

Смольниченко Катерина Олександрівна – студент, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», «Кафедра хімічної технології композиційних матеріалів»; пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056; e-mail: kateyko97@gmail.com.

Мирунюк Алексей Владимирович – кандидат технических наук, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», доцент кафедры «Химической технологии композиционных материалов»; пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056; e-mail: whizershines@gmail.com.

Дудко Владимир Андреевич – студент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», «Кафедра химической технологии композиционных материалов»; пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056; e-mail: ad777v@gmail.com.

Баклан Денис Витальевич – студент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», «Кафедра химической технологии композиционных материалов»; пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056; e-mail: denis-baklan@yandex.ru.

Смольниченко Катерина Александровна – студент, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», «Кафедра химической технологии композиционных материалов»; пр. Победы, 37, г. Киев, Украина, 03056; e-mail: kateyko97@gmail.com.

Myronyuk Oleksiy – PhD, associate professor, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Department of chemical technology of composition materials; Peremohy ave., 37, Kyiv, Ukraine, 03056; e-mail: whizershines@gmail.com.

Dudko Volodymyr – student, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Department of chemical technology of composition materials; Peremohy ave., 37, Kyiv, Ukraine, 03056; e-mail: ad777v@gmail.com.

Baklan Denis – student, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Department of chemical technology of composition materials; Peremohy ave., 37, Kyiv, Ukraine, 03056; e-mail: denis-baklan@yandex.ru.

Smolnychenko Kateryna – student, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Department of chemical technology of composition materials; Peremohy ave., 37, Kyiv, Ukraine, 03056; e-mail: kateyko97@gmail.com.

УДК 537.623

М. М. ЛУТЧИН

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ГІСТЕРЕЗИСУ

В даній статті розглянуті способи представлення явища гістерезису. Використання гістерезису спостерігається в електротехніці, біології, гідрології, економіці, філософії та соціології. Моделювання здійснюється з урахуванням особливостей вхідних даних та необхідної точності розрахунків. Показані переваги та недоліки моделей Маделунга, Джона Чана, Джилса-Атертона, Прейзаха, Рэлея та графоаналітичний. Рекомендується для підвищення точності моделювання використовувати комбіновані методи або виконувати їх модифікацію з урахуванням особливостей представлення гістерезису.

Ключові слова: гістерезис, часткові петлі, крива намагнічування, модель Маделунга, модель Джона Чана, модель Джилса-Атертона, модель Прейзаха

В данной статье рассмотрены способы представления явления гистерезиса. Учет гистерезиса наблюдается в электротехнике, биологии, гидрологии, экономике, философии и социологии. Моделирование осуществляется с учетом особенностей исходных данных и требуемой точности расчетов. Показаны преимущества и недостатки моделей Маделунга, Джона Чана, Джилса-Атертона, Прейзаха, Рэлея и графоаналитических. Рекомендуется для повышения точности моделирования использовать комбинированные методы или выполнять их модификацию с учетом особенностей представления гистерезиса.

Ключевые слова: гистерезис, частичные петли, кривая намагничивания, модель Маделунга, модель Джона Чана, модель Джилса-Атертона, модель Прейзаха

In the paper, models of hysteresis are presented. Modeling is carried out with a specific of initial data and in accordance with the accuracy of calculations. Preisach model is highly accurate description of the process, but requires a large number of input parameters. Models of John Chan and Jiles-Atherton have highly simple calculations. They enable to simulate a real process conditions for a match characteristics. Rayleigh model provides accurate results in initial magnetization. This model recommended for use in the calculation of the steady state. Semigraphical methods give only an idea of the progress of hysteresis effects. It is recommended to improve the accuracy of modeling to use combined methods or to perform its modification allowing for the representing of specific features of hysteresis.

Keywords: hysteresis, partial loop, magnetization curve, Madelung model, John Chan model, Jiles-Atherton model, Preisach model of hysteresis

Вступ. Явище гістерезису характеризує системи, що не відповідають миттєву реакцію на прикладені відносно них дії. Поведінка таких систем визначається зовнішніми факторами впливу в даний момент та попередніми її станами. Використання гістерезису спостерігається в електротехніці, біології, гідрології, економіці, філософії та соціології [1–3].

Поява математичних моделей опису гістерезису викликана значною кількістю прикладних задач. Тому метою даної роботи є опис основних принципів моделювання зазначеного явища.

В якості прикладу для порівняння використаємо електромагнітний гістерезис.

Метод Маделунга. В 1905 р. у статті Маделунга були сформульовані наближені закономірності побудови часткових кривих та циклів перемагнічування [4]. Разом з тим, відсутність пояснень його правил призвело до неправильного їх тлумачення, а внаслідок

© М. М. Лутчин. 2016

до цього і обмеженого їх практичного використання. В роботах [5, 6] приводяться уточнення та рекомендації.

Основні принципи графоаналітичного методу сформульовані наступним чином та проілюстровані на рис. 1.

Правило 1. Хід будь-якої часткової кривої $B = f(H)$ однозначно визначається точкою повороту (точкою, в якій одночасно змінюються знаки приросту B та H), яка являється початком для цієї кривої.

Зазначене твердження має місце не лише для кривих, початки яких знаходяться на одній із віток граничної петлі гістерезису, але і для будь-якої кривої всередині максимальної петлі. Звідси слідує, що будь-яка точка 1, яка знаходиться всередині максимальної петлі, є початком тільки для однієї зростаючої кривої 1–2 та однієї спадаючої кривої 1–3.

Проте точка 1 може знаходитися на нескінченній кількості зростаючих та спадаючих кривих з різними точками повороту.

Якщо точка повороту знаходиться на граничній петлі гістерезису (гілки якої формуються з множини нескінченно віддалених точок $H = \pm \infty$), то при її розташуванні на зростаючій вітці максимальної петлі вона може бути початком лише однієї спадаючої гілки, наприклад точка 1' гілки 1'–3'. У випадку розміщення точки повороту на спадаючій вітці граничної петлі, вона є початком лише для однієї зростаючої гілки часткової петлі.

Правило 2. Якщо яку-небудь точку 2 кривої 4–5, яка починається у точці 4, зробити точкою повороту, то нова часткова крива прийде у початкову точку 4.

Тобто всі часткові цикли – замкнені так, як їх часткові та кінцеві точки співпадають. Також зазначене правило указує на те, що зростаюча та спадаюча гілки одного і того ж циклу (петлі) не перетинаються між собою.

Правило 3. Продовження будь-якої кривої, наприклад 1–3, за точку повороту 3, яка замикає частковий цикл 3–1–3, співпадає з попередньою кривою 5–3, так ніби циклу 3–1–3 взагалі не було, а намагнічування відбувалося неперервно від точки 5 згідно кривої 5–4, яка проходить через точку 3.

Дане твердження виконується однаково для процесів намагнічування, розмагнічування та перемагнічування. Тобто крива 6–7 після її продовження за точку 7 співпадає з основною кривою початкового намагнічування, а крива 1'–3' – зі зростаючою гілкою граничної петлі.

Правило 4. Всі часткові криві, які виходять з різних точок з однаковою індукцією B , та які мають однаковий знак приросту індукції, можуть бути суміщені шляхом паралельного переміщення у горизонтальному напрямі.

Наприклад, взаємно суміщаються спадаючі криві 1–3 та 1'–3', а також зростаючі криві 3–1 та 3'–1'.

то зазначити, що крива 6–7 отримується за рахунок паралельного переносу кривої повернення.

У даному методі зазначається спосіб перебігу перехідного процесу через побудову сімейства гістерезисних петель.

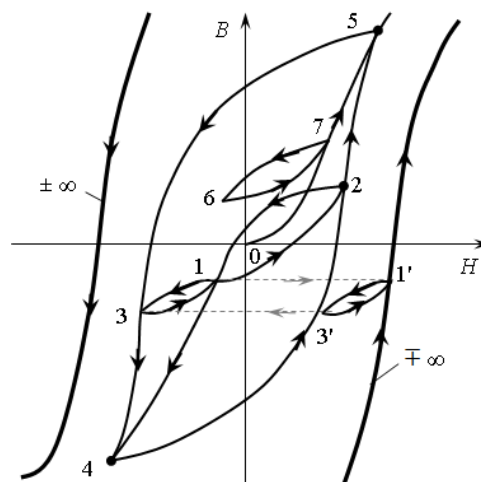


Рис. 1 – Часткові цикли намагнічування

Модель Джона Чана. Високою популярністю при моделюванні гістерезису за допомогою сучасних програмних комплексів користується модель Дж. Чана [7,8], оскільки її реалізація потребує мінімальну кількість вхідних даних. Так зростаюча та спадаюча гілки граничної петлі представляються виразами:

$$B_{\text{зр}}(H) = B_s \frac{H + H_c}{|H + H_c| + H_c \left(\frac{B_s}{B_r} - 1 \right)} + \mu_0 H,$$

$$B_{\text{сп}}(H) = B_s \frac{H - H_c}{|H - H_c| + H_c \left(\frac{B_s}{B_r} - 1 \right)} + \mu_0 H,$$

де B_r – залишкова індукція, H_c – коерцитивна сила, B_s – індукція насичення.

Початкова крива намагнічування може бути визначена з рівняння:

В реальних умовах перемагнічування здійснюється не по граничній петлі, а по частковим циклам, що формуються за змінами напруженості магнітного поля. При цьому всі часткові цикли перемагнічування обмежені границями максимальної петлі гістерезису. Згідно моделі нижня гілка часткового циклу отримується переміщенням відповідно нижньої гілки граничного циклу вертикально вгору на величину індукції B_d ($0 \leq B_d \leq B_r$). Верхня гілка часткового циклу отримана шляхом переміщення відповідно верхньої гілки граничного циклу вниз на таку ж величину B_d .

Зазначимо, що використання моделі Джона Чана рекомендовано для аналітичних досліджень, коли необхідно отримати тільки картину перехідного процесу.

Модель Джилса–Атертона. Однією з найпоширеніших на сьогодні являється модель Джилса–Атертона, яка використовується не лише для моделю-

вання властивостей магнітних матеріалів, але і для радіотехнічних цілей.

Особливістю моделі є представлення основної кривої намагнічування функцією.

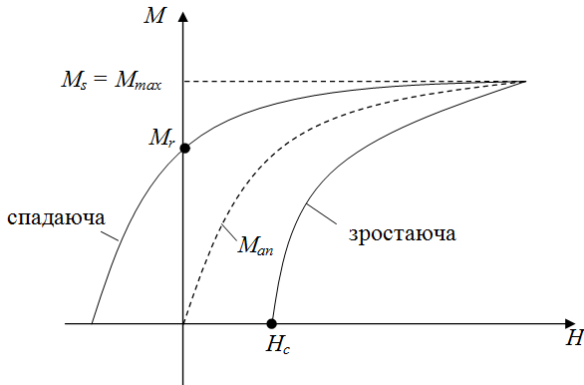


Рис. 2 – Петля гістерезису $M=f(H)$

Основна властивість моделі гістерезису – розклад намагніченості M на спадаючу M_{cn} та зростаючу M_{irr} складові [9]:

$$M = M_{irr} + M_{rev}.$$

Загальну намагніченість M можна представити з врахуванням кривої намагніченості M_{an} [10]:

$$M = cM_{an} + (1-c)M_{irr},$$

де c – змінний параметр області, який визначається згідно виразу:

$$c \cong \frac{\chi'_{in}}{\chi'_{an}} \quad \text{з} \quad \chi'_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0}, \quad \chi'_{an} = \left. \frac{dM_{an}}{dH} \right|_{H=0}.$$

Продиференціюємо рівняння та отримаємо:

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}}{dH} + (1-c) \frac{dM_{irr}}{dH}.$$

Намагніченість зростаючої гілки петлі гістерезису описується наступним диференціальним рівнянням згідно [9 – 11]:

$$dM_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} dH,$$

де k – константа, згідно [12] пропорційна втратам на гістерезис (площі петлі) [А/м]; α – масштабуючий коефіцієнт (параметр основного поля), який пов'язує намагніченість M та інтенсивність ефективного магнітного поля $H_e = H + \alpha M$ [11], $\delta = \text{sgn}\left(\frac{dH}{dt}\right)$ – знаковий параметр складової (якщо $dH/dt > 0$, то $\delta = 1$, при $dH/dt < 0$, то $\delta = -1$).

Зміна намагніченості у загальному вигляді буде:

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}}{dH} + (1-c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})}.$$

Намагніченість кривої намагнічування M_{an} описується функцією Ланжевїна [9, 11, 12]:

$$M_{an} = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \frac{a}{H_e} \right],$$

де a – параметр форми [13] [А/м]:

$$a = \frac{M_s}{3} \left(\frac{1}{\chi_{an}} + \alpha \right).$$

Модель Прейзаха. Теоретичні основи класичної теорії Прейзаха про ферромагнітні матеріали сьогодні вважаються фундаментальними в теорії опису перехідних електромагнітних процесів в матеріалах. Процес намагнічування модельованого зразка відбувається не миттєво, а з кінцевою швидкістю, зразок складається з невеликих доменних областей з однаковою величиною намагнічування H (диполь Прейзаха) [14].

Кожен окремий диполь характеризується прямокутним асиметричним циклом гістерезису (рис. 3).

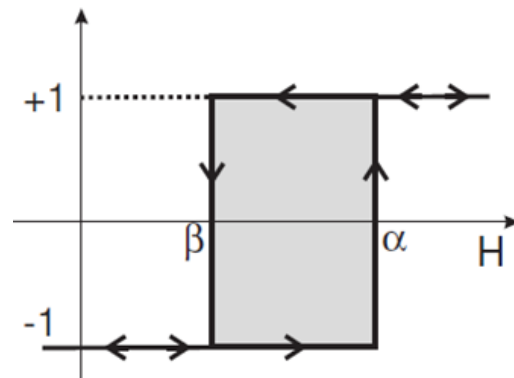


Рис. 3 – Елементарний цикл Прейзаха

Будь-який диполь може перебувати в додатному стані насичення (1) або від'ємному (-1). Перехід між станами визначається напруженістю магнітного поля H і відповідно становить:

1 при $H \geq \alpha$;

(-1; 1) при $\beta < H < \alpha$;

-1 при $H \leq \beta$.

Якщо рух відбувається по зростаючій гілці петлі гістерезису $H_{зр}$, то границі змінюються наступним чином: в точці стану α відбувається зміна полярності диполу з від'ємної на додатну. І навпаки для спадаючої гілки $H_{сп}$ відносно стану β . Точки α та β являються розривами першого роду функції петлі гістерезису.

Рівняння Максвелла з урахуванням магнітної поляризації J прийме вигляд [15]:

$$J(t) = \mu_0 \iint_{\alpha > \beta} \rho(\alpha, \beta) \cdot \phi_{\alpha\beta} [H(t)] d\alpha d\beta,$$

де $\phi_{\alpha\beta} [H(t)]$ – функція циклічна функція залежності координат α та β на карті Прейзаха.

Густина функції Прейзаха визначається згідно:

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{k \cdot a^2}{\left(a + \left(\frac{\alpha}{H_c} - b \right)^2 \right) \cdot \left(a + \left(\frac{\beta}{H_c} + b \right)^2 \right)},$$

де H_c – коерцитивна сила, k – коефіцієнт регулювання, a та b – коефіцієнти рівняння, що згідно [15] для електротехнічних сталей дорівнюють 1 та 0,5, відповідно.

Алгоритм побудови часткових петель гістерезису згідно моделі Прейзаха [16]:

1. Ряди значень кривих намагнічування згладжуються за допомогою будь-якого з способів апроксимації з виконанням умови $\frac{dM}{dH} > 0$.

2. Згідно приведених рівнянь знаходяться точки повороту процесу намагнічування і обчислюються диференційні проникності в точках повороту:

$$M(H) = M_{cn}(H) + M_{zp}(H, H_{icm}),$$

$$M_{zp}(H) = \frac{1}{2\mu_0} \int d\alpha \int d\beta \eta(\alpha, \beta, H, H_{icm}) P(\alpha, \beta),$$

де $P(\alpha, \beta)$ – функція розподілу Прейзаха, яка залежить від мікроструктури феромагнетика та представляє магнітні властивості матеріалу [17].

$$\text{Тоді } M_{cn}(H) = \int_0^H \left(\frac{\mu_{cn}(H)}{\mu_0} - 1 \right) dH.$$

Відповідно криві спадання будуть знайдені згідно:

$$M_{sp}(H) = M(H) + M_{cn}(H).$$

3. Набори кривих спадання наносяться на карти [18] і визначається функція Еверетт:

$$E_{ev}(\alpha, \beta) = \mu_0 \left| M_{sp}(\beta) - M_{sp}(\alpha) \right|,$$

де α може приймати різні значення аж до граничної напруженості магнітного поля.

4. Функція розподілу Прейзаха визначається як:

$$P(\alpha, \beta) = \frac{\partial^2 E_{ev}(\alpha, \beta)}{\partial \alpha \partial \beta}.$$

На рис. 4 приведено визначення інтегралу функції Еверетта в точці $(H_{\alpha 1}, H_{\beta 1})$ шляхом знаходження інтегралу розподілу Прейзаха по контуру утвореного трикутника T .

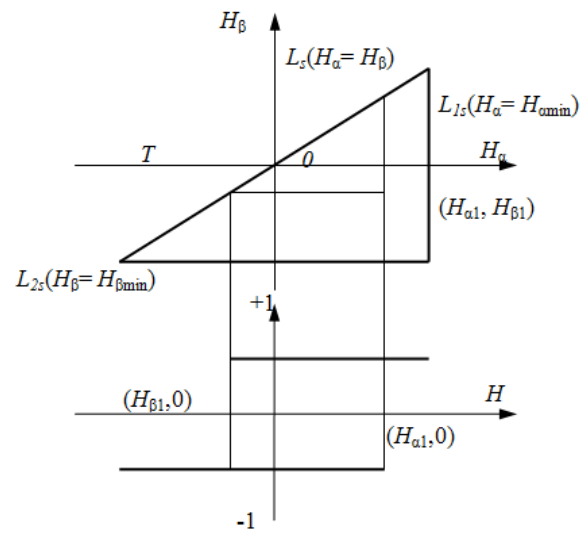


Рис. 4 – План Прейзаха

Моделювання гістерезису за допомогою принципів Прейзаха досить складний та громіздкий процес. Перехід від доменної структури до реального цілісного магнітопроводу виконується поетапно за допомогою формування зв'язних структур. Модель Прейзаха чутлива до найменших змін матеріалу досліджуваного зразку, наявності прихованих дефектів, домішок, неоднорідності середовища. З одного боку ця особливість відкриває можливість з високою точністю проводити дослідження, але разом з тим втрачається простота, універсальність, контрольованість процесу моделювання.

Графоаналітична модель. Графоаналітичні моделі отримали широке розповсюдження зважаючи на їх простоту реалізації та наглядність аналізу результатів. Згідно моделей [19, 20] основний цикл гістерезису можливо представити за допомогою дуг кіл та відрізків прямих, при чому точність відтворення має задовільний характер. Для подібного моделювання робиться припущення, що цикл перемагнічування симетричний відносно початку координат.

Враховуючи специфіку процесу моделювання, можна зробити висновок, що даний метод з достатньою точністю придатний для розв'язку задач симетричного намагнічування. При перехідних процесах з урахуванням часткових несиметричних циклів доводиться використовувати його модифікації до конкретних умов.

Модель Релея. Ще в 1887 р. Релей сформулював математичну модель симетричних петель магнітного гістерезису при слабких змінних полях [21]. Даний закон зміни індукції відносно напруженості одержав загальне визнання не тільки через свою практичну цінність, але й тому, що характер намагнічування феромагнетика в слабких полях відображає особливості перебудови доменної структури у феромагнетиках.

Під процесом намагнічування розуміється процес переходу феромагнетика з розмагніченого стану з намагніченістю $M = 0$ у стан з намагніченістю M при монотонній зміні поля від 0 до h (рис. 5). Вказана крива називається кривою первісного намагнічування.

Комутаційна крива намагнічування записується:

$$M_m(h_m) = \chi_0 h_m + \nu h_m^2,$$

де χ_0 – початкова сприйнятливість; ν – постійна Релея; h_m і M_m – амплітуди змінних поля та намагніченості або максимальні значення комутуючого постійного поля і намагніченості.

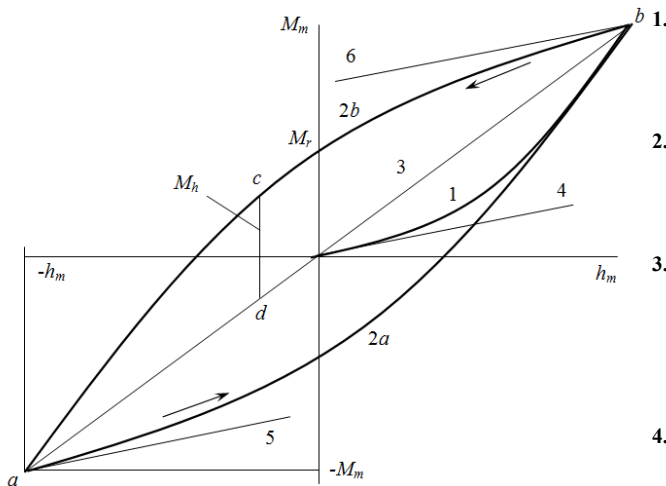


Рис. 5 – Петля магнітного гістерезису Релея: 1 – комутаційна крива намагнічування (місце розташування вершин сімейства часткових петель гістерезису); 2a і 2b – відповідно, зростаюча і спадаюча гілки петлі гістерезису; 3 – пряма ab з’єднує вершини петлі гістерезису (лінійна складова петлі); тангенси кута нахилу прямих 4–5 рівні, відповідно, початковим сприйнятливостям по комутаційній кривій намагнічування 1 і по зростаючій 2a і спадаючій 2b гілках петлі гістерезису; M_r – залишкова намагніченість; M_h (відрізок cd) – функція гістерезису (гістерезисна складова петлі)

Постійні Релея χ_0 – початкова магнітна сприйнятливість і ν – друга постійна Релея можна визначати по мінімуму середньоквадратичного відхилення від експериментально певної комутаційної кривої намагнічування або, як було запропоновано пізніше, графічно з лінійної залежності сприйнятливості χ_m від поля h_m :

$$\chi_m = M_m / h_m = \chi_0 + \nu h_m.$$

Область полів, у якій виконується лінійна залежність χ_m від h_m , називають областю Релея.

Комутаційна крива намагнічування і чисельні значення її параметрів χ_0 і ν є експериментальною основою для виразів, що описують петлі гістерезису в області Релея:

$$M(h) = \chi_0 h + \nu h_m^2 \left[\mp 1 \pm \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{h}{h_m} \right)^2 \right].$$

Зазначений спосіб моделювання гістерезису з високою точністю описує явище намагнічування в початковій зоні, в той час, як переважна більшість методів орієнтується на зону насичення.

Висновок. Отже, аналіз існуючих моделей представлення явища гістерезису вказує на те, що кожен метод проявляє свої переваги лише за виконання конкретних умов. Для отримання необхідної точності при розв’язанні прикладних задач рекомендується поєднувати методи.

Список літератури:

1. Беспалов, В. М. Гістерезис при згині розтягнутих канатів [Текст] / В. М. Беспалов, Г. М. Маренко, Р. О. Кайдалов // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2010. № 6/9 (48). – С. 46–48. Режим доступу: <http://journals.urau.ua/eje/article/view/5814/5246>
2. Шамровський, А. Д. Явление гистерезиса при решении нелинейных задач для упругих стержневых конструкций [Текст] / А. Д. Шамровський, Т. А. Миняйло // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2011. – № 6/7 (54). – С. 21–24. <http://journals.urau.ua/eje/article/view/2309/2113>
3. Раранський, М. Д. Гистерезис скорости ультразвуковых волн и упругие свойства твердых растворов cd 1-xzn xsb [Текст] / М. Д. Раранський, В. Н. Балазюк, М. І. Мельник, О. Н. Книгишничкая, В. Б. Гевик, М. Н. Гунько // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – № 5/10 (59). – С. 33–37. Режим доступу: <http://journals.urau.ua/eje/article/view/4639/4294>
4. Madelung, E. Über Magnetisierung durch schnellverlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors [Text] / E. Madelung // Annalen Der Physik. – 1905. – № 322 (10). – P. 861–890. doi: [10.1002/andp.19053221003](https://doi.org/10.1002/andp.19053221003)
5. Зурка, С. Е. Моделирование магнитного гистерезиса на основе обобщенных правил Маделунга. Часть 1 [Текст] / С. Е. Зурка, Ю. И. Мороз // Техническая электродинамика. – 1999. – № 1. – С. 22–27.
6. Зурка, С. Е. Моделирование магнитного гистерезиса на основе обобщенных правил Маделунга. Часть 2. [Текст] / С. Е. Зурка, Ю. И. Мороз // Технична електродинаміка. – 1999. – № 2. – С. 7–13.
7. Chan, J. Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation [Text] / J. Chan, A. Vladimirescu, Xiao-Chun Gao, P. Liebmann, J. Valainis // IEEE Transactions on computer-aided design. – 1991. – Vol. 10, No. 4. – P. 476–482.
8. Chan, J. Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation [Text] / J. Chan // IEEE Transactions on Computer-Aided Design. – 1991. – Vol. 10, No. 7. – P. 470–482.
9. Liu, Sh. T. Current transformer module basing the Jiles-Atherton hysteresis model in EMT/ATP simulation [Text] / Sh. T. Liu, S. R. Huang, H. W. Chen, T. Y. Hsein // In Power Engineering Conference, 2005. – P. 653–656.
10. Pop, N. C. Jiles-Atherton magnetic hysteresis parameters identification [Text] / N. C. Pop, O. F. Caltun // Acta Physica Polonica A. – 2011. – Vol. 120, No. 3. – P. 491–496.
11. Williams, M. C. Simulation and modeling of nonlinear magnetic [Text] / M. C. Williams, R. S. Vogelsong, K. S. Kundert // The Designer’s Guide Community. – 1995. – № 1. – P. 736–739.
12. Zidaric, B. JA hysteresis model parameters estimation using GA [Text] / B. Zidaric, D. Miljavec // Advances in Electrical and Electronic Engineering. – 2005. – № 4 (3). – P. 174–177.
13. Mordjaoui, M. Qualitative modeling for ferromagnetic hysteresis cycle [Text] / M. Mordjaoui, B. Boudjema, M. Chabane, R. Daira // World Academy of Science, Engineering and Technology. – 2007. – № 36. – 2007. – P. 88–94.
14. Mayergoyz, I. Mathematical models of hysteresis and their applications [Text] / I. Mayergoyz. – Academic Press, 2003. – 498 p. doi: [10.1016/b978-0-12-480873-7.x5000-2](https://doi.org/10.1016/b978-0-12-480873-7.x5000-2)
15. Amor, Y. O. A new convergence procedure for the finite element computing associated to Preisach hysteresis model [Text] / Y.O. Amor, M. Feliachi, H. Mohellebi // IEEE Transactions on Magnetics. – 2000. – Vol. 36, No. 4. – P. 1242–1245. doi: [10.1109/20.877665](https://doi.org/10.1109/20.877665)
16. Van de Wiele, B. Energy considerations in a micromagnetic hysteresis model and the Preisach model [Text] / B. Van de Wiele, L. Vandenbossche, L. Dupre, Daniel De Zutter // Journal of Applied Physics. – 2010. – Vol. 108, No. 10. – P. 103902. doi: [10.1063/1.3505779](https://doi.org/10.1063/1.3505779)

17. *Vandenbossche, L.* Magnetic hysteretic characterization of the irradiation-induced embrittlement of Fe, Fe–Cu model alloys, and reactor pressure vessel steel [Text] / *L. Vandenbossche, M. J. Konstantinovic, L. Dupre* // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2008. – № 320 (20). – P. e562–e566. doi: [10.1016/j.jmmm.2008.04.019](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2008.04.019)
18. *Everett, D.* A general approach to hysteresis – part 4, an alternative formulation of the domain model [Text] / *D. Everett* // Transactions Faraday Society. – 1955. – № 51. – P. 1551–1557. doi: [10.1039/tf9555101551](https://doi.org/10.1039/tf9555101551)
19. *Nicolaide, A.* A New Approach of Mathematical Modelling of Hysteresis Curves of Magnetic Materials [Text] / *A. Nicolaide* // Revue Roumaine des Sciences Techniques. – 2003. – Vol. 48, No. 2-3. – P. 221–233.
20. *Nicolaide, A.* An Approach to the Mathematical Modelling of the Hysteresis Curves of Magnetic Materials: The Mirror Curves [Text] / *A. Nicolaide* // Revue Roumaine des Sciences Techniques. – 2007. – Vol. 52, No. 3. – P. 301–310.
21. *Ponomarev, Yu. F.* K zakonu namahnychyvaniya Releia. Novaia matematycheskaia model petel hysterezyza [Text] / *Yu. F. Ponomarev* // Fyzyka metallor y metallovedenye. – 2007. – Vol. 104, No. 5. – P. 487–496.
1. *Bespalov, V. M., Marenko, H. M., Kaidalov, R. O.* (2010). Hysterezyz pry zghyni roztiahnutykh kanativ. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6 (9 (48)), 46–48. Available at: <http://journals.uran.ua/ejet/article/view/5814/5246>
2. *Shamrovskiy, A. D., Myniailo, T. A.* (2011). Yavyshe hysterezyz pry rishenni neliniinykh zadach dlia pruzhnykh sterzhnovykh konstrukttsii. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6 (7 (54)), 21–24. Available at: <http://journals.uran.ua/ejet/article/view/2309/2113>
3. *Raranskyi, M. D., Balaziuk, V. N., Melnyk, M. I.* (2012). Hysterezyz shvydkosti ultrazvukovykh khvyl i pruzhni vlastyvyty verdykh rozchyniv Cd1–xZnxSb. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 10 (59), 33–37. Available at: <http://journals.uran.ua/ejet/article/view/4639/4294>
4. *Madelung, E.* (1905). Über Magnetisierung durch schnellverlaufende Ströme und die Wirkungsweise des Rutherford-Marconischen Magnetdetektors. Annalen Der Physik, 322 (10), 861–890. doi: [10.1002/andp.19053221003](https://doi.org/10.1002/andp.19053221003)
5. *Zyrka, C. E., Moroz, Yu. Y.* (1999). Modelyrovanye mahnytnoho hysterezyza na osnove obobshchennykh pravyl Madelunha. Chast 1. Tekhnichna elektrodynamika, 1, 22–27.
6. *Zyrka, C. E., Moroz, Yu. Y.* (1999). Modelyrovanye mahnytnoho hysterezyza na osnove obobshchennykh pravyl Madelunha. Chast 2. Tekhnichna elektrodynamika, 2, 7–13.
7. *Chan, J., Vladimirescu, A., Xiao-Chun, G., Liebmann, P., Valainis, J.* (1991). Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation. IEEE Transactions on computer-aided design, 10 (4), 476–482.
8. *Chan, J.* (1991). Nonlinear Transformer Model for Circuit Simulation. IEEE Transactions on Computer-Aided Design, 10 (7), 470–482.
9. *Liu, Sh. T., Huang, S. R., Chen, H. W.* (2005). Current transformer module basing the Jiles-Atherton hysteresis model in EMTP/ATP simulation. In Power Engineering Conference, 653–656.
10. *Pop, N. C., Caltun, O. F.* (2011). Jiles-Atherton magnetic hysteresis parameters identification. Acta Physica Polonica, 120 (3), 491–496.
11. *Williams, M. C., Vogelsson, R. S., Kundert, K. S.* (2009). Simulation and modeling of nonlinear magnetic. The Designer's Guide Community, 1, 736–739.
12. *Zidaric, B., Miljavec, D.* (2005). J–A hysteresis model parameters estimation using GA. Advances in Electrical and Electronic Engineering, 4 (3), 174–177.
13. *Mordjaoui, M., Boudjema, B., Chabane, M., Daira, R.* (2007). Qualitative modeling for ferromagnetic hysteresis cycle. World Academy of Science, Engineering and Technology, 36, 88–94.
14. *Mayergoyz, I.* (2003). Mathematical Models of Hysteresis and Their Applications. Academic Press, 498. doi: [10.1016/b978-0-12-480873-7.x5000-2](https://doi.org/10.1016/b978-0-12-480873-7.x5000-2)
15. *Amor, Y. O., Feliachi, M., Mohellebi, H.* (2000). A new convergence procedure for the finite element computing associated to Preisach hysteresis model. IEEE Transactions on Magnetics, 36 (4), 1242–1245. doi: [10.1109/20.877665](https://doi.org/10.1109/20.877665)
16. *Van de Wiele, B., Vandenbossche, L., Dupré, L., De Zutter, D.* (2010). Energy considerations in a micromagnetic hysteresis model and the Preisach model. Journal of Applied Physics, 108 (10), 103902. doi: [10.1063/1.3505779](https://doi.org/10.1063/1.3505779)
17. *Vandenbossche, L., Konstantinović, M. J., Dupré, L.* (2008). Magnetic hysteretic characterization of the irradiation-induced embrittlement of Fe, Fe–Cu model alloys, and reactor pressure vessel steel. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 320 (20), e562–e566. doi: [10.1016/j.jmmm.2008.04.019](https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2008.04.019)
18. *Everett, D. H.* (1955). A general approach to hysteresis. Part 4. An alternative formulation of the domain model. Transactions of the Faraday Society, 51, 1551–1557. doi: [10.1039/tf9555101551](https://doi.org/10.1039/tf9555101551)
19. *Nicolaide, A.* (2003). A New Approach of Mathematical Modelling of Hysteresis Curves of Magnetic Materials. Revue Roumaine des Sciences Techniques, 48 (2-3), 221–233.
20. *Nicolaide, A.* (2007). An Approach to the Mathematical Modelling of the Hysteresis Curves of Magnetic Materials: The Mirror Curves. Revue Roumaine des Sciences Techniques, 52 (3), 301–310.
21. *Ponomarev, Yu. F.* (2007). K zakonu namahnychyvaniya Releia. Novaia matematycheskaia model petel hysterezyza. Fyzyka metallor y metallovedenye, 104 (5), 487–496.

Поступила (received) 08. 11. 2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Математичні моделі гістерезису/ М. М. Лутчин// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 50(1222). – С.8–13. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Математические модели гистерезиса/ Н. Н. Лутчин// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 50(1222). – С.8–13. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Mathematical models histeresys/ M. Lutchyn// Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2016. – No 50 (1222). – P.8–13. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2079-5459.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Микола Миколайович Лутчин – аспірант кафедри електричних мереж та систем Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»; пр. Перемоги, 37, Київ, Україна, 03056; e-mail: Lutchyn.m@gmail.com

Николай Николаевич Лутчин – аспірант кафедри електрических сетей и систем Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»; пр. Перемоги, 37, Київ, Україна, 03056; e-mail: Lutchyn.m@gmail.com

Mykola Lutchyn – graduate student of electrical networks and systems of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", e-mail: Lutchyn.m@gmail.com