич, Garder Sergei Evgenievitch) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (066) 529-56-46; e-mail: sergey.garder@gmail.com.

Корніль Тетяна Леонівна (Корніль Татьяна Леоновна, Kornil Tatyana Leonovna) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (099) 563-75-50; e-mail: kornil.tl@gmail.com.