

Д. В. КРЮТЧЕНКО, В. І. ГНІТЬКО, Ю. С. ШУВАЛОВА

МЕТОД ДИСКРЕТНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗУ КОЛИВАНЬ РЕЗЕРВУАРІВ З РІДИНОЮ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ТА ВЕРТИКАЛЬНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Запропоновано методи дослідження коливання рідини в жорстких резервуарах з перегородками. Запропоновано чисельний метод моделювання зовнішнього впливу на резервуари для зберігання рідини. Вважається, що рідина є нестисливою та ідеальною, а її рух, викликаний дією зовнішнього навантаження, є безвихровим. У цих умовах існує потенціал швидкостей, який задовольняє рівнянню Лапласа. Сформульована мішана крайова задача для визначення потенціалу швидкостей. Це є основою для отримання власних форм вільних коливань рідини в циліндричних резервуарах, які розглядаються як базисні функції для вивчення вимушених коливань рідини в циліндричній ємності з перегородками. Розглянуто вимушені коливання, викликані гармонічними, імпульсними і сейсмічними навантаженнями, та досліджено їх вплив на рівень підйому вільної поверхні.

Ключові слова: циліндричний резервуар, перегородка, вільні і вимушені коливання, плескання.

Д. В. КРЮТЧЕНКО, В. И. ГНИТЬКО, Ю. С. ШУВАЛОВА

МЕТОД ДИСКРЕТНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА КОЛЕБАНИЙ РЕЗЕРВУАРОВ С ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ И ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАГРУЗКАХ

Изучены колебания жидкости в жестких резервуарах с перегородками. Предложен численный метод моделирования внешнего воздействия на резервуары для хранения жидкости. Предполагается, что жидкость является несжимаемой и идеальной, а ее движение, вызванное действием внешней нагрузки, является безвихревым. В этих условиях существует потенциал скоростей, который удовлетворяет уравнению Лапласа. Сформулирована смешанная краевая задача для определения потенциала скоростей. Решение этой задачи служит основой для получения собственных форм свободных колебаний жидкости в цилиндрических резервуарах, которые рассматриваются как базисные функции для изучения вынужденных колебаний жидкости в цилиндрической емкости с перегородками. Рассмотрены вынужденные колебания, вызванные гармоническими, импульсными и сейсмическими нагрузками, и исследовано их влияние на уровень подъема свободной поверхности.

Ключевые слова: цилиндрический резервуар, перегородка, свободные и вынужденные колебания, плескания.

D. V. KRIUTCHENKO, V. I. GNITKO, JU. S. SHUVALOVA

METHOD OF DISCRETE SINGULARITIES FOR PROBLEMS OF ANALYSIS OF VIBRATIONS OF LIQUID FILLED TANKS UNDER HORIZONTAL AND VERTICAL LOAD

In this paper, we propose methods for solving the fluid vibration problems in rigid tanks with partitions. The numerical method for modelling the external influence upon liquid storage tanks is proposed. It is assumed that the liquid is incompressible and ideal one, and its motion, caused by the action of external loading, is vortex-free. In these conditions, there exists a velocity potential that satisfies the Laplace equation. The mixed boundary value problem is formulated for determining the velocity potential. This is the base to obtain the eigenforms of free liquid vibrations in the cylindrical tanks, which are considered as basic functions for studying the forced liquid vibrations in a rigid baffled cylindrical tank. The mixed boundary value problem is solved by method of potential theory. The liquid pressure is obtained from the system of singular integral equations. It is solved numerical by the method of discrete singularities. The lateral excitations caused by harmonic, impulse, and seismic loadings are considered and their influence on the free surface elevation is examined.

Key words: cylindrical tank, baffle, free and forced vibrations, sloshing.

Вступ. Плескання є явищем, пов'язаним з інтенсивним рухом рідини в частково заповнених резервуарах. Це явище може призвести до негативних наслідків, викликаних дією раптово прикладених навантажень (землетруси, падіння літаків тощо). Інтенсивне розплескування рідини, як правило, викликається зовнішніми горизонтальними та вертикальними збудженнями контейнерів. Інтенсивний рух рідини всередині резервуара супроводжується виплескуванням наповнювача, що може призвести до небезпечних впливів на навколишнє середовище. Для зменшення амплітуди коливання були запропоновані та досліджені різні засоби, наприклад, встановлення перегородок [1 – 4]. Більшість наукових робіт обмежувалося вивченням горизонтальних перегородок у резервуарах. У роботі [3] запропоновано підхід до аналізу впливу конічних перегородок на частоти коливань рідини. В роботах [1, 3] було виявлено, що форма перегородки та її розташування є значущими при проектуванні резервуарів з оптимальними параметрами з урахуванням геометричних і силових обмежень. У цих роботах розглядалися баки з перегородками, частково заповнені рідиною.

Постановка задачі. У даній роботі були розглянуті проблеми вільних та вимушених коливань рідини в жорсткому циліндричному резервуарі з радіусом R і з двома вертикальними перегородками. Схема резервуара наведена на рис. 1, б. Нехай S_1 є змоченою поверхнею оболонки, а S_0 – вільною поверхнею рідини. Для порівняння результатів розглянемо також циліндричний резервуар без перегородок, рис. 1, а. Це необхідно для з'ясування впливу перегородок на зміну рівня вільної поверхні при вимушених коливаннях. Розглядаються горизонтальні та вертикальні збудження, викликані періодичними навантаженнями. Припускається, що рідина є ідеальною та нестисливою, а її рух, викликаний зовнішніми навантаженнями, є безвихровим. В цих умовах існує потенціал швидкостей Φ , що задовольняє рівнянню Лапласа. Тиск рідини на поверхні резервуара визначається за допомогою лінеаризованого інтегралу Коши – Лагранжа

$$p - p_0 = -\rho_l \left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} + (a_z(t) + g)z + a_x(t)x \right]. \quad (1)$$

Тут g – прискорення вільного падіння, $a_z(t)$, $a_x(t)$ – вертикальне та горизонтальне прискорення, ρ_l – густина рідини, p_0 – атмосферний тиск. На змоченій поверхні оболонки задається умова *непротікання*:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = 0.$$

На вільній поверхні рідини задаються *кінематична* та *динамічна умови* у вигляді:

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p - p_0|_{S_0} = 0,$$

де ζ – функція, що описує форму вільної поверхні рідини.

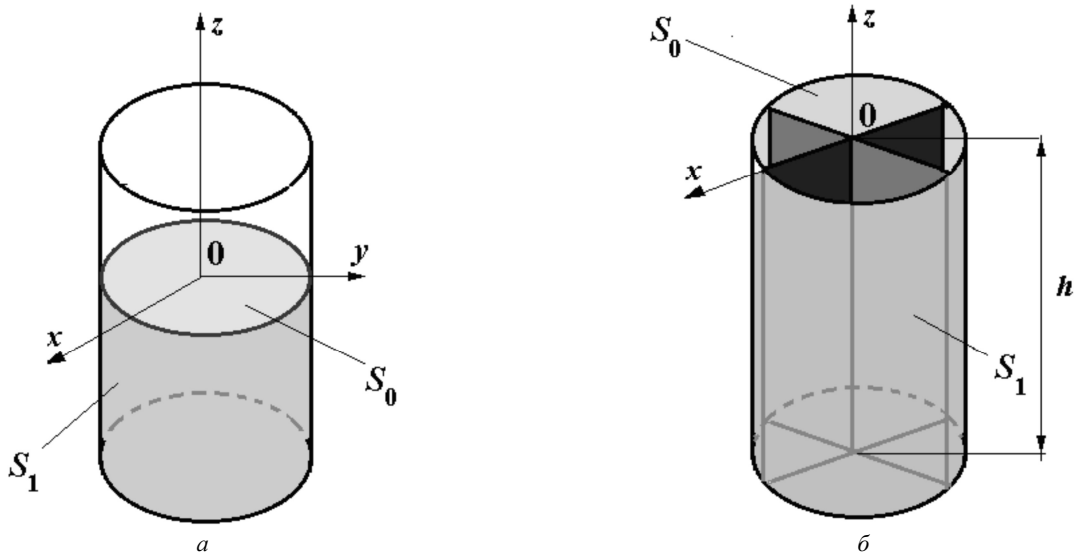


Рис. 1 – Циліндричні резервуари з рідиною: *a* – без перегородок; *б* – з двома вертикальними перегородками.

Використовуємо підхід, запропонований в [5] та заснований на використанні методу сингулярних інтегральних рівнянь та наступних розкладень:

$$\Phi = \sum_{\alpha=0}^N \cos \alpha \theta \sum_{k=1}^M d_{\alpha k}(t) \varphi_{\alpha k}(r, z), \quad \zeta = \frac{1}{g} \sum_{\alpha=0}^N \cos \alpha \theta \sum_{k=1}^M \chi_{\alpha k}^2 d_{\alpha k}(t) \varphi_{\alpha k}(r, z). \quad (2)$$

Тут α – це номер гармоніки, а k – номер форми коливань рідини, що відповідає даному значенню α . Для функцій $\varphi_{\alpha k}$ розглядаються наступні крайові задачі:

$$\nabla^2 \varphi_{\alpha k} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi_{\alpha k}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = 0; \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_{\alpha k}}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad \frac{\partial \varphi_{\alpha k}}{\partial t} + g \zeta = 0. \quad (4)$$

Продиференціюємо друге рівняння у співвідношеннях (4) по t та підставимо вираз для ζ'_t з першої рівності в (4).

Тут і далі припускаємо, що $\varphi_{\alpha k}(t, x, y, z) = e^{i\chi_k t} \varphi_{\alpha k}(x, y, z)$. Далі ми отримуємо послідовність задач на власні значення з такими крайовими умовами на вільній поверхні для кожної $\varphi_{\alpha k}$:

$$\frac{\partial \varphi_{\alpha k}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\chi_{\alpha k}^2}{g} \varphi_{\alpha k}. \quad (5)$$

Тут власні частоти це $\lambda_{\alpha k} = \chi_{\alpha k}^2 / g$.

Власні частоти коливань рідини в оболонці визначаються з (3), (4) таким чином

$$-\omega_{\alpha k}^2 \varphi_{\alpha k}(x, y, H) + \chi_{\alpha k}^2 \varphi_{\alpha k}(x, y, H) = 0 \Rightarrow \omega_{\alpha k}^2 = \chi_{\alpha k}^2; \quad \omega_{\alpha k} = \sqrt{\lambda_{\alpha k} g}.$$

Ефективна чисельна процедура для розв'язання проблеми власних значень з використанням методу граничних елементів запропонована в [5].

Для визначення функцій $\varphi_{\alpha k}$, будемо використовувати метод граничних елементів в прямому формулю-

ванні, запропонований *C. Brebbia* в [6]. Нехтуючи індексом αk , ми можемо записати основне співвідношення у формі

$$2\pi\varphi(P_0) = \iint_S q \frac{1}{|P-P_0|} dS - \iint_S \varphi \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P-P_0|} dS, \quad (6)$$

де $S = S_1 \cup S_0$; точки P і P_0 належать поверхні S . Як $|P-P_0|$ ми позначимо декартову відстань між точками P і P_0 . Функція φ , визначена на поверхні S_1 , є тиском на змоченій поверхні, та функція q , визначена на S_0 , є потоком $q = \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}$.

З використанням граничних умов (4) приходимо до системи сингулярних інтегральних рівнянь у формі, отриманій в [7, 8]:

$$\begin{cases} 2\pi\varphi_1 + \iint_{S_1} \varphi_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{r} \right) dS_1 - \frac{\chi_k^2}{g} \iint_{S_0} \varphi_0 \frac{1}{r} dS_0 + \iint_{S_0} \varphi_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) dS_0 = 0; \\ -\iint_{S_1} \varphi_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{r} \right) dS_1 - 2\pi\varphi_0 + \frac{\chi_k^2}{g} \iint_{S_0} \varphi_0 \frac{1}{r} dS_0 = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Тут для зручності ми позначаємо через φ_0 значення потенціалу на вільній поверхні, як φ_1 – значення потенціалу на стінках оболонки.

Варто зазначити, що маємо два види ядер в інтегральних операторах, яки наведені вище в (7). А саме, маємо:

$$A(S, \sigma)\psi = \iint_S \psi \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P-P_0|} dS; \quad B(S, \sigma)\psi = \iint_S \psi \frac{1}{|P-P_0|} dS; \quad P_0 \in \sigma. \quad (8)$$

В формулах (8) поверхні S та σ можуть бути різними або однаковими. Якщо поверхня S співпадає з поверхнею σ , то інтеграли в (8) сингулярні, і при їх чисельному визначенні необхідно приймати до уваги наявність цієї інтегрованої особливості. Вирази під знаком інтегралу тут є істотно неоднорідними, і стандартні квадратури втрачають точність.

Як і в [7, 8] ми замінимо декартову систему координат (x, y, z) на циліндричну (r, θ, z) , інтегруємо по z та θ , приймаючи до уваги, що

$$|P-P_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 + (z-z_0)^2 - 2rr_0 \cos(\theta-\theta_0)}.$$

Тут r, θ і r_0, θ_0 радіуси-вектори і окружні координати точок P та P_0 .

Далі використовуємо циліндричну систему координат і зобразимо невідомі функції у вигляді рядів Фур'є по окружній координаті

$$\psi(r, z, \theta) = \psi(r, z) \cos \alpha \theta; \quad i = 1, 2, \quad (9)$$

Отримаємо інтегральні оператори в наступній формі

$$\iint_S \psi \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P-P_0|} dS = \int_{\Gamma} \psi(P) \Theta(P, P_0) d\Gamma; \quad \iint_S \psi \frac{1}{|P-P_0|} dS = \int_{\Gamma} \psi(P) \Phi(P, P_0) d\Gamma; \quad P_0 \in \sigma. \quad (10)$$

Тут Γ твірна поверхні S , ядра $\Theta(P, P_0)$ та $\Phi(P, P_0)$ визначаються в такий спосіб:

$$\Theta(z, z_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} \left\{ \frac{1}{2r} \left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z_0 - z)^2}{a-b} \mathbf{E}_m(k) - \mathbf{F}_m(k) \right] n_r + \frac{z_0 - z}{a-b} \mathbf{E}_m(k) n_z \right\}; \quad \Phi(P, P_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} \mathbf{F}_m(k).$$

Тут n_r, n_z – компоненти одиничної нормалі \mathbf{n} до поверхні. Вище наведено такі позначення

$$\mathbf{E}_m(k) = (-1)^m (1-4m^2) \int_0^{\pi/2} \cos 2m\theta \sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} d\theta, \quad \mathbf{F}_m(k) = (-1)^m \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2m\theta d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}}, \quad (11)$$

$$a = r^2 + r_0^2 + (z-z_0)^2, \quad b = 2rr_0; \quad k^2 = \frac{2b}{a+b}.$$

Припускаючи, що $m=0$ у співвідношеннях (11), ми отримуємо стандартні еліптичні інтеграли першого і другого роду.

Задача визначення амплітуди коливань рідини зводиться до такої системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\begin{aligned} \ddot{d}_{1k} + \chi_{1k}^2 \left(1 + \frac{a_z(t)}{g} \right) d_{1k} + a_x(t) F_{1k} = 0; \quad \ddot{d}_{0k} + \chi_{0k}^2 \left(1 + \frac{a_z(t)}{g} \right) d_{0k} = 0; \quad F_{1k} = \frac{(\rho, \varphi_{1k})}{(\varphi_{1k}, \varphi_{1k})}; \quad k = \overline{1, M}, \\ a_z(t) = a_1 \cos(\omega t), \quad a_x(t) = a_2 \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (12)$$

До цієї системи додаються початкові умови:

$$d_{1k}(0) = 0, \quad k = \overline{1, M}, \quad \dot{d}_{11}(0) = 0.05, \quad \dot{d}_k(0) = 0, \quad k = \overline{2, M}, \quad d_{0k}(0) = 0, \quad k = \overline{1, M}, \quad \dot{d}_{0k}(0) = 0, \quad k = \overline{1, M}.$$

За допомогою методу, розробленого в [9], отримані власні форми коливань рідини, їх значення наведені в табл. 1. Тут БП – це оболонка без перегородок, ВП – з вертикальними перегородками.

Таблиця 1 – Частоти коливань рідини в оболонці

α	Тип оболонки	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
0	БП	6.1248	8.2919	9.98475	11.4295
	ВП	6.1248	8.2919	9.98475	11.4295
1	БП	4.1424	7.2286	9.14726	10.7120
	ВП	5.4582	8.1067	9.87918	12.6574

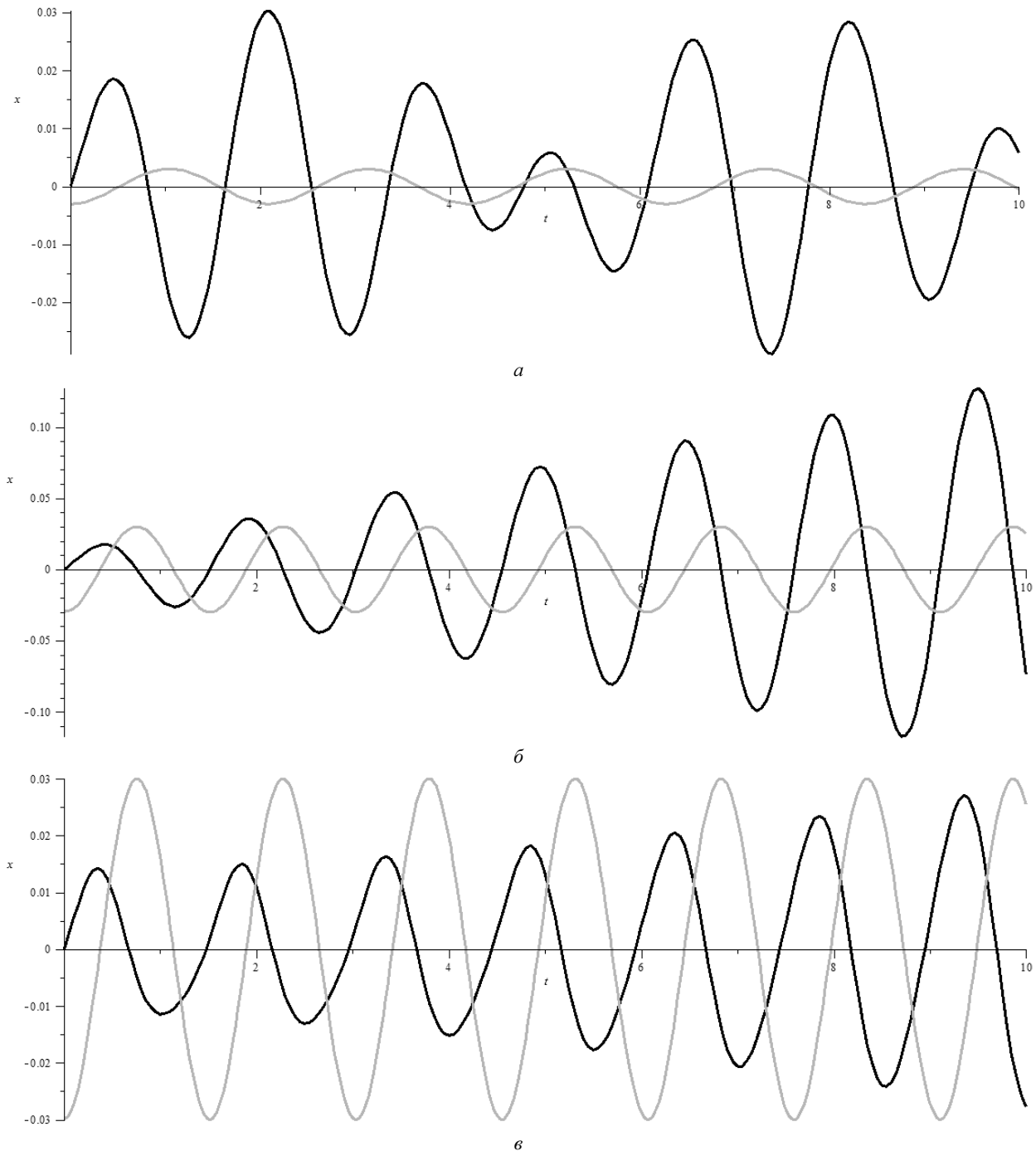


Рис. 2 – Зміна рівня вільної поверхні у циліндричних резервуарах без перегородок:
 $a - \omega = 3$ Гц; $b - \omega = 4.14$ Гц; $v - \omega = 8.28$ Гц.

Систему (12) розв'язано при таких параметрах: $a - \omega = 3$ Гц; $b - \omega = 4.14$ Гц; $c - \omega = 8.28$ Гц. Дані розрахунків наведені на рис. 2. Тут сірими лініями зображені графіки функції $a_x(t) = a_2 \cos(\omega t)$. Чорними лініями зображені графіки зміни рівня вільної поверхні рідини. При $\omega = 8.28$ Гц спостерігається явище параметричного резонансу, яке полягає у необмеженому зростанні амплітуди коливань вільної поверхні.

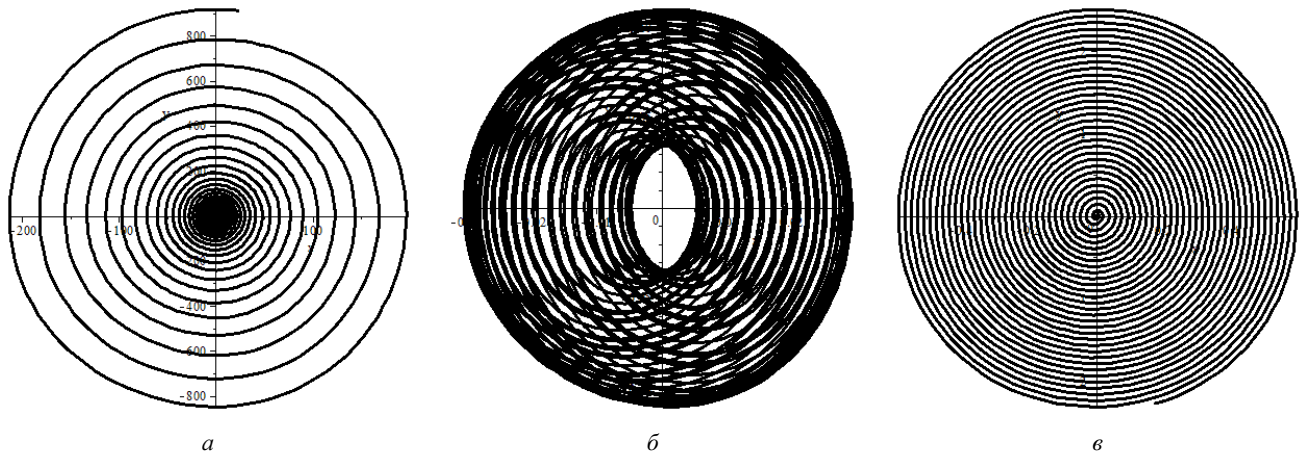


Рис. 3 – Фазові портрети: а – $\omega = 4.14$ Гц; б – $\omega = 3$ Гц; в – $\omega = 8.28$ Гц.

На рис. 3 зображені фазові портрети руху рідини, які відповідають таким частотам коливань: а – $\omega = 4.14$ Гц; б – $\omega = 3$ Гц; в – $\omega = 8.28$ Гц. Коли $\omega = 4.14$ Гц, маємо збігання з першою частотою антисиметричних коливань, при $\omega = 3$ Гц маємо відстроювання від резонансних частот, при $\omega = 8.28$ Гц відбувається параметричний резонанс. Рис. 3, а відповідає зростанню амплітуди коливань, викликаному прикладеним горизонтальним навантаженням, рис. 3, в відповідає параметричному резонансу, що відбувається при подвійній першій частоті. Таким чином, розроблений метод дозволяє надати рекомендації щодо відстроювання від небажаних резонансних частот.

Перспективи подальших досліджень. У подальшому передбачається розглянути коливання рідини в резервуарах з перегородками при сумісній дії вертикального та горизонтального навантажень з урахуванням нелінійних чинників та пружності стінок.

Висновки. Для чисельного аналізу взаємодії системи «оболонка-рідина» для резервуара з перегородками розроблено чисельний метод на основі методу граничних елементів. Досліджено поведінку рідини в циліндричних резервуарах без перегородок і з вертикальними перегородками. Установка вертикальних перегородок змінює спектр резонансних частот в бік височастотних коливань. Це дозволить визначити небажані частоти збудження на стадії проектування баків і запобігти втраті стабільності. Запропонований підхід дозволяє проводити чисельне моделювання резервуарів з перегородками різних форм для зберігання рідини замість проведення коштовних натурних експериментів.

Список літератури

1. Gnıtko V., Degtyariov K., Naumenko V., Strelnikova E. Coupled BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks // Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements. – 2018. – V. 6. – No. 6. – P. 976 – 988.
2. Gavrilyuk I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., Timokha A. Natural Sloshing Frequencies in Truncated Conical Tanks // Engineering Computations. – 2008. – Vol. 25. – No. 6. – P. 518 – 540.
3. Gnıtko V., Naumenko Y., Strelnikova E. Low frequency sloshing analysis of cylindrical containers with flat and conical baffles // International Journal of Applied Mechanics and Engineering. – 2017. – No. 22 (4). – P. 867 – 881.
4. Gnıtko V., Degtyarev K., Naumenko V., Strelnikova E. Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles // Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences. – 2016. – V. 1(1). – P. 14 – 27.
5. Strelnikova E., Yeseleva E., Gnıtko V., Naumenko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid // Proc. of XXXII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. – 2010. – Vol. 50. – P. 203 – 211.
6. Brebbia C.A., Telles J. C. F., Wrobel L. C. Boundary Element Techniques. – Springer-Verlag : Berlin and New York, 1984. – 478 p.
7. Gnıtko V., Marchenko U., Naumenko V., Strelnikova E. Forced vibrations of tanks partially filled with the liquid under seismic load // Proc. of XXXIII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. – 2011. – Vol. 52. – P. 285 – 296.
8. Strelnikova E., Yeseleva E., Gnıtko V., Naumenko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid // Proc. of XXXII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. – 2010. – Vol. 50. – P. 203 – 211.

9. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Liquid Vibrations in Cylindrical Quarter Tank Subjected to Harmonic, Impulse and Seismic Lateral Excitations // Journal of Mathematics and Statistical Science. – 2019. – Vol. 5. – P. 31 – 41 (ISSN 2411-2518).

References (transliterated)

1. Gnitko V., Degtyariv K., Naumenko V., Strelnikova E. Coupled BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2018, vol. 6, no. 6, pp. 976–988.
2. Gavrilyuk I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., Timokha A. Natural Sloshing Frequencies in Truncated Conical Tanks. *Engineering Computations*. 2008, vol. 25, no. 6, pp. 518–540.
3. Gnitko V., Naumenko Y., Strelnikova E. Low frequency sloshing analysis of cylindrical containers with flat and conical baffles. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*. 2017, no. 22 (4), pp. 867–881.
4. Gnitko V., Degtyarev K., Naumenko V., Strelnikova E. Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. 2016, vol. 1 (1), pp. 14–27.
5. Strelnikova E., Yeseleva E., Gnitko V., Naumenko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid. *Proc. of XXXII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation*. 2010, vol. 50, pp. 203–211.
6. Brebbia C.A., Telles J. C. F., Wrobel L. C. *Boundary Element Techniques*. Springer-Verlag, Berlin and New York, 1984. 478 p.
7. Gnitko V., Marchenko U., Naumenko V., Strelnikova E. Forced vibrations of tanks partially filled with the liquid under seismic load. *Proc. of XXXIII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation*. 2011, vol. 52, pp. 285–296.
8. Strelnikova E., Yeseleva E., Gnitko V., Naumenko V. Free and forced vibrations of the shells of revolution interacting with the liquid. *Proc. of XXXII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation*. 2010, vol. 50, pp. 203–211.
9. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Liquid Vibrations in Cylindrical Quarter Tank Subjected to Harmonic, Impulse and Seismic Lateral Excitations. *Journal of Mathematics and Statistical Science*. 2019, vol. 5, pp. 31–41 (ISSN 2411-2518).

Надійшла (received) 28.03.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Крютченко Денис Володимирович (Крютченко Денис Владимирович, Kriutchenko Denys Vladimirovich) – аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАНУ, м. Харків; тел.: (093) 288-67-53; e-mail: wollydenis@gmail.com.

Гнітько Василь Іванович (Гнітько Василий Иванович, Gnitko Vasil Ivanovych) – старший науковий співробітник, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАНУ, м. Харків; тел.: (050) 180-83-18; e-mail: wollydenis@gmail.com.

Шувалова Юлія Сергіївна (Шувалова Юлия Сергеевна, Shuvalova Julia Sergeevna) – доцент, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків; тел.: (093) 288-67-53; e-mail: wollydenis@gmail.com.

UDC 517.9

К. М. МАЛАШ, А. Я. БОМБА

SPATIAL GENERALIZATION OF THE EXPLOSION PROCESS MATHEMATICAL MODEL USING QUASICONFORMAL MAPPINGS METHODS

The mathematical model of the explosive process impact on the environment developed on the basis of the classical fluid theory which defines the borders of crater, the compressed and unperturbed sections of the soil created as an explosion result is generalized for the case of a three-dimensional medium. The algorithm of the corresponding boundary value problem numerical solving by quasiconformal mappings numerical methods and a step-wise parameterization of the characteristics of the environment and process and its program realization are presented. Numerical experiments were performed on the basis of the developed algorithm and the obtained results were analyzed.

Key words: explosion processes, quasiconformal mappings, three-dimensional medium, mathematical modeling, inverse problems.

К. М. МАЛАШ, А. Я. БОМБА

ПРОСТОРОВЕ УЗАГАЛЬНЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ВИБУХУ МЕТОДАМИ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

Математична модель впливу вибухового процесу на середовище, розроблена на основі класичної рідинної теорії, що визначає межі утворених у досліджуваному середовищі внаслідок дії вибуху вирвів, впресованої та незбуреної ділянок ґрунту на основі апріорно відомих вибухової сили та розміру і форми заряду і початкового розподілу коефіцієнта проникності досліджуваного середовища та його критичних значень, узагальнена на випадок трьохвимірному простору. На базі розробленої математичної моделі створено алгоритм числового розв'язування відповідної крайової задачі з використанням числових методів квазіконформних відображень та поетапної параметризації характеристик досліджуваного середовища і вибухового процесу та описана його програмна реалізація. На основі розробленого алгоритму проведено ряд числових експериментів та проаналізовано отримані результати.

Ключові слова вибухові процеси, квазіконформні відображення, трьохвимірне середовище, математичне моделювання, обернені задачі.

© К. М. Malash, A. YA. Bomba, 2019