

validation of the ON–OFF packet-level model for IP traffic. Computer Communications, Volume 30, Issue 5, 975–989. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140366406003379>. 9. Короненко, А. М. (2014). Метод ефективного динамічного розподілення каналів між голосовими викликами та даними, Electronics and Communications, 4(81), 83-89. 10. Айвазян, С.А. (2001). Прикладная статистика. Основы эконометрики. Том 2. М. : Юнити-Дана, 432.

Надійшла (received) 27.04.2015

УДК 533:519.6:621.64.029

**В. Ф. ЧЕКУРІН**, д-р фіз.-мат. наук, проф., зав. від., Інститут прикладних проблем механіки і математики НАН України, Львів;  
**О. М. ХИМКО**, канд. техн. наук, доц., НУ «Львівська політехніка»

## ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПОТОКАМИ ГАЗУ В ДОВГОМУ ТРУБОПРОВОДІ

В рамках моделі газової динаміки сформульовані задачі оптимального керування стаціонарними режимами транспортування газу в довгому газопроводі. Запропоновані алгоритми чисельного розв'язування сформульованих задач. Розглянута можливість застосування розробленого математичного апарату для управління магістральними газопроводами.

**Ключові слова:** газова динаміка, магістральні газопроводи, оптимальне керування

**Вступ.** Магістральний газопровід можна розглядати як систему довгих трубопроводів (сегментів), послідовно з'єднаних через компресорні станції. Режим транспортування газу в такій системі визначається роботою компресорних станцій і супроводжується затратами енергії та зниженням ресурсу обладнання. Тож будь-якому режимові транспортування газу можна поставити певні енергетичні та амортизаційні витрати. У зв'язку із цим постає проблема вибору режимів, за яких ці витрати задовольнятимуть певні критерії.

**Мета роботи.** Метою статті є формулювання задач оптимізації керування режимами транспортування газу в магістральних газопроводах та розроблення алгоритму їхнього розв'язування.

**Рівняння динаміки газу довгому трубопроводі.** Для опису транспортування газу застосуємо модель газової динаміки, яка описує нестационарний рух газу в циліндричній трубі сталого діаметру [1-3]. Обмежимося тут ізотермічним випадком, вважаючи температуру  $T$  газу незалежною від часу  $t$  та координати  $x$  уздовж осі труби. Вихідними диференціальними рівняннями для кожного сегмента у цьому випадку є рівняння балансу маси

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

та рівняння балансу імпульсу

$$\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{J^2}{\rho} \right) + \frac{\lambda}{2D} \frac{|J|J}{\rho} + g \frac{dH}{dx} \rho = 0. \quad (2)$$

Тут  $P$  та  $\rho$  — тиск та густина маси газу,  $V$  — осереднена в перерізі труби осьова компонента його швидкості руху,  $g$  — прискорення земного тяжіння,

$h = h(x)$  — параметр, що визначає зміну висоти осі труби над рівнем моря,  $f_R$  — густина осередненої в перетині труби сили тертя.

Густина  $\rho_i$  газу пов'язана з його тиском  $P_i$  та температурою  $T$  рівнянням стану реального газу

$$P = R/\mu_g z \rho T = c_0^2 z \rho, \quad c_0^2 \equiv RT/\mu_g, \quad (3)$$

де  $R$  — універсальна газова стала,  $\mu_g$  — молярна маса газу,  $z$  — коефіцієнт надстисливості газу.

Відомі формули, які визначають  $z$  як функцію параметрів стану  $P$  та  $T$ :  $z = z(P, T)$  [4-6], де  $z(\dots, \dots)$  — функція, яку визначають емпірично. Без зниження загальності можна розглядати коефіцієнт надстисливості як функцію параметрів стану  $\rho$  та  $T$ :  $z = z(\rho, T)$ . Тоді рівняння стану (3) виражає тиск природного газу  $P$  через його густину  $\rho$  та температуру  $T$ :

$$P = \mu_g R z(\rho, T) \rho T. \quad (4)$$

Розв'язуючи рівняння (4), стосовно густини  $\rho$  можемо записати рівняння стану у вигляді залежності  $\rho = \rho(P, T)$ .

За високих швидкостей сила  $f_R$  виражається формулою [2]

$$f_R = \frac{\lambda |V|}{2D} \rho V. \quad (5)$$

Тут  $\lambda$  — коефіцієнт гідравлічного опору, який визначається шорсткістю внутрішньої поверхні труби та її внутрішнім діаметром  $D$ .

З урахуванням (4), (5), математична модель (1), (2) зводиться до нелінійної системи диференціальних рівнянь у частинних похідних стосовно двох скалярних функцій  $\rho(x, t)$  та  $J(x, t) \equiv \rho V$ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{J^2}{\rho} \right) + \frac{\lambda}{2D} \frac{|J|J}{\rho} + g \frac{dH}{dx} \rho = 0. \quad (7)$$

На підставі формули (4) маємо

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = c_0^2 Z(\rho, T), \quad Z(\rho, T) \equiv z(\rho, T) + \rho \frac{\partial z(\rho, T)}{\partial \rho}. \quad (8)$$

За відомими  $\rho$  та  $J$  неважко підрахувати тиск  $P$ , швидкість  $V$  та об'ємні витрати  $Q$  [ $m^3/s$ ]:

$$P = c_0^2 z(\rho, T) \rho, \quad V = J/\rho, \quad Q = S J/\rho_n, \quad (9)$$

де  $S = \pi D^2/4$ ,  $\rho_n$  — густина газу за нормальних умов.

Перейдемо до безрозмірних змінних

$$\xi = 2x/L - 1, \quad \tau = t/t_0, \quad \tilde{\rho} = \rho/\rho_0, \quad j = J/J_0, \quad p = P/P_0, \quad v = V/V_0, \quad (10)$$

де  $t_0 \equiv L/c_0$ ,  $\rho_0$  — густина, що відповідає характерному тискові  $P_0 = c_0^2 z(\rho_0) \rho_0$ ,  $V_0 = J_0/\rho_0$  — характерна швидкість.

У результаті система (6), (7) набуває вигляду

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \tau} + Ma \frac{\partial j}{\partial \xi} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial j}{\partial t} + \frac{1}{Ma} Z(\tilde{\rho}) \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \xi} + Ma \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{j^2}{\tilde{\rho}} \right) + Ma \beta \left( \frac{j^2}{\tilde{\rho}} \right) + \frac{d\gamma}{d\xi} \tilde{\rho} = 0. \quad (12)$$

Тут  $Ma = J_0/(\rho_0 c_0) = V_0/c_0$ ,  $\beta = \lambda L/(2D)$ ,  $\gamma = H/Y_0$ ,  $H_0 = c_0 V_0/g$ .

Таким чином визначальними параметрами нестационарного процесу є функції  $\tilde{\rho}(\xi, \tau)$  та  $j(\xi, \tau)$   $\xi \in [-1, 1]$ ,  $\tau \in \Theta \subset \mathbb{R}^+$ .

**Моделі керування стаціонарними потоками.** У подальшому обмежимося розглядом стаціонарних режимів транспортування газу. У цьому випадку  $\partial \tilde{\rho}/\partial \tau = \partial j/\partial \tau = 0$ . Із рівняння (11) випливає, що  $j_i(\xi) = const$ , а рівняння (12) набуває вигляду

$$\frac{d\tilde{\rho}}{d\xi} = - \frac{Ma^2 \beta j^2 \tilde{\rho} + Ma \frac{d\gamma}{d\xi} \tilde{\rho}^3}{Z(\tilde{\rho}, T) \tilde{\rho}^2 - Ma^2 j^2}. \quad (13)$$

Отже, за заданих густини потоку  $j$  та функції профілю висот  $\gamma_i(\xi)$  стаціонарний процес визначає в функція безрозмірної густини газу  $\tilde{\rho}(\xi)$ ,  $\xi \in [-1, 1]$ , яка визначає розподіл тиску газу у трубопроводі.

Нехай  $P_{in}$  та  $P_{out}$  — тиски, які діють на вході і виході трубопроводу. Густини  $\rho_{in}$  та  $\rho_{out}$ , які їм відповідають знаходимо із співвідношення (9)<sub>1</sub>, в якому надстисливість  $z$  розглядаємо як функцію змінних  $P$  та  $T$ :

$$\rho_{in} = P_{in} / (c_0^2 z(P_{in}, T)), \quad \rho_{out} = P_{out} / (c_0^2 z(P_{out}, T)). \quad (14)$$

Тискама  $P_{in}$  та  $P_{out}$  і густинам  $\rho_{in}$  та  $\rho_{out}$  відповідають безрозмірні параметри:  $P_{in} = P_{in}/P_0$  та  $P_{out} = P_{out}/P_0$  і  $\tilde{\rho}_{in} = \rho_{in}/\rho_0$  та  $\tilde{\rho}_{out} = \rho_{out}/\rho_0$ .

Звідси впливають крайові умови для функції  $\tilde{\rho}(\xi)$ :

$$\tilde{\rho}|_{\xi=-1} = \tilde{\rho}_{in}, \quad \tilde{\rho}|_{\xi=1} = \tilde{\rho}_{out}, \quad (15)$$

де  $\tilde{\rho}_{in} \equiv P_{in} / (c_0^2 \rho_0 z(P_{in}, T))$ ,  $\tilde{\rho}_{out} \equiv P_{out} / (c_0^2 \rho_0 z(P_{out}, T))$ .

Розглядаючи рівняння (13) разом із однією з умов (15), отримаємо коректне формулювання задачі Коші, яку можна проінтегрувати чисельно, використовуючи, наприклад, метод Рунге-Кутти [7].

На рис. 1, а показаний розподіл  $\tilde{\rho}$  за заданого безрозмірного потоку  $j = 0.8$  та трьох різних значень тиску на вході, яким відповідають значення безрозмірної густини  $\tilde{\rho}_{in} = 0.75, 0.85, 1.0$  (криві 1, 2, 3 відповідно). На рис. 1, б) показаний розподіл густини  $\tilde{\rho}$  за фіксованого нульового тиску на виході та трьох різних значень потоку  $j = 0.8, 1.0, 1.2$  (криві 1, 2, 3 відповідно). Залежності, рис. 1, а, отримані шляхом

інтегрування методом Рунге-Кутти четвертого порядку [8] задачі (13), (15)<sub>1</sub>. Залежності, показані на рис. 1, б, отримані шляхом інтегрування (із застосування того ж методу) задачі (13), (14)<sub>2</sub> для однорідної крайової умови (15)<sub>2</sub>.

Розрахунок проведено для горизонтального трубопроводу ( $\partial\gamma/\partial\xi \equiv 0$ ) і значення безрозмірного потоку  $j = 0.8$ . Розглядали газову суміш у складі: метан – 98,6 %, етан – 0,15 %, двоокис вуглецю – 0,31 %, азот – 1,24 %. Приймали наступні значення параметрів задачі:  $L = 100$  км,  $D = 1,338$  м,  $P_0 = 6,65$  МПа,  $T = 300$  К,  $J_0 = 468$  кг/м<sup>2</sup>с,  $\lambda = 9,22 \cdot 10^{-3}$ .

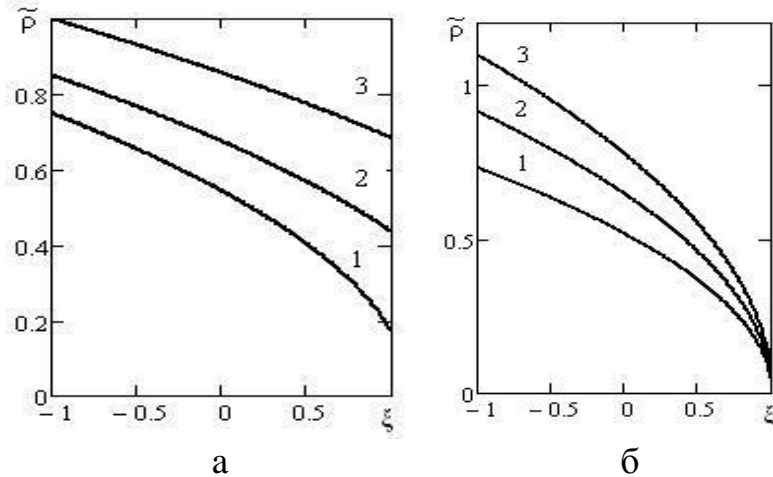


Рис. 1 – Розподіл густини газу в трубопроводі: а – за різних значень тиску на вході та фіксованої густини потоку, б – за різних значень густини потоку та нульового значення тиску на вході

Із проведених досліджень випливає, що кожному заданому значенню густини потоку  $J$  відповідає деяке мінімальне значення вхідного тиску  $P_{in}^{\min} = P_{in}^{\min}(J)$ :  $P_{in}^{\min} = c_0^2 \rho_0 \tilde{\rho}|_{\xi=-1} z(\rho_0 \tilde{\rho}|_{\xi=-1}, T)$ , де  $\tilde{\rho}(\xi)$  – розв’язок задачі (13), (15)<sub>2</sub> для значень  $j = J/J_0$ ,  $\tilde{\rho}_{out} = 0$ .

Максимальне значення вхідного тиску для будь-якого значення потоку  $J$  визначається тиском  $P^*$ , допустимим для даного трубопроводу за критерієм його міцності:  $P_{in}^{\max} = P^*$ . Максимально допустимий тиск на виході трубопроводу  $P_{out}^{\max} = P_{out}^{\max}(J)$  залежить від  $P^*$  і величини потоку  $J$ . Його знайдемо із розв’язку  $\tilde{\rho}(\xi)$  задачі (13), (15)<sub>1</sub> для значень  $j = J/J_0$ ,  $\tilde{\rho}_{in} = \tilde{\rho}_{in}^* \equiv P^*/(c_0^2 \rho_0 z(P^*, T))$ :  $P_{out}^{\max} = c_0^2 \rho_0 \tilde{\rho}|_{\xi=1} z(\rho_0 \tilde{\rho}|_{\xi=1}, T)$ .

Максимально допустиме значення  $J^*$  потоку  $J$  знайдемо із умови  $P_{in}^{\min} = P^*$ . Для цього необхідно розв’язати стосовно  $j$  нелінійне неявно задане рівняння  $\tilde{\rho}|_{\xi=-1} = \tilde{\rho}^*$ , де  $\tilde{\rho}^* = P^*/(c_0^2 \rho_0 z(P^*, T))$ ,  $\tilde{\rho}(\xi)$  – розв’язок задачі (13), (15)<sub>2</sub> для значень  $j = J/J_0$ ,  $\tilde{\rho}_{out} = 0$ .

Це рівняння можна розв’язувати варіаційно методом мінімізації нев’язки [9], тоді розв’язок матиме вигляд  $J^* = J_0 j^*$ , де

$$j^* = \arg \min_j (\tilde{\rho}|_{\xi=-1} = \tilde{\rho}^*), \tilde{\rho}(\xi): \left( \frac{d\tilde{\rho}}{d\xi} = - \frac{Ma^2 \beta j^2 \tilde{\rho} + Ma \frac{d\gamma}{d\xi} \tilde{\rho}^3}{Z(\tilde{\rho}, T) \tilde{\rho}^2 - Ma^2 j^2}, \tilde{\rho}|_{\xi=1} = 0 \right).$$

Таким чином, виходячи із математичної моделі (13), (15), встановлені області зміни параметрів  $P_{in}$ ,  $P_{out}$  та  $J$  і відповідних їм безрозмірних змінних  $\tilde{\rho}_{in}$ ,  $\tilde{\rho}_{out}$  та  $j$ :

$\tilde{\rho}_{in} \in D_{in}^{\rho} \equiv [\tilde{\rho}_{in}^{\min}, \tilde{\rho}^*]$ ,  $\tilde{\rho}_{out} = D_{out}^{\rho} \equiv [0, \tilde{\rho}_{out}^{\max}]$ ,  $j \in D^j \equiv [j^{\min}, j^*]$ , де  $j^{\min}$  визначається із умов експлуатації компресорної станції.

Відповідно до моделі (13), (15) розглядатимемо дві моделі керування потоками газу в довгому трубопроводі за заданого. У першій моделі рівняння (12) розглядається з умовою (15)<sub>1</sub>. Змінною керування тут є  $\tilde{\rho}_{in}$ . У другій моделі рівняння (13) розглядається з умовою (15)<sub>2</sub>, а змінною керування є  $\tilde{\rho}_{out}$ .

За стаціонарного режиму потужність компресорних станцій необоротно витрачається на подолання сил тертя газу, які враховує доданок  $f_R$  у рівнянні (2). Потужність  $W_{f_R}$  сил тертя визначає інтеграл  $W_{f_R} = \pi D^2/4 \int_0^L f_R(x)V(x)dx$ , який у безрозмірних параметрах має вигляд

$$W_{f_R} = W_0 j^3 \int_{-1}^1 \frac{d\xi}{\tilde{\rho}^2(\xi)}, \quad W_0 \equiv \beta \frac{\pi D J_0^3}{8 \rho_0^2}. \quad (16)$$

Для обчислення потужності, яку споживає компресорна станція, необхідно врахувати її коефіцієнт корисної дії  $\eta$ . За стаціонарного режиму роботи компресора його коефіцієнт корисної дії залежить від перепаду тиску  $\Delta P = P_{out}^c - P_{in}^c$ , який він створює, та потоку  $J$ , що перетікає через нього. Тут  $P_{in}^c$  та  $P_{out}^c$  — тиски на вході та виході компресора. Оскільки  $P_{out}^c = P_{in}$ , то за заданого тиску  $P_{in}^c$  на вході, перепад тиску  $\Delta P$  визначає вхідний тиск у трубопроводі  $P_{in}$ . Тому розглядатимемо  $\eta$  як функцію вхідного тиску у трубопроводі  $P_{in}$  і потоку  $J$ , або відповідних їм безрозмірних параметрів  $\tilde{\rho}_{in}$  та  $j$ :  $\eta = \eta(\tilde{\rho}_{in}, j)$ .

Сформулюємо першу задачу оптимізації режиму транспортування газу: задано потік  $J$  та тиск  $P_c$  на вході у компресорну станцію: знайти значення тиску  $P_{in}$ , створюваного компресорною станцією на вході у магістраль, за якого споживана нею потужність  $W = W_{f_R}/\eta$  є мінімальна.

Розв'язування цієї задачі зводиться до мінімізації функціоналу

$$W_1(\tilde{\rho}) = W_{f_R}(\tilde{\rho})/\eta(\tilde{\rho}_{in}) \rightarrow \min \quad (17)$$

на множині  $S_1(\tilde{\rho})$  розв'язків  $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}(\xi)$ ,  $\xi \in [-1, 1]$  задачі Коші (13), (15)<sub>1</sub> для усіх значень  $\tilde{\rho}_{in} \in D_{in}^{\rho}$ .

Результат розв'язування цієї задачі залежить від функції  $\eta(\tilde{\rho}_{in}, j)$ . Встановлення її аналітичної структури вимагає спеціальних досліджень та зіставлення їхніх результатів із робочими характеристиками конкретних нагнітачів і приводів. Тому застосовували модельну залежність  $\eta(\tilde{\rho}_{in}, j)$ , яку побудували, виходячи із припущення, що функція  $\eta(\tilde{\rho}_{in}, j)$  має глобальний максимум за обома змінними.

На рис. 2, а показана залежність  $\eta(\tilde{\rho}_{in})$  для  $j = 0.8$ , яку використовували у функціоналі (17). Для цієї залежності розв'язком задачі (17) є значення  $p_{in} = 2.219$ .

На рис. 2, б показані залежності потужності сил тертя  $W_{f_R}/W_0$  (крива 1) та потужності  $W/W_0$ , яку споживає компресорна станція (крива 2), від тиску  $p_{in} = P_{in}/P_0$ , який вона створює на вході у за  $j = 0.8$ .

Як видно із рис. 2, б, потужність сил тертя  $W_{f_R}$  монотонно спадає зі зростанням тиску  $P_{in}$  на вході у магістраль. Натомість залежність  $W$  від  $P_{in}$  досягає мінімуму  $W_{min} = 3.81 \cdot W_0$  за значення вхідного тиску  $P_{in} = 2.219 \cdot P_0$ , яке є оптимальним за критерієм споживаної потужності.

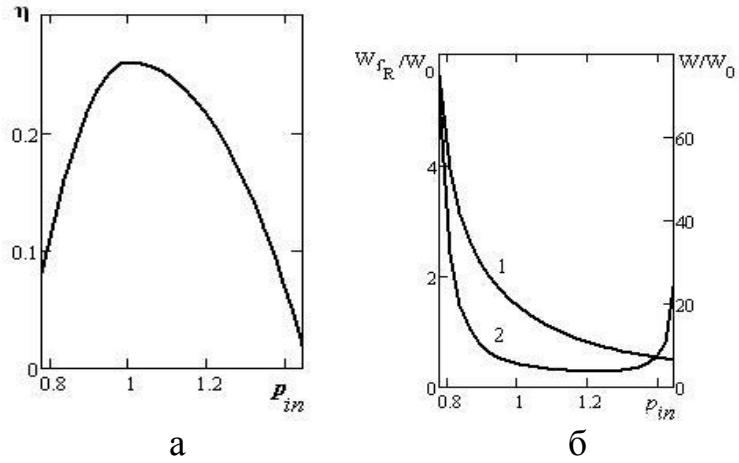


Рис. 2 – Залежності ККД компресорної станції, потужності сил тертя газу в трубопроводі та потужності, яку споживає компресорна станція від безрозмірного тиску на вході у трубопровід: а – залежності ККД компресорної станції, б (крива 1) – потужності сил тертя газу в трубопроводі, б (крива 2) – потужності, яку споживає компресорна станція

Сформулюємо тепер другу задачу оптимального керування режимами транспортування газу: задано потік  $J$  та тиск  $P_c$  на вході у компресорну станцію, знайти значення тиску  $P_{out}$ , на виході магістралі, за якого

споживана компресорною станцією потужність  $W = W_{f_R} / \eta$  є мінімальна. Ця задача зводиться до мінімізації функціоналу

$$W_2(\tilde{\rho}) = W_{f_R}(\tilde{\rho}) / \eta(\tilde{\rho}|_{\xi=-1}) \rightarrow \min \quad (18)$$

за заданого  $j \in D^j$  на множині  $S_2(\tilde{\rho})$  розв'язків  $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}(\xi)$ ,  $\xi \in [-1, 1]$  задачі Коші (13), (15)<sub>2</sub> для усіх  $\tilde{\rho}_{out} \in D_{out}^{\rho}$

**Алгоритм розв'язування задач.** Сформульовані задачі оптимального керування зводяться до безумовної мінімізації функціоналів  $W_1$  та  $W_2$ , заданих на множинах функцій  $S_1(\tilde{\rho})$  та  $S_2(\tilde{\rho})$ . Крайові задачі (13), (15)<sub>1</sub> та (13), (15)<sub>2</sub> встановлюють взаємно-однозначні відповідності між елементами цих множин та значеннями параметрів  $\tilde{\rho}_{in} \in D_{in}^{\rho}$  та  $\tilde{\rho}_{out} \in D_{out}^{\rho}$  відповідно. Тож функціонали  $W_1$  та  $W_2$  можна розглядати як функції змінних  $\tilde{\rho}_{in}$  та  $\tilde{\rho}_{out}$ , визначені на інтервалах  $D_{in}^{\rho}$  та  $D_{out}^{\rho}$  відповідно. Таким чином приходимо до задач безумовної мінімізації функцій  $W_1(\tilde{\rho}_{in})$  та  $W_2(\tilde{\rho}_{out})$ . Для розв'язування цих задач можна застосувати методи, які базуються на методі Ньютонa [10]. Ці методи передбачають обчислення самої функції і її похідної. Проте встановити аналітичну структуру функцій  $W_1(\tilde{\rho}_{in})$  та  $W_2(\tilde{\rho}_{out})$  неможливо. Тому застосуємо алгоритмічний підхід.

Щоб обчислити функцію  $W_1(\tilde{\rho}_{in})$  в деякій точці  $\tilde{\rho}_{in} \in D_{in}^{\rho}$ , чисельно розв'язуємо крайову задачу (13), (15)<sub>1</sub>. Відтак обчислюємо значення функціоналу (17) на знайденому чисельному розв'язку задачі (13), (15)<sub>1</sub>.

Щоб обчислити значення похідної  $\partial W_1 / \partial \tilde{\rho}_{in}$  для заданого  $\tilde{\rho}_{in} \in D_{in}^{\rho}$ , вибираємо достатньо мале порівняно із довжиною відрізка  $D_{in}^{\rho}$  значення  $\Delta$  і обчислюємо значення функції  $W_1$  в точках  $\tilde{\rho}_{in} - \Delta$  та  $\tilde{\rho}_{in} + \Delta$ . Відтак обчислюємо наближене значен-

ня похідної за формулою  $\partial W_1 / \partial \tilde{\rho}_{in} \approx 1/2(W_1(\tilde{\rho}_{in} + \Delta) + W_1(\tilde{\rho}_{in} - \Delta)) / \Delta$ . Значення похідної на лівому та правому кінцях відрізка  $D_{in}^{\rho}$  обчислюємо, використовуючи відповідно праву та ліву скінченні різниці функції  $W_1$ .

Аналогічно, розв'язуючи крайову задачу (13), (15)<sub>2</sub>, обчислюємо значення функції  $W_2(\tilde{\rho}_{out})$  і похідної  $\partial W_2 / \partial \tilde{\rho}_{out}$  у точках інтервалу  $D_{out}^{\rho}$ .

**Висновки.** В рамках нелінійної моделі динаміки газу сформульовані дві задачі оптимального керування стаціонарними потоками транспортування газу магістральним трубопроводом. Їхні розв'язки визначають значення тиску на вході та виході трубопроводу, за яких потужність, яку споживає компресорна станція, є мінімальна. Запропоновано алгоритм розв'язування цих задач з використанням методів Рунге-Кутти та Ньютона. Для цих методів створені ефективні алгоритми, які входять до математичних бібліотек середовищ програмування. Це забезпечує високу обчислювальну ефективність алгоритмів розв'язування сформульованих задач, що підтверджено результатами проведених числових експериментів. Розроблений математичний апарат можна використати для постановки та розв'язування задач оптимального керування стаціонарними режимами роботи багатоланкових магістральних газопроводів.

Для практичного застосування розробленого математичного апарату необхідні математичні моделі компресорної станції, які б дозволяли визначати коефіцієнт корисної дії як функцію густини потоку та перепаду тиску, який вона розвиває, та розробити методи ідентифікації параметрів цієї моделі на основі робочих характеристик нагнітачів та приводів.

**Список літератури:** 1. Овсянников, Л. В. Лекции по основам газовой динамики [Текст] / Л. В. Овсянников.– М.: Наука, 1981.– 368 с. 2. Чарный, И. А. Основы газовой динамики [Текст] / И. А. Чарный.– Москва: Гостехиздат, 1961.– 200 с. 3. Силаш, А. П. Добыча и транспорт нефти и газа. Часть 1. Пер. с англ. [Текст] / А. П. Силаш.– М.: Недра, 1980.– 375 с. 4. ДСТУ ISO 12213–2:2009. Природний газ. Обчислення фактора стисливості. Частина 2. Обчислення на основі мольного складу (ISO 12213–2:2006, IDT) [Текст]. – К.: Держспоживстандарт України, 2009.– 32 с. 5. Natural gas. Calculation of compression factor. Part 2: Calculation using molar-composition analysis [Текст].– ISO- 12213-2:1997. ISO.– 28 p. 6. Сусак, О. М. Методологія розрахунку густини природного газу в магістральних газопроводах великої протяжності [Текст] / О. М. Сусак, Д. А. Волинський // Науковий вісник ІФНТУНГ. 2013. № 2(35).– С. 41-51. 7. Бахвалов, Н. С. Численные методы [Текст] / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков.– М.: Бинум, 2001.– 632 с. 8. Tan, D. On a general formula of fourth order Runge-Kutta method [Text] / Delin Tan, Zheng Chen // Journal of Mathematical Science & Mathematics Education.– 2012.– 7.– No 2.– P. 1–10. 9. Деннис, Дж. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений [Текст] / Дж. Деннис, Р. Шнабель.– М.: Мир, 1988.– 440 с. 10. Васильев, Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач [Текст] / Ф. П. Васильев.– М.: Наука, 1988.– 552 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Ovsyannikov L. V. (1981). Lectures on the gas dynamics foundation. Moscow: Nauka, 368. 2. Charny, I. A. (1961). Gas dynamic foundation. Moscow: Gostekhizdat, 200. 3. Szilas, A. P. (1980). Production and transport of oil and gas. Moscow: Nedra, 375. 4. DTSU ISO 12213–2:2009. (2009). Natural gas. Calculation of supercompressibility factor. Part 2. Calculation on the base of molar percentage. Kyiv: Derzhspozhyvstandart Ukrainy, 32. 5. ISO- 12213-2:1997 (1997). Natural gas. Calculation of compression factor. Part 2: Calculation using molar-composition analysis, 28/6. Susak, O. M., Volyskiy, D. A. (2013). A methodology for calculation of natural gas density in long gas-main pipelines. // Naukovyy visnyk IFNTUO&G, No 2(35), 41-51. 7. Bakhvalov, N. S., Zhidkov, N. P., Kobelkov, G. M. (2001). Numerical methods. Moscow: Binom, 632. 8. Tan, Delin, Chen, Zheng

(2012). On a general formula of fourth order Runge-Kutta method// Journal of Mathematical Science & Mathematics Education, V. 7, No 2, 1–10.**9.** Dennis, J. R., Schnabel, R. B. (1988). Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations. Moscow: Mir, 440.**10.** Vasil'yev F. P. (1988). Numerical methods for extremal problems Moscow: Nauka, 552.

*Надійшла (received) 27.04.2015*

**УДК 517.534**

**А. А. ЧИСТЯКОВА**, аспирант, ХНУРЭ, Харьков;

**Н. В. ВАСИЛЬЦОВА**, канд. техн. наук, доц., ХНУРЭ, Харьков

## **ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЗАТРАТ ВРЕМЕНИ НА ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ РАБОЧЕЙ СИЛОЙ**

Проведены исследования проблемы прогнозирования затрат времени на выполнение работ в системах управления рабочей силой. Предложен метод прогнозирования с использованием сингулярного разложения и представления временного ряда в нескольких фазовых пространствах, который позволяет оценить затраты времени на выполнение работ в будущем, их количество и число исполнителей данных работ.

**Ключевые слова:** прогнозирование, системы управления рабочей силой, временной ряд, сингулярное разложение.

**Введение.** На сегодняшний день существует множество сфер бизнеса, которые поставляют конечному пользователю не только готовый продукт или сервис, но и берут на себя обязательства гарантийного, постгарантийного обслуживания. К данной категории организаций могут быть отнесены компании, выполняющие работы, связанные с ремонтом и обслуживанием различного оборудования, вычислительной и бытовой техники. Специфика работ, проводимых такими компаниями, связана с тем, что процессы первичного осмотра, конфигурирования, ремонта оборудования чаще всего проводятся на объектах клиентов, которые могут располагаться в различных территориальных зонах. Это накладывает жесткие ограничения на время и качество выполнения операций обслуживания клиентов персоналом компании, требует точного планирования затрат времени на выполнение работ, и, следовательно, минимизации возможных непроизводительных затрат на обслуживание клиентов.

Обычно процессы «обслуживания на местах», которые в дальнейшем будем называть «работы», характеризуются своими параметрами, то есть требуют определенного оборудования, количества исполнителей, заданной квалификации персонала, набора навыков исполнителя. В свою очередь персонал компании (для данных сотрудников применяют термин «техник») характеризуется следующими особенностями: набором навыков, которыми обладает данный техник; географической зоной, ограничивающей перемещение техника; стоимостью часа работы техника, его квалификацией и т.д.

Эффективное выполнение сервисных работ с одновременным снижением суммарных затрат на их выполнение является достаточно сложной задачей. В случае, если клиенты не получают качественного обслуживания, то снижается не только степень их удовлетворенности, но и доходы компании в целом.