

Неорган. матер. – 1970. – № 6. – В. 8. – С. 1427 – 1431.

9. Сергеевкова В. М., Березуцкий В. В. О скорости роста дисперсных частиц в никеле // Порошк. металлургия. – 1967. – № 7. – С. 84 – 88.
10. Сергеевкова В. М., Березуцкий В. В. Влияние природы окислов на скорость роста дисперсных частиц в никеле // Порошк. Металлургия. – 1967. – № 8. – С. 54 – 59.
11. Слѣзов В. В. Коалесценция пересыщенного твердого раствора в случае диффузии по границам блоков или дислокационным линиям // ФТТ. – 1967. – Т. 9. – В. 4. – С. 1187 – 1191.

References (transliterated)

1. Abramov G. S., Abramov M. G. Modelirovanie protsessa vnutrennego okisleniya i eksperimental'nye rezul'taty [Modeling of internal oxidation process and experimental results]. *Vestnik KhNTU* [Bulletin of the Kherson National Technical University]. 2010, vol. 3 (39), pp. 10–15.
2. Abramov G. S. Modelirovanie asimptoticheskoy stadii protsessa vnutrennego okisleniya [Modeling of asymptotic stage of internal oxidation process]. *Vestnik KhNTU* [Bulletin of the Kherson National Technical University]. 2011, no. 2 (41), pp. 432–435.
3. Abramov G. S., Abramov M. G., Bardachov Yu. N. Modelirovanie formirovaniya dvukhfaznykh oblastey v protsesse vnutrennego okisleniya binarnykh splavov [Modeling of forming two-phase regions in the process of binary alloys internal oxidation]. *Vestnik KhNTU* [Bulletin of the Kherson National Technical University]. 2014, no. 3 (50), pp. 192–202.
4. Lifshits I. M., Sliozov V. V. O kinetike diffuzionnogo raspada peresyshhennykh tvordykh rastvorov [On kinetics of diffusion dissolving of oversaturated solid solutions]. *ZhETF* [Journal of Experimental and Theoretical Physics]. 1958, vol. 35, no. 2(8), pp. 479–492.
5. Nechiporenko E. P., Sliozov V. V. Koalestsentsiya v dvukhfaznykh splavakh [Coalescence in two-phase alloys]. *FTT* [Physics of solid]. 1972, vol. 14, no. 5, pp. 1469–1474.
6. Footner P. K., Alcock C. B. Growth kinetics of dispersed thoria in Ni and Ni-Cr alloys. *Met. Trans.* 1972, vol. 5, no. 8, pp. 717–720.
7. Dalal H., Grant N. J. Thoria stability in TD-NiCr at high-temperatures in the presence of chromium in solution. *Met. Trans.* 1973, vol. 4, no. 1, pp. 381–382.
8. Ivanov V. E., Nechiporenko E. P., Krivoruchko V. M. Koalestsentsiya chastits Al_2O_3 v molibdene pri vysokikh temperaturakh [Coalescence of the particles Al_2O_3 in molybdenum at high temperatures]. *Izv. AN SSSR. Neorgan. mater.* [Digest of the Academy of Science of the USSR. Inorganic materials]. 1970, no. 6, vol. 8, pp. 1427–1431.
9. Sergeenkova V. M., Berezutskiy V. V. O skorosti rosta dispersnykh chastits v nikelе [On the growth velocity of dispersive particles in nickel]. *Poroshok. Metallurgiya* [Powder Metallurgy]. 1967, no. 7, pp. 84–88.
10. Sergeenkova V. M., Berezutskiy V. V. Vliyanie prirody okislov na skorost' rosta dispersnykh chastits v nikelе [Influence of oxide nature on dispersive particles' growth rate in nickel]. *Poroshok. Metallurgiya* [Powder Metallurgy]. 1967, no. 8, pp. 54–59.
11. Slyozov V. V. Koalestsentsiya peresyshhenogo tvordogo rastvora v sluchae diffuzii po granitsam blokov ili dislokatsionnym liniyam [Coalescence of oversaturated solid solution in case of diffusion along block boundaries or dislocation lines]. *FTT* [Physics of solid]. 1967, vol. 9, no. 4, pp. 1187–1191.

Поступила (received) 06.03.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Абрамов Геннадій Серафимович (Абрамов Геннадий Серафимович, Abramov Gennady Serafimovich) – кандидат фізико-математичних наук, доцент, Херсонська державна морська академія, м. Херсон; тел.: (067) 789-10-01; e-mail: gennadabra@gmail.com.

Абрамов Михайло Геннадійович (Абрамов Михаил Геннадиевич, Abramov Mikhail Gennadievich) – викладач, Херсонська філія Національного університету кораблебудування, м. Херсон; тел.: (096) 713-49-20; e-mail: mike_a@ukr.net.

УДК 532.516

С. В. АЛЕКСЕЕНКО

РАСЧЕТ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ЗАДАЧАХ ОБ ОБЛЕДЕНЕНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Рассмотрена методика расчета конвективного теплообмена обледеневающей поверхности с набегающим потоком в задачах об обледенении летательных аппаратов на основе решения усредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса и однопараметрической дифференциальной модели турбулентности Spalart-Allmaras с коррекцией для шероховатой стенки. Выполнено сравнение результатов расчетов, полученных с помощью предложенной методики и с помощью корреляционных соотношений. Показана возможность применения предложенного подхода к вычислению коэффициента конвективного теплообмена в задачах об обледенении в трехмерной постановке.

Ключевые слова: обледенение летательных аппаратов, численное моделирование, шероховатость поверхности, модель турбулентности, конвективный теплообмен.

С. В. АЛЕКСЕЕНКО

РОЗРАХУНОК КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ В ЗАДАЧАХ ПРО ЗЛЕДЕНІННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ

Розглянуто методику розрахунку конвективного теплообміну поверхні, яка обмерзає, з потоком, що набігає, в задачах про зледеніння літальних апаратів на основі розв'язання усереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є – Стокса і однопараметричної диференціальної моделі турбулентності Spalart-Allmaras з корекцією для шорсткою стінки. Виконано порівняння результатів розрахунків, отриманих за допомогою запропонованої методики і за допомогою кореляційних співвідношень. Показана можливість застосування запропонованого підходу до обчислення коефіцієнта конвективного теплообміну в задачах про зледеніння в тривимірній постановці.

Ключові слова: зледеніння літальних апаратів, чисельне моделювання, шорсткість поверхні, модель турбулентності, конвективний теплообмін.

© С. В. Алексеенко, 2019

S. V. ALEKSEYENKO

NUMERICAL SIMULATION OF THE AIRFOILS ICING PROCESSES: CONVECTIVE HEAT EXCHANGE CALCULATION

The calculating method of the convective heat exchange of the icing surface with the incoming airflow in the problems of simulation of airfoils icing processes based on solving of Reynolds-averaged Navier-Stokes equations with the Spalart-Allmaras one-parameter differential turbulence model for a rough wall was considered. Comparison of the calculation results obtained using the proposed method and using correlation ratios was performed. The possibility of applying the proposed approach to the calculation of the convective heat transfer coefficient in icing problems in a three-dimensional formulation was shown.

Key words: aircrafts icing, numerical simulation, surface roughness, turbulence model, convective heat transfer.

Введение. Обеспечение безопасности полетов, в том числе в сложных метеорологических условиях, является актуальной проблемой, которой во всем мире уделяется все более пристальное внимание. Известно, что переохлажденные капли воды, содержащиеся в облаках, могут замерзать, попадая на передний край фюзеляжа, крыльев, на элементы оперения, детали авиационных двигателей. При этом наиболее общими негативными явлениями, которые могут быть вызваны обледенением аэродинамических поверхностей, являются уменьшение подъемной силы и угла срыва потока с крыла, а также элементов хвостового оперения, потерю продольной устойчивости. Кроме того, образующийся ледяной слой разрушает гладкую структуру течения, вызывает потерю тяги, рост турбулентного следа, увеличение лобового сопротивления, приводит к увеличению веса. Причем увеличение веса летательного аппарата играет вторичную роль по сравнению с негативными эффектами, вызванными изменениями режима обтекания.

Разработка систем защиты от обледенения и определение их эффективности является очень сложной проблемой, охватывающей различные исследовательские направления, такие как метеорология, аэродинамика, тепломассообмен, физика фазовых переходов, материаловедение.

В современных условиях, с целью сокращения времени и стоимости разработки систем защиты от обледенения, оценки их эффективности, понимания особенностей влияния изменения геометрии аэродинамических поверхностей вследствие образования ледяных наростов на картину течения и, соответственно, для создания наиболее совершенных систем защиты от обледенения возникает необходимость в применении, наряду с экспериментальными методами исследования, методов численного моделирования.

При этом, при моделировании процессов обледенения очень важно как можно точнее определять распределение коэффициента конвективного теплообмена вдоль обтекаемой шероховатой поверхности, поскольку он оказывает доминирующее влияние на тепло- и массообмен на обледеневающей поверхности и, по сути, определяет форму образующихся ледяных наростов [1]. А при проектировании тепловой антиобледенительной системы распределение коэффициента конвективной теплоотдачи играет ключевую роль в определении локальных тепловых потоков, которые необходимо подводить к каждому элементу защищаемой поверхности.

Анализ последних исследований. Коэффициент конвективного теплообмена может быть определен двумя основными способами: с помощью корреляционных соотношений из расчета пограничного слоя и по известному температурному полю, решая уравнения Навье – Стокса для внешнего воздушно-капельного потока [1].

В некоторых случаях, используя критерии подобия, трехмерная задача об обледенении может быть упрощена до двумерной, как, например, это сделано в большинстве существующих классических методик, моделирующих процессы обледенения [2, 3]. Такой подход позволяет использовать одномерные интегральные или полумпирические соотношения для пограничного слоя и, тем самым, значительно упростить и ускорить расчет внешнего обтекания, определение коэффициентов трения и теплоотдачи. Кроме того, интегральные соотношения для пограничного слоя очень хорошо протестированы, подкорректированы и верифицированы на очень большом количестве экспериментов, и программные продукты, разработанные с использованием таких соотношений, как, например, LEWICE [2], признаются в процессе сертификации летательных аппаратов [4]. Также необходимо отметить, что результаты расчетов с использованием интегральных соотношений, благодаря их высокой точности, могут быть использованы для верификации разрабатываемых методов *RANS CFD*, в условиях недостаточности, а иногда и отсутствия необходимых экспериментальных данных.

Однако с другой стороны, созданные в предположении несжимаемости набегающего воздушного потока и с использованием одномерных приближений, подходы, использующие интегральные методы, не позволяют учитывать предысторию потока, имеют ограниченное применение в случае достаточно больших скоростей и сложных форм ледяных наростов (из-за наличия локальных трансзвуковых зон и значительных градиентов давления), в задачах в трехмерной постановке. Также такая методика не дает возможность определять аэродинамические характеристики профилей с наличием шероховатых ледяных наростов.

При разработке, хотя и более сложных и громоздких, однако более совершенных методик численного решения задачи об обледенении аэродинамических поверхностей на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса необходима модель, которая бы учитывала шероховатость обтекаемой поверхности и позволяла бы вычислять тепловые потоки в области ледяных образований. Основными проблемами здесь являются, с одной стороны, отсутствие универсальной модели турбулентности, которая бы также учитывала ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое, с другой стороны, отсутствие достаточного количества экспериментальных данных о распределении местных коэффициентов трения и чисел Стэнтона для различных геометрий и условий, в том числе полученных с учетом взаимодействия влетающих капелек с обтекаемой поверхностью: деформацией, разбрызгиванием, выплескиванием, перепрыгиванием [5].

Учитывая сказанное выше, при разработке методик моделирования процессов обледенения летательных аппаратов в трехмерной постановке актуальной является задача определения коэффициента конвективного теплообмена на основе решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса с учетом шероховатости поверхности.

Постановка задачи. В работе, при решении задачи численного моделирования обледенения профиля крыла, для описания внешнего воздушно-капельного потока, применена модель взаимопроникающих сред с использованием осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса [6 – 9]. При моделировании турбулентности использовалась *однопараметрическая дифференциальная модель Spalart-Allmaras* [10] с коррекцией для шероховатой стенки [11]. Процесс нарастания льда описывается с помощью метода поверхностных контрольных объемов, основанном на уравнениях массового и теплового балансов.

Моделирование шероховатости поверхности. Одной из первых проблем, возникших при изучении шероховатости, оказалось многообразие форм самих неровностей, решением которой может быть использование некой идеальной «модельной» шероховатости [12]. В этом случае, рассматривая данную конкретную шероховатость, ей в соответствие можно поставить «эквивалентную» модельную с высотой бугорков k_s . На практике шероховатость поверхности характеризуют безразмерным параметром

$$k_s^+ = \frac{k_s u_\tau}{\nu}, \quad (1)$$

где ν – коэффициент кинематической вязкости; $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ – скорость трения; τ_w – касательное напряжение трения на стенке; ρ – плотность газа.

При рассмотрении шероховатости поверхности льда в качестве *модельной*, как правило, используют так называемую *песочную шероховатость*. В зависимости от степени влияния шероховатости на аэродинамику обтекания тел, можно выделить три режима течения [12]:

1. Режим без проявления влияния шероховатости на сопротивление и профиль скорости (высота неровностей меньше допустимой высоты шероховатости $k_s^+ \leq 5$, то есть вершины бугорков шероховатости «утоплены» в вязком подслое). Сопротивление соответствует сопротивлению гладкой поверхности.

2. Переходный режим, когда $5 < k_s^+ \leq 70$. Часть элементов шероховатости выступает из вязкого подслоя. Сопротивление складывается из сопротивления гладкой поверхности и выступающих элементов шероховатости.

3. Полное проявление шероховатости, $k_s^+ > 70$. Все элементы шероховатости выступают из вязкого подслоя. Сопротивление полностью определяется воздействием выступающих элементов шероховатости.

При этом необходимо отметить, что, поскольку высота неровностей на обледеневающей поверхности, даже на начальном этапе процесса обледенения, оказывается больше толщины местного пограничного слоя, в задачах об обледенении имеет место *полное проявление шероховатости*.

Модель турбулентности. В качестве модели турбулентности в работе была выбрана модель *Spalart-Allmaras* [10], которая изначально была разработана и предложена именно для решения задач внешней аэродинамики и калибрована для расчета обтекания профилей и крыльев. Кроме того, к достоинствам выбранной модели можно отнести относительно небольшие затраты машинного времени и памяти, поскольку модель является однопараметрической с одним дифференциальным уравнением, а также ее устойчивость и хорошую сходимость, и, соответственно, обладающую меньшей чувствительностью к величине шага по времени и минимальному шагу вблизи стенки.

При этом с целью учета влияния шероховатости граничное условие на стенке для \tilde{v} , в соответствии с [11], были изменены с граничного условия $\tilde{v} = 0$, принятого в оригинальной модели [10], на:

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial n} = \frac{\tilde{v}}{d}, \quad (2)$$

где n – нормаль к стенке.

Расстояние d было увеличено путем введения смещения $d = d_{\min} + d_0$, где d_{\min} – расстояние до стенки; $d_0(h)$ – длина, на которую корректируется расстояние.

В свою очередь, *Nikuradse* [13] показал, что для т.н. очень неровных поверхностей (когда $k_s^+ > 70$), профили скорости в логарифмической области соответствуют выражению:

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{k_s} + 8.5. \quad (3)$$

Поскольку влияние шероховатости велико, то коэффициент турбулентной вязкости должен быть больше по сравнению с молекулярной вязкостью газа, в том числе и на стенке ($\nu_t = \tilde{\nu}$). Следовательно, уравнение сохранения импульса сводится к:

$$u_{\tau}^2 = \nu_i \frac{\partial u}{\partial y} = u_{\tau} k d \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (4)$$

решением которого является:

$$u^+ = \frac{1}{k} [\ln(y + d_0) - \ln(d_0)]. \quad (5)$$

Тождественность этих двух выражений для профиля скорости дает:

$$d_0 = \exp(-8.5k) k_s \approx 0.03k_s. \quad (6)$$

Кроме того, переменную χ , входящую в соотношения для определения турбулентной вязкости как $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$, было предложено заменить на [11]:

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} + c_{R1} \frac{k_s}{d}, \quad c_{R1} = 0.5. \quad (7)$$

Ламинарно-турбулентный переход. Проблема описания ламинарно-турбулентного перехода в рамках RANS является одной из наиболее трудно моделируемых проблем. В задачах внешней аэродинамики переход обычно происходит в пограничном слое, поэтому, как правило, задача сводится к определению точки перехода на обтекаемой поверхности. При этом можно выделить естественный и вынужденный переход. В первом случае переход происходит за счет естественного развития возмущений в неустойчивом ламинарном пограничном слое, а во втором – в неустойчивом пограничном слое возникают возмущения из-за наличия поверхностных элементов-турбулизаторов, таких как, например, нитка, бугорок, шероховатость, что обычно приводит к немедленной турбулизации пограничного слоя [12].

В расчетах на практике применяют несколько приемов для определения точки перехода. Это может быть предписанный переход, который определяют из общих соображений или используя экспериментальные данные, а также переход, обусловленный наличием турбулизаторов. Для описания спонтанного перехода могут предприниматься попытки построить такие демпфирующие функции в низкорейнольдсовой модели турбулентности, чтобы переход осуществлялся в правильном месте, или попытки создания локальных дифференциальных уравнений перехода. Также положение точки спонтанного перехода может находиться из свойств пограничного слоя: интегрируются характеристики пограничного слоя вдоль обтекаемой поверхности и на основе этих интегралов определяется точка перехода [12].

Такой прием, например, используется в методике LEWICE, где в задаче об обледенении профилей внешний поток рассматривается как потенциальное течение, а при расчете пограничного слоя используется приближение для шероховатой ровной пластины и критерием ламинарно-турбулентного перехода является выполнение неравенства [2]:

$$\text{Re}_k = \frac{V_k k_s}{\nu} \geq 600, \quad (8)$$

где V_k – скорость потока на расстоянии от стенки, равном высоте эквивалентной песочной шероховатости k_s ; Re_k – локальное число Рейнольдса, рассчитанное по высоте шероховатости.

В предложенной методике, при рассмотрении вопроса об определении точки ламинарно-турбулентного перехода, предложено использовать так называемый *fully turbulence* подход [12], поскольку в задаче об обледенении профиля шероховатость, для учета которой в модель *Spalart-Allmaras* внесены изменения, как раз и является турбулизатором, инициирующим ламинарно-турбулентный переход практически уже в точке торможения. Аргументами в пользу справедливости использования такого решения являются: незначительная, как показывают расчеты с использованием интегральных соотношений, длина ламинарного участка пограничного слоя вдоль профиля (~2 % длины хорды крыла); небольшая скорость набегающего потока в этой области (соответственно, турбулентность развивается относительно медленно, значение турбулентной вязкости оказывается меньше значения ламинарной вязкости на протяжении значительной доли ламинарного участка); а также тот факт, что в области точки торможения на крыле в реальном полете в условиях обледенения происходят множественные соударения влетающих капелек с поверхностью профиля, их интенсивное разбрызгивание, движение, отскакивание, являясь дополнительным фактором турбулизации пограничного слоя [5] (что не учитывается при использовании интегральных одномерных соотношений).

Конвективный теплообмен. Корреляционные соотношения. В случае применения подхода с использованием одномерных интегральных или полуэмпирических соотношений для пограничного слоя, полученных для плоской пластины, коэффициент конвективного теплообмена h_{cv} может быть определен с помощью следующих соотношений [14]:

$$h_{cv} = \rho_e C_{p_e} U_e St, \quad (8)$$

где St – число Стэнтона; U_e – скорость на границе пограничного слоя; ρ_e – плотность воздуха; C_{p_e} – удельная теплоемкость.

Число Стэнтона St , учитывающее шероховатость поверхности, может быть определено по аналогии *Chilton-Colburn* [15] для ламинарного режима или по аналогии *Spalding* [14] для турбулентного режима.

По аналогии *Chilton-Colburn* число Стэнтона St определяется как:

$$St = \frac{C_f}{2} Pr^{-2/3}, \quad (9)$$

где C_f – коэффициент трения; Pr – число Прандтля.

Коэффициент трения в ламинарном режиме для шероховатой ровной пластины:

$$\frac{C_f}{2} = 0,225 \frac{\nu_e}{U_e} \frac{1}{\theta_l}, \quad (10)$$

где ν_e – кинематическая вязкость воздуха; θ_l – толщина потери импульса, развитого в ламинарном режиме.

Толщина потери импульса [16] определяется интегрированием скорости на границе пограничного слоя вдоль криволинейной продольной координаты s в ламинарной зоне:

$$\theta_l = 0,664 \nu_e^{0,5} U_e^{-1,435} \sqrt{\int_0^s U_e^{1,87} ds}. \quad (11)$$

По аналогии *Spalding* [14] число Стэнтона St для шероховатой ровной пластины в турбулентном режиме определяется как:

$$St = \frac{\frac{C_f}{2}}{Pr_t + \sqrt{\frac{C_f}{2} St_k^{-1}}}, \quad (12)$$

где Pr_t – число Прандтля для турбулентного потока ($Pr_t \approx 0,9$ [17]); St_k – число Стэнтона с учетом шероховатости, которое равно:

$$St_k = 1,92 Re_{\tau-k}^{-0,45} Pr^{-0,8}. \quad (13)$$

Число Рейнольдса $Re_{\tau-k}$ зависит от высоты шероховатости k_s , скорости трения U_τ и кинематической вязкости воздуха ν_e :

$$Re_{\tau-k} = \frac{U_\tau k_s}{\nu_e}. \quad (14)$$

Скорость трения пропорциональная скорости на границе пограничного слоя U_e и коэффициенту трения C_f :

$$U_\tau = U_e \sqrt{\frac{C_f}{2}}. \quad (15)$$

Местный коэффициент трения зависит от толщины потери импульса в турбулентном режиме θ_l и высоты шероховатостей k_s :

$$\frac{C_f}{2} = \frac{0,1681}{\left[\ln \left(864 \frac{\theta_l}{k_s} \right) + 2,568 \right]^2}. \quad (16)$$

Толщина потери импульса может быть найдена, используя *подход Thwaites* [16], заключающийся в интегрировании скорости на границе пограничного слоя по криволинейной продольной координате в турбулентной зоне:

$$\theta_l = \theta_{lr} + 0,036 \nu_e^{1/5} U_e^{-3,29} \left(\int_{s_{lr}}^s U_e^{3,86} ds \right)^{4/5}, \quad (17)$$

где s_{lr} – расстояние, соответствующего переходу ламинарного режима в турбулентный; θ_{lr} – толщина потери импульса в точке перехода.

Согласно принятому предположению, шероховатость поверхности инициирует более ранний ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое и также оказывает влияние на величину местного коэффициента трения. В приближении плоской шероховатой пластины считают [18], что ламинарно-турбулентный переход происходит, когда число Рейнольдса, рассчитанное по высоте эквивалентной песочной шероховатостей k_s [19], превосходит или равно 600:

$$Re_k = \frac{U_k k_s}{\nu_e} \geq 600. \quad (18)$$

где U_k – скорость потока на уровне шероховатостей, которая может быть вычислена по профилю скорости в ламинарном режиме, используя следующее отношение:

$$U_k = \left(\frac{3 k_s}{2 \delta_l} - \frac{1 k_s^3}{2 \delta_l^3} \right) U_e, \tag{19}$$

либо равна скорости на границе пограничного слоя U_e в случае, если высота шероховатостей k_s превосходит толщину пограничного слоя в ламинарном режиме δ_l :

$$\delta_l = \frac{15}{2} \theta_l. \tag{20}$$

Подход, основанный на решении уравнений Навье-Стокса. В рамках разработанной методики осредненная местная температура обледеневающей аэродинамической поверхности определяется из решения массового и теплового балансов для данного контрольного объема [6 – 9]. Так в области, характеризующейся влажным режимом обледенения (на обтекаемой поверхности будет присутствовать незамерзшая вода) осредненная температура рассматриваемого элемента поверхности будет близка к температуре фазового перехода. В области сухого режима обледенения (на обтекаемой поверхности присутствует только лед) осредненная температура элемента поверхности будет ниже температуры фазового перехода, но выше температуры набегающего потока (за счет выделения в рассматриваемом контрольном объеме высвобождающейся теплоты фазового перехода), либо, если влага на этот участок обтекаемой поверхности, покрытый льдом, больше не выпадает – ниже температуры набегающего потока (за счет испарения льда).

Принимая гипотезу сплошности среды, будем считать справедливыми условия «прилипания» на стенке. То есть будем полагать, что непосредственно у самой поверхности обтекаемого тела имеется тонкий слой неподвижного газа, и в пограничном слое можно выделить вязкий динамический подслой, а также тепловой подслой, характеризующийся ламинарным течением и преобладанием переноса теплоты теплопроводностью над турбулентным переносом. Таким образом, будем считать, что при описании изменения температуры вдоль нормали к стенке в границах толщины теплового подслоя справедлива линейная зависимость [20]. Тогда, решая задачу об обледенении аэродинамической поверхности, конвективный тепловой поток может быть определен по известному температурному полю вблизи поверхности при ее заданной температуре.

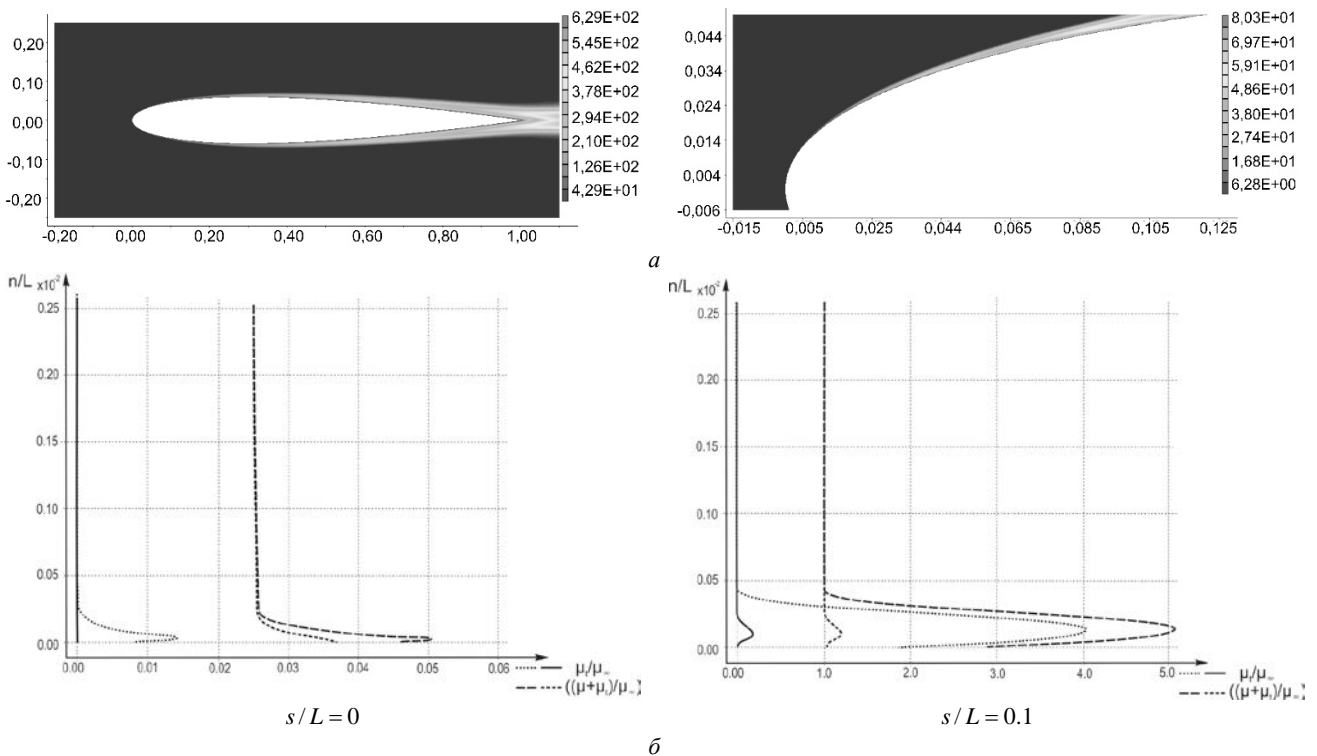


Рис. 1 – Распределение вязкости: а – в окрестности профиля NACA 0012; б – вдоль нормали к обтекаемой поверхности в точке с поверхностной координатой s/L : — ---- – гладкая поверхность, --- – шероховатая поверхность ($k_s = 0,00020$ м)

Температура стенки и тепловой поток в процессе расчета определяется из условия равенства на границе раздела обтекаемая поверхность – набегающий поток температур и тепловых потоков (граничные условия четвертого рода):

$$T_w = T_a; \tag{21}$$

$$-\lambda_w \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w = -\lambda_a \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_a, \quad (22)$$

где T – температура; n – нормаль к границе раздела; λ – коэффициент теплопроводности; индекс w обозначает стенку; a – набегающий поток.

Результаты расчетов. С помощью усовершенствованного программно-методического обеспечения, учитывающего шероховатость поверхности, были проведены исследования обледенения аэродинамических поверхностей. Результаты расчетов представлены на примере обтекания профиля крыла *NACA 0012* с длиной хорды $L = 0,3$ м воздушно-капельным потоком под нулевым углом атаки, имеющим скорость $V_\infty = 129,46$ м/с, температуру $T_\infty = -12,6$ °C, давление $p_\infty = 9,075 \cdot 10^4$ Па. Расчеты были выполнены для гладкого и шероховатого профиля имеющего значения высот эквивалентной «песочной» шероховатости $k_s = 0,00020$ и $0,00035$ м. Учет шероховатости стенки приводит к значительному увеличению толщины пограничного слоя и увеличению степени его турбулентности. Величина турбулентной вязкости на стенке имеет ненулевое значение.

На рис. 1 приведено распределение вязкости в окрестности обтекаемого профиля, имеющего шероховатость $k_s = 0,00020$ м, а также вдоль нормали к обтекаемой поверхности в точке торможения и на некотором удалении от точки торможения. Видно, что учет шероховатости стенки приводит к значительному увеличению толщины пограничного слоя и увеличению степени его турбулентности. Величина турбулентной вязкости на стенке имеет ненулевое значение. Распределение температуры воздушного потока вдоль нормали n к обтекаемой поверхности в точке торможения и на некотором удалении от точки торможения представлено на рис. 2.

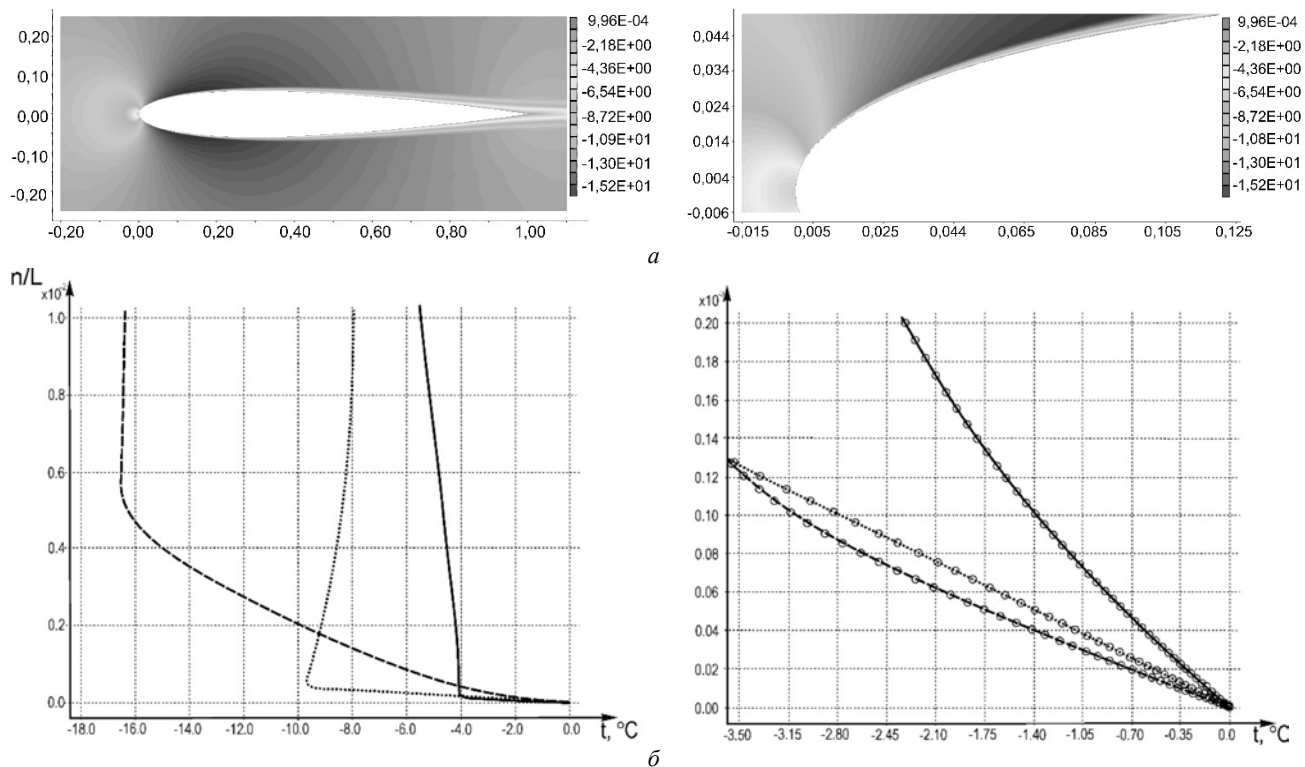


Рис. 2 – Распределение температуры: *a* – в окрестности профиля *NACA 0012*; *b* – вдоль нормали к обтекаемой поверхности профиля *NACA 0012*, имеющей эквивалентную песочную шероховатость $k_s = 0,00020$ м, в точках с поверхностными координатами: $s/L = 0$ (—); $s/L = 0,1$ (.....); $s/L = 0,5$ (-----).

Необходимо отметить, что для получения корректных результатов расчетов, сетка должна задаваться таким образом, чтобы в область вязкого подслоя, характеризующегося линейным распределением скорости и температуры, попадало достаточное количество расчетных точек; на практике это требование может быть реализовано выполнением неравенства для нормированного расстояния до стенки $y^+ < 0,4$. В представленных результатах видно, что, по крайней мере, порядка десяти точек в области стенки задают линейную зависимость (рис. 2), что обеспечивает получение тепловых потоков с высокой точностью.

Затем было выполнено сравнение полученных результатов расчетов с результатами интегрального решения, которое, в свою очередь, было получено в рамках обоснованных границ применимости и в соответствии с экспериментальными данными. Так, сравнение распределения коэффициентов давления C_p и трения C_f вдоль поверхности профиля *NACA 0012* с шероховатостью $k_s = 0,0002$ м рассчитанных по интегральным соотношениям и с помощью разработанной методики приведено на рис. 3. Наблюдается хорошее согласование распределе-

ния коэффициентов давления C_p (за исключением задней кромки), но при этом отличие в распределении значений коэффициентов трения C_f : существенное расхождение в области точки торможения и предполагаемого ламинарно-турбулентного перехода (поскольку интегральные соотношения получены в приближении плоской пластины) и в целом более высокие значения вдоль остальной поверхности профиля.

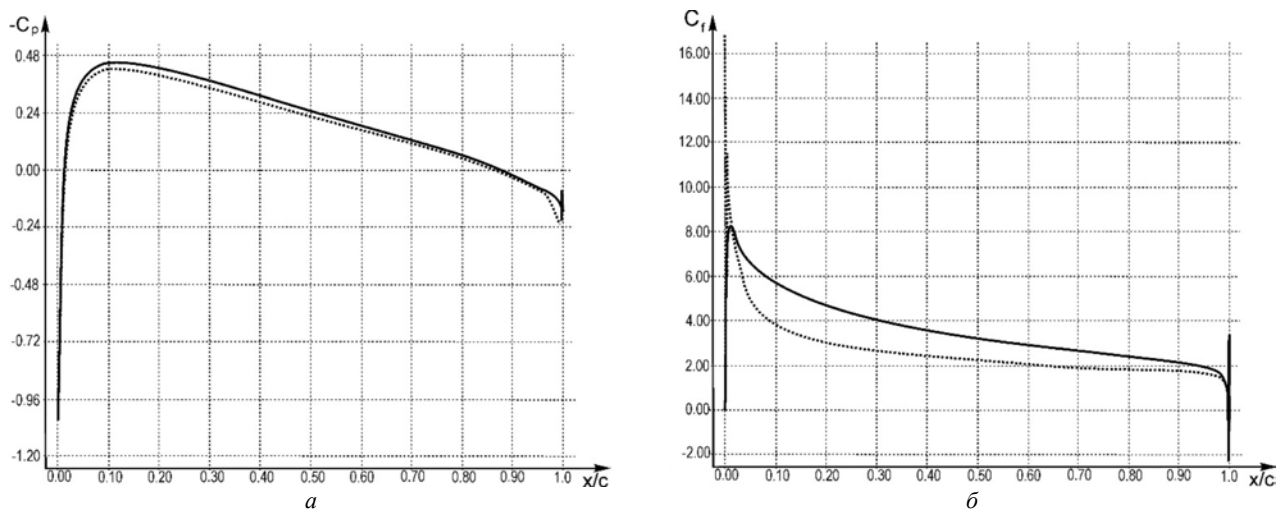


Рис. 3 – Распределение вдоль поверхности профиля *NACA 0012*, имеющей шероховатость, эквивалентную *песочной*, с высотой неровностей $k_s = 0,00020$ м: — – интегральный метод; – с использованием аналогии Рейнольдса:

a – коэффициента давления C_p ; b – коэффициента трения C_f .

Распределение коэффициента конвективного теплообмена вдоль поверхности профиля *NACA 0012*, рассчитанного с помощью разработанной методики, для гладкой стенки и с шероховатостью $k_s = 0,00020$ и $k_s = 0,00035$ м приведены на рис. 4. Показано, что в случае *гладкой* поверхности, коэффициент конвективного теплообмена максимален в области точки торможения и уменьшается по мере удаления вдоль хорды крыла.

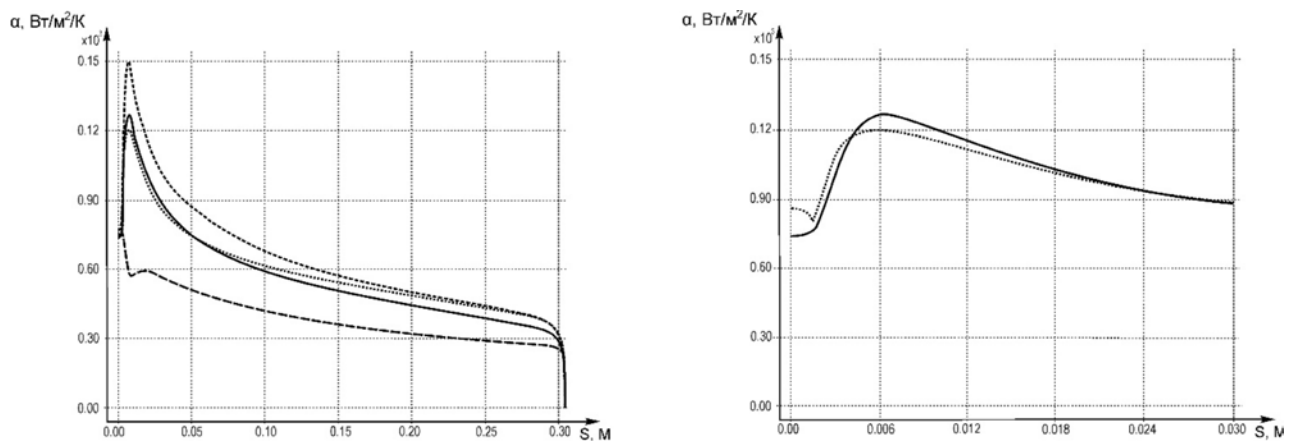


Рис. 4 – Распределение коэффициента конвективного теплообмена вдоль поверхности профиля *NACA 0012*, имеющей шероховатость, эквивалентную *песочной* с высотой неровностей: $k_s = 0,00000$ м (---);

$k_s = 0,00020$ м (..... – интегральный метод, — – с использованием аналогии Рейнольдса); $k_s = 0,00035$ м (----).

Для шероховатой стенки с высотой неровностей $k_s = 0,00020$ м приведено сравнение с результатами, полученными с помощью интегральных соотношений. Наблюдается хорошее соответствие рассчитанной по интегральным соотношениям длины ламинарного участка пограничного слоя, на котором коэффициент конвективного теплообмена несколько уменьшается по мере удаления от точки торможения, и по результатам разработанной методики протяженности области, где турбулентная вязкость оказывается незначительной по сравнению с ламинарной и, соответственно, коэффициент конвективного теплообмена остается практически постоянным. Затем по результатам обоих методик происходит резкое увеличение значений коэффициента конвективного теплообмена до значений ~ 1200 Вт/м²/К, вследствие увеличения степени турбулентности пограничного слоя и далее постепенное уменьшение значений по мере роста толщины пограничного слоя. При этом в целом обе методики дают схожее распределение коэффициента конвективного теплообмена вдоль поверхности профиля. При увеличении высоты шероховатости до значения $k_s = 0,00035$ м характер зависимости не изменяется, макси-

мальное значение коэффициента конвективного теплообмена составляет $\sim 1500 \text{ Вт/м}^2/\text{К}$.

Перспективы дальнейших исследований. Направлением дальнейших исследований является переход к решению задачи об обледенении аэродинамических поверхностей летательных аппаратов в трехмерной постановке с учетом сжимаемости и вязкости потока, а также шероховатости поверхности.

Выводы. Таким образом, в данной работе приведена методика расчета конвективного теплообмена обледеневшей поверхности с набегающим потоком на основе решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса и однопараметрической дифференциальной модели турбулентности Spalart-Allmaras с коррекцией для шероховатой стенки.

Выполнено сравнение результатов расчетов, полученных с помощью предложенной методики и с использованием интегральных соотношений: наблюдается хорошее качественное и количественное согласование распределения коэффициента конвективного теплообмена и коэффициента давления вдоль поверхности обтекаемого профиля (с расхождением до 10 %) и завышенное значение коэффициента трения.

Полученные результаты демонстрируют возможность использования предложенной методики при решении задач обледенения аэродинамических поверхностей с учетом шероховатости обтекаемой поверхности.

Список литературы

1. Fuzaro Rafael C., Mendes Pio D., Lima da Silva G. CFD and Boundary Layer Models with Laminar-Turbulent Transition around Airfoils and a Rough Cylinder : Results Validation // SAE Technical Paper. – 2015. – 2015-01-2163. – 14 p. DOI:10.4271/2015-01-2163.
2. Wright W. B. User Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6 // National Aeronautics and Space Administration. – Cleveland, May 1995. – 95 p. (Contractor Report, 198355).
3. Guffond D., Brunet L. Validation du programme bidimensionnel de capitation // Océ National D'Etudes et de Recherches Aérospatiales. – Chatillon Cedex, France, 1988. (Rapport Technique, RP 20/5146 SY).
4. Advisory Circular of Federal Aviation Administration 25-28. Compliance of Transport Category Airplanes with Certification Requirements for Flight in Icing Conditions. – October 27, 2014. – 89 p.
5. Alekseyenko S., Sinapius M., Schulz M., Prykhodko O. Interaction of Supercooled Large Droplets with Aerodynamic Profile // SAE Technical Paper. – 2015. – 2015-01-2118. – 12 p. DOI:10.4271/2015-01-2118.
6. Alekseyenko S. V., Prykhodko O. A. Numerical simulation of icing of a cylinder and an airfoil: model review and computational results // TsAGI Science Journal. – 2013. – V.44. – Issue 6. – P. 761 – 805.
7. Alekseenko S. V., Prikhod'ko A. A. Mathematical Modeling of Ice Body Formation on the Wing Airfoil Surface // Fluid Dynamics. – 2014. – V. 49. – No. 6. – P. 715 – 732. DOI: 10.1134/S0015462814060039.
8. Prikhod'ko A. A., Alekseenko S. V. Numerical Simulation of the Processes of Icing on Airfoils with Formation of a “Barrier” Ice // Journal of Engineering Physics and Thermophysics, May 2014. – V.87. – Issue 3. – P. 598 – 607. DOI:10.1007/s10891-014-1050-0.
9. Prykhodko A. A., Alekseenko S. V. Numerical Simulation of the Process of Airfoil Icing in the Presence of Large Supercooled Water Drops // Technical Physics Letters. – 2014. – V. 40. – No. 10. – P. 884 – 887. DOI:10.1134/S1063785014100125.
10. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow // AIAA Paper. – 1992. – No. 92 – 0439. – 22 p. DOI: 10.2514/6.1992-439.
11. Aupoix B., Spalart P. R. Extensions of the Spalart-Allmaras Turbulence Model to Account for Wall Roughness // International Journal of Heat and Fluid Flow. – 2003. – V. 24. – P. 454 – 462.
12. Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Шур М. Л. Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений : учебное пособие. – СПб : Издательство Политехнического университета. – 2012. – 88 с.
13. Nikuradse J. Stromungsgesetze in rauhen Rohren (Laws of Flow in Rough Pipes) // VDI – Forschungsheft 361. – 1933 (translated in NACA TM 1292, Nov. 1950).
14. White F. M. Viscous Fluid Flow // Mechanical Engineering, Second Edition, McGraw-Hill. – 1991. – P. 23 – 29 and 569.
15. Kreith F., Black W. Z. Basic Heat Transfer. – New York : Harper & Row, Publishers, Inc., 1980. – P. 218 – 219 and P. 486 – 489.
16. Kays W. M., Crawford M. E. Convective Heat and Mass Transfer. – McGraw-Hill Book Company, 3th edition, 1993. – P. 206 – 301.
17. Cebeci T., Bradshaw P. Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer. – New York, 1984. – P. 165 – 201.
18. Von Doenhoff A. E., Horton E. A. A Low-Speed Experimental Investigation of the Effect of a Sandpaper Type of Roughness on Boundary-Layer Transition // NACA Technical Manual 1349. – 1958. – P. 239 – 254.
19. Young A. D. Boundary layers // American Institute of Aeronautics and Astronautics Education Series. – 1989. – P. 176 – 187.
20. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. – М. : “Энергоиздат”, 1981. – 415 с.

References (transliterated)

1. Fuzaro Rafael C., Mendes Pio D., Lima da Silva G. CFD and Boundary Layer Models with Laminar-Turbulent Transition around Airfoils and a Rough Cylinder : Results Validation. *SAE Technical Paper*. 2015, 2015-01-2163. 14 p. DOI:10.4271/2015-01-2163.
2. Wright W. B. User Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6. *National Aeronautics and Space Administration*. Cleveland, May 1995. 95 p. (Contractor Report, 198355).
3. Guffond D., Brunet L. Validation du programme bidimensionnel de capitation. *Océ National D'Etudes et de Recherches Aérospatiales*. Chatillon Cedex, France, 1988. (Rapport Technique, RP 20/5146 SY).
4. Advisory Circular of Federal Aviation Administration 25-28. Compliance of Transport Category Airplanes with Certification Requirements for Flight in Icing Conditions. – October 27, 2014. – 89 p.
5. Alekseyenko S., Sinapius M., Schulz M., Prykhodko O. Interaction of Supercooled Large Droplets with Aerodynamic Profile. *SAE Technical Paper*. 2015, 2015-01-2118. 12 p. DOI:10.4271/2015-01-2118.
6. Alekseyenko S. V., Prykhodko O. A. Numerical simulation of icing of a cylinder and an airfoil: model review and computational results. *TsAGI Science Journal*. 2013, vol. 44, issue 6, pp. 761–805.
7. Alekseenko S. V., Prikhod'ko A. A. Mathematical Modeling of Ice Body Formation on the Wing Airfoil Surface. *Fluid Dynamics*. 2014, vol. 49, no. 6, pp. 715–732. DOI: 10.1134/S0015462814060039.
8. Prikhod'ko A. A., Alekseenko S. V. Numerical Simulation of the Processes of Icing on Airfoils with Formation of a “Barrier” Ice. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. May 2014, vol. 87, issue 3, pp. 598–607. DOI:10.1007/s10891-014-1050-0.
9. Prykhodko A. A., Alekseenko S. V. Numerical Simulation of the Process of Airfoil Icing in the Presence of Large Supercooled Water Drops. *Technical Physics Letters*. 2014, vol. 40, no. 10, pp. 884–887. DOI:10.1134/S1063785014100125.
10. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. 1992, no. 92 – 0439. 22 p. DOI: 10.2514/6.1992-439.

11. Aupoix B., Spalart P. R. Extensions of the Spalart-Allmaras Turbulence Model to Account for Wall Roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2003, vol. 24, pp. 454–462.
12. Garbaruk A. V., Strelets M. Kh., Shur M. L. *Modelirovanie turbulentsosti v raschyotakh slozhnykh techeniy : uchebnoe posobie* [Modeling turbulence in complicated flow computations: textbook]. Sankt-Peterburg, Izdatel'stvo Politekhnicheskogo universiteta publ., 2012. 88 p.
13. Nikuradse J. Stromungsgesetze in rauhen Rohren (Laws of Flow in Rough Pipes). *VDI – Forschungsheft 361*. 1933 (translated in NACA TM 1292, Nov. 1950).
14. White F. M. Viscous Fluid Flow. *Mechanical Engineering. Second Edition*. McGraw-Hill, 1991, pp. 23–29 and 569.
15. Kreith F., Black W. Z. *Basic Heat Transfer*. New York, Harper & Row, Publishers, Inc., 1980. pp. 218–219 and pp. 486–489.
16. Kays W. M., Crawford M. E. *Convective Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill Book Company, 3rd edition, 1993. pp. 206–301.
17. Cebeci T., Bradshaw P. *Physical and Computational Aspects of Convective Heat Transfer*. New York, 1984. pp. 165–201.
18. Von Doenhoff A. E., Horton E. A. A Low-Speed Experimental Investigation of the Effect of a Sandpaper Type of Roughness on Boundary-Layer Transition. *NACA Technical Manual 1349*. 1958. pp. 239–254.
19. Young A. D. Boundary layers. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Education Series*. 1989. pp. 176–187.
20. Isachenko V. P., Osipova V. A., Sukomel A. S. *Teploperedacha* [Heat transfer]. Moscow, Eynergoizdat Publ., 1981. 415 p.

Поступила (received) 07.03.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Алексєнко Сергій Вікторович (Алексєнко Сергей Викторович, Alekseyenko Sergey Viktorovich) – кандидат технічних наук, доцент, Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, м. Дніпро; тел.: (050) 480-85-03; e-mail: alexeyenko_sv@ukr.net.

УДК 517.95

А. Я. БОМБА, Ю. Є. КЛИМЮК

КОМП'ЮТЕРНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ДООЧИСТКИ ВОДИ ПІСЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ КОАГУЛЯЦІЇ У ШВИДКИХ БАГАТОШАРОВИХ ФІЛЬТРАХ

Сформовано математичну модель для комп'ютерного прогнозування процесу доочистки води від багатоконпонентних домішок після застосування коагуляції у швидких багатошарових фільтрах конусоподібної форми при додержанні сталої швидкості фільтрування, що враховує дослідження зміни характеристик кусково-однорідних пористих завантажень, які володіють окислювально-відновними властивостями. Запропонована модель дозволяє шляхом проведення комп'ютерних експериментів дослідити зміну характеристик кусково-однорідних пористих завантажень, спрогнозувати оптимальні варіанти використання коагулянтів і фільтрувальних матеріалів, збільшення тривалості роботи швидких багатошарових конусоподібних фільтрів за рахунок вибору їх форми і висоти шарів з урахуванням граничнодопустимих норм по кожній компоненті багатоконпонентних домішок.

Ключові слова: математична модель, комп'ютерне прогнозування, процес доочистки води, багатоконпонентна домішка, коагуляція, швидкий багатошаровий фільтр, конусоподібна форма, кусково-однорідне пористе завантаження.

А. Я. БОМБА, Ю. Е. КЛИМЮК

КОМП'ЮТЕРНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДООЧИСТКИ ВОДЫ ПОСЛЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОАГУЛЯЦИИ В БЫСТРЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ФИЛЬТРАХ

Сформирована математическая модель для компьютерного прогнозирования процесса доочистки воды от многокомпонентных примесей после применения коагуляции в быстрых многослойных конусообразных фильтрах при соблюдении постоянной скорости фильтрования, что учитывает исследования изменения характеристик кусочно-однородных пористых загрузок, которые обладают окислительно-восстановительными свойствами. Предложенная модель позволяет путем проведения компьютерных экспериментов исследовать изменение характеристик кусочно-однородных пористых загрузок, спрогнозировать оптимальные варианты использования коагулянтов и фильтровальных материалов, увеличение продолжительности работы быстрых многослойных конусообразных фильтров за счет выбора их формы и высоты слоев с учетом предельно-допустимых норм по каждой компоненте многокомпонентных примесей.

Ключевые слова: математическая модель, компьютерное прогнозирование, процесс доочистки воды, многокомпонентная примесь, коагуляция, быстрый многослойный фильтр, конусообразная форма, кусочно-однородная пористая загрузка.

А. Я. БОМБА, Ю. Е. КЛИМЮК

COMPUTER PREDICTION OF IMPROVING EFFICIENCY OF WATER PURIFICATION AFTER COAGULATION IN RAPID MULTILAYER FILTERS

In the paper a mathematical model for computer predicting the process of water purification from multicomponent impurities after applying coagulation in rapid multilayer cone-shaped filters with the constant rate of filtration, which takes into account the changes in the characteristics of piecewise-homogeneous porous redox load, is formulated. Each layer of the load is characterized by its own coefficients of filtration, active porosity and diffusion of multicomponent impurities in the filtration flow, and the sediment adsorbed on the grains of the load. An algorithm for numerically-asymptotic approximation of solution of the corresponding nonlinear singularly perturbed boundary value problem for a model region of a conical shape, bounded by two equipotential surfaces and a flow surface, separated by some given equipotential surfaces into several subdomains, is developed. The proposed model allows to predict by computer experiments the change in the characteristics of piecewise-homogeneous porous loads, to determine the optimal variants of coagulants and filter materials, and to increase the durability of the rapid multilayer cone-shaped filters by choosing their shape and height of layers taking into account the maximum allowable standards for each component of multicomponent impurities.

Key words: mathematical model, computer prediction, process of water purification, multicomponent impurity, coagulation, rapid multilayer filter, cone-shaped form, piecewise-homogeneous porous load.

© А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, 2019