

УДК 536-12:517.956.4:622

А. П. СЛЕСАРЕНКО, д-р физ.- мат. наук, проф., вед. н. сотр. Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины. Харьков;
И. Р. ВЕНГЕРОВ, канд. физ.-мат. наук, ст. н. сотр. Института Физики горных процессов НАН Украины, Донецк

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА В СИСТЕМЕ «МАССИВ-ПОЛОСТЬ»

В статье обоснована, сформулирована и исследована математическая модель сопряженного теплообмена в системе «однородный горный массив-сферическая полость с источниками тепла» для прогнозирования аварийной температурной динамики в полости. Система краевых задач теплопроводности решена приближенным и численным методами.

Ключевые слова: горный массив, полость, сопряженный теплообмен, численный метод.

Введение

Рассматриваемая математическая модель, имеющая общетеплофизическое значение, инициирована потребностью в разработке метода прогноза аварийной температурной динамики в замкнутой полости горного массива, в которой находятся горнорабочие (т.н. «нулевой» режим проветривания подземной горной выработки [1]).

В семидесятые годы прошлого века предпринимались попытки моделирования нулевого режима: рассматривался теплообмен в системе «замкнутая подземная полость – горный массив» [1,2,3]. В этих моделях не учитывались источники тепла в подземной полости и начальная температурная неоднородность горного массива.

В последнее десятилетие такие модели вновь привлекли к себе внимание, в связи с разработками «модулей – укрытий», размещаемых в горных выработках [4,5]. Актуальным является также построение таких моделей (сопряженного теплопереноса в системе «полость – массив» при наличии в полости источников тепла и массы и теплофизической неоднородности массива) в связи с проектированием и строительством подземных хранилищ радиоактивных отходов, подземных атомных электростанций и полигонов захоронения вредных веществ [6 – 9].

Вербальная формулировка модели

Рассматривается изолированная выработка, имеющая близкую к сферической форму, окруженная сплошным однородным (теплофизически) горным массивом. Теплоперенос в массиве осуществляется теплопроводностью. В полости процессы более сложны: поскольку слабое движение воздуха всё же присутствует, имеется вынужденная конвенция. Ввиду температурной неоднородности (различие температур воздуха и поверхности тела горнорабочих, воздуха вблизи кровли и почвы камеры) имеется естественная температурная конвекция. Работа системы терморегуляции организмов горнорабочих ведёт к выделению и испарению влаги (пота), т.е. имеют место также процессы массообмена.

© А. П. СЛЕСАРЕНКО, И. Р. ВЕНГЕРОВ, 2013

Моделирование процессов естественной конвекции в трубах и полостях правильных форм требует задания большого числа параметров, в шахтных условиях не известных и весьма сложных математических конструкций [10,11]. Моделирование теплообмена организма горнорабочего с окружающей средой, даже при упрощенном, инженерном подходе, также требует знания многих эмпирических (практически отсутствующих) данных [12, 13].

Эти обстоятельства диктуют изначальный отказ от попыток «учесть всё» и ограничения претензий на «строгость и окончательность» модели. Рассматривается упрощенная, «рамочная» модель, предпосылки построения которой следующие.

1. Теплоперенос в полости (область $\Omega_0^{(3)} = \{r \in (0, r_0)\}$) осуществляется теплопроводностью с эффективным коэффициентом температуропроводности $a_e = \lambda_0 / c_0$, где λ_0 – коэффициент теплопроводности воздуха, $c_0 = A^{-1} \rho c_p$ – эффективная теплоёмкость воздуха, зависящая от его плотности (ρ), удельной теплоёмкости при постоянном давлении (c_p) и теплового коэффициента влагообмена (A) [1]. 2. Выделение тепла организмом одного горнорабочего постоянно и соответствует состоянию покоя, составляя $Q_0 = 100$ ккал/час [14]. 3. Моменту начала нулевого режима ($\tau = 0$) соответствует время $t = t_1$ – продолжительность предварительного, технологического доаварийного периода охлаждения горного массива вентиляционным воздухом со средней температурой T_{B0} ($^{\circ}\text{C}$) при коэффициенте теплообмена его с массивом $-\alpha$ и начальной температуре массива на данной глубине T_n ($^{\circ}\text{C}$). 4. Реакция организма горнорабочего на повышение температуры и изменение газового состава воздуха в полости не рассматривается.

Численные значения параметров, используемые для оценок и расчётов приняты следующими. Для области $\Omega_0^{(3)}: r_0 = 2,0$ м, $V_0 = (4/3)\pi r_0^3 = 33,5$ м³ – объём полости, $\omega_0 = 0,15$ м³ – объём, занимаемый одним горнорабочим, $n = \{1, 2, 3\}$ – варианты количества горнорабочих в полости, $w_0 = Q_0 n / (V_0 - \omega_0 n)$ – плотность источников тепла в полости (ккал/м³ · час), $\rho = 1,206$ кг/м³, $c_p = 0,241$ ккал/кг. град. $\lambda_0 = 2,11 \cdot 10^{-2}$ ккал/м. час. град – теплофизические параметры воздуха [367], $A = 0,4$ – тепловой коэффициент влагообмена А.Ф.Воропаева [1]. Для области $\Omega_0^{(3)} = \{r \in (r_0, r_n(\tau))\} (r_n(\tau) = r_0 + \delta_3(\tau); \delta_3(\tau) = 4\sqrt{a_m \tau})$: $\lambda_m = 1,5$ ккал/м. час. град, $a_m = 27,0 \cdot 10^{-4}$ м²/час – теплофизические параметры массива [1], $t_1 = \{t_{1i}\} = \{t_{11}, t_{12}, t_{13}\}$ – варианты продолжительности периодов предварительного (доаварийного) охлаждения горного массива ($t_{11} = 1$ год, $t_{12} = 5$ лет, $t_{13} = 10$ лет), $T_{B0} = 18,0^{\circ}\text{C}$ – средняя температура вентиляционного воздуха в период предварительного охлаждения, $T_n = 45^{\circ}\text{C}$ – температура горного массива вне зоны влияния выработки, $\alpha = 15,0$ ккал/ м². час. град – коэффициент теплообмена на этапе предварительного охлаждения, $Bi = \alpha r_0 / \lambda_m = 20,0$ – безразмерное число Био, $Fo_i = \{Fo_{ii}\} (i = \overline{1,3})$ – безразмерные числа Фурье, соответствующие временам $t_{ii}: Fo_{ii} = a_m t_{ii} / r_0^2, Fo_{11} = 10; Fo_{12} = 50; Fo_{13} = 100$; продолжительность нулевого режима $\tau_0 = 5$ суток = 120 часов.

Математическая формулировка модели

Модель нулевого режима формулируем как краевую задачу теплопроводности в двухслойной системе $\{\Omega_0^{(3)}, \Omega_0^{(3)}\}$. Уравнение теплопроводности в области $\Omega_0^{(3)}$:

$$c_0 \frac{\partial T_0}{\partial \tau} = \frac{\lambda_0}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_0}{\partial r} \right) + W_0, \quad T_0 = T_0(r, \tau), \quad r \in (0, r_0), \tau \in (0, \tau_0), \quad (1)$$

где $c_0 = A^{-1} \rho c_p$, а краевые условия к (13.138) имеют вид:

$$T(r, 0) = T_{B0}, T(r_0, \tau) = T_{CT}(\tau) = T_m(r_0, \tau), (\partial T_0 / \partial r)_{r=0} = 0. \quad (2)$$

Второе из условий (2) вводит неизвестную заранее температура поверхности горного массива $T_{CT}(\tau)$ – функцию склейки температурных полей в полости ($T_0(r, \tau)$) и в массиве ($T_m(r, \tau)$). Это условие – первое из граничных условий четвертого рода, характерных для слоистых моделей. Второе условие – склейки потоков тепла на границе слоёв (областей $\Omega_0^{(3)}$ и $\Omega_8^{(3)}$) – имеет вид:

$$q_0^{(+)}(\tau) = q_m^{(-)}(\tau), q_0^{(+)}(\tau) = \lambda_0 \frac{\partial T_0}{\partial r} \Big|_{r=r_0}, \quad (3)$$

$$q_m^{(-)}(\tau) = \lambda_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \Big|_{r=r_0}, \quad \tau \in (0, \tau_0).$$

В области $\Omega_8^{(3)}$ (в горном массиве) имеем уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T_m}{\partial \tau} = \frac{a_m}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_m}{\partial r} \right), T_m = T_m(r, \tau), r \in (r_0, r_a(\tau)), \tau \in (0, \tau_0) \quad (4)$$

и краевые условия к нему:

$$T_{mi}(r, 0) = \Phi_{mi}(r) \quad (i = \overline{1, 3}), \quad r \in (r_0, r_a(\tau)),$$

$$T_m(r_0, \tau) = T_{CT}(\tau), \quad T_m(r_a(\tau), \tau) = \Phi_m(r_a(\tau_0)).$$

Здесь $\Phi_{mi}(r)$ начальное (для нулевого режима) распределение температуры в горном массиве, соответствующее температурному полю, сформировавшемуся в нём к моменту $t = t_{ii}$ (к концу периода предварительного охлаждения).

Сделаем некоторые оценки. Поскольку $\delta_3(\tau) = 4\sqrt{a_m \tau}$, то максимальная ширина прогретой зоны в массиве (обусловленной тепловыделением и подъёмом температуры воздуха в полости) будет $\delta_3(\tau_0) = 4\sqrt{a_m \tau_0} = 4\sqrt{27 \cdot 10^{-4} \cdot 120} \approx 2,25$ (м). В области $\Omega_8^{(3)} = \{r \in (r_0, r_0 + 2,25)\}$ массива температура в ходе нулевого режима ($\tau \in (0, \tau_0)$) будет меняться, а вне её (при $r > r_0 + 2,25$), в силу применения «принципа замораживания» - оставаться постоянной по времени и зависящей от r согласно решению краевой задачи предварительного охлаждения массива на промежутке $t \in (0, t_{ii})$. Охлажденная зона в массиве к моменту времени $t = t_{ii}$ будет иметь ширину $\delta_m(t_{ii}) = 4\sqrt{a_m t_{ii}}$, т.е. для $i = \overline{1, 3}$ составит, соответственно, 19,5м, 43,6м, 61,5м. Поскольку даже для $\delta_{mmin} = \delta_m(t_{ii}) = 19,5$ м имеем $\delta_3(\tau_0) \ll \delta_{mmin}$, решение краевой задачи предварительного охлаждения массива (приведенное в [15]) аппроксимируем в области $r \in (r_0, r_0 + 2,25)$ прямыми.

Используем номограмму (для $Ku(Bi, Fo)$, построенную по аналитическому решению третьей краевой задачи охлаждения горного массива (области $\Omega_+^{(2)}$) [15]. При $Bi = 20$ и $Fo^{(1)} = 10$ (один год), $Fo^{(2)} = 50$ (пять лет), $Fo^{(3)} = 100$ (десять лет) из номограммы находим: $Ku^{(1)} = 0,5$; $Ku^{(2)} = 0,35$; $Ku^{(3)} = 0,31$. Поскольку $Ku = Bi \theta_{cT}$, где $\theta_{cT} = (T_{cT}(t) - T_{B0}) / (T_n - T_{B0})$ – безразмерная температура стенки выработки, соответственно находим $\theta_{cT}^{(i)} = Bi^{-1} Ku^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$), т.е. $\theta_{cT}^{(1)} = 0,025$; $\theta_{cT}^{(2)} = 0,0175$; $\theta_{cT}^{(3)} = 0,0155$. Поскольку $T_n - T_{B0} = 45 - 18 = 27$ ($^{\circ}C$), отсюда следует, что

$$T_{cT}^{(1)} = (T_{B0} + 0,68) \text{ } ^{\circ}C; T_{cT}^{(2)} = (T_{B0} + 0,47) \text{ } ^{\circ}C; T_{cT}^{(3)} = (T_{B0} + 0,42) \text{ } ^{\circ}C; \quad (5)$$

С достаточной для инженерных расчетов точностью, на основе (5), далее полагаем что во всех случаях температура стенки совпадает с температурой воздуха.

Отсюда, из найденных значений $ka^{(i)}$, и принятой аппроксимации температурных полей массива в начальный момент периода нулевого режима $\varphi_{mi}(r)$ следует:

$$\varphi_{mi}(x) = T_{B0} + (T'_{\Pi}(t_{1,i}) - T_{B0}) \frac{x}{x_a}, \quad (6)$$

$$x = r - r_0, \quad r \in [r_0, r_a(\tau_0)], \quad x_a = r_a(\tau_0) - r_0 = 2,25(\text{м}).$$

В (6) :

$$T'_{\Pi}(t_{1,1}) = 33,2^{\circ}\text{C}, \quad T'_{\Pi}(t_{1,2}) = 28,6^{\circ}\text{C}, \quad T'_{\Pi}(t_{1,3}) = 27,4^{\circ}\text{C}. \quad (7)$$

Из (7) видно, что $(T'_{\Pi}(t_{1,1}) - T'_{\Pi}(t_{1,2})) / 4 = 4,6 / 4 = 1,15(^{\circ}\text{C})$, т.е. изменение температуры T'_{Π} за один месяц менее $0,1^{\circ}\text{C}$. Это подтверждает гипотезу о «замороженности» фонового (возникшего во время предварительного охлаждения массива) температурного поля на протяжении всего периода τ_0 нулевого режима ($\tau_0 = 120$ часов).

Решение для области $\Omega_0^{(3)}$ (сферическая полость)

Решение для области $\Omega_0^{(3)}$ будем искать методами усреднения и аппроксимации. Плотность внутренних источников тепла в $\Omega_0^{(3)} - w_0$ зависит от количества горнорабочих в полости n . Рассматриваем случаи $n=1, n=2$ и $n=3$ и получаем формулу

$$W_0 = W_0(n) = 2,985n(1 + 0,0448n). \quad (8)$$

Из (8) находим: $W_0(1) = 3,12$; $W_0(2) = 6,50$; $W_0(3) = 10,16$ (ккал/м³.час).

Интегрируем уравнение (4) по области $\Omega_0^{(3)}$ и получаем:

$$\frac{d\bar{T}_0(\tau)}{d\tau} = -\frac{3}{r_0 c_0} q_0^{(+)}(\tau) + \frac{W_0(n)}{c_0}, \quad \tau \in (0, \tau_0), \quad (9)$$

где

$$\bar{T}_0(\tau) = \frac{4\pi \int_0^{r_0} (r')^2 dr' T_0(r', \tau)}{|\Omega_0^{(3)}|}, \quad |\Omega_0^{(3)}| = \frac{4}{3}\pi r_0^3. \quad (10)$$

Используем степенную (по r) аппроксимацию поля $T_0(r, \tau)$

$$\hat{T}_0(r, \tau) = T_0(\tau) - [T_0(\tau) - T_{cT}(\tau)] \left(\frac{r}{r_0} \right)^m, \quad m \geq 2, \quad r \in [0, r_0], \quad (11)$$

удовлетворяющую граничным условиям (1) и содержащим неизвестную функцию $T_0(\tau) = \hat{T}_0(0, \tau)$. Полагаем, усредняя (11) по области $\Omega_0^{(3)}$ и приравнявая средние величины

$$\bar{T}_0(\tau) = \langle \hat{T}_0(r, \tau) \rangle_{\Omega_0^{(3)}} = \left(1 - \frac{3}{m+3} \right) T_0(\tau) + \left(\frac{3}{m+3} \right) T_{cT}(\tau). \quad (12)$$

Учитывая фактическое перемешивание воздуха в области $\Omega_0^{(3)}$, полагаем температурный профиль в полости «квазисредним» (по аналогии с квазистержневым скоростным профилем в выработке), формализуя это предположение условием $3/(m+3) = 0,1$. Из последнего следует:

$$\bar{T}_0(\tau) = 0,9T_0(\tau) + 0,1T_{cT}(\tau), \quad m = 27,0. \quad (13)$$

В итоге имеем четыре неизвестные функции: $\bar{T}_0(\tau), T_0(\tau), T_{cT}(\tau), q_0^{(+)}(\tau)$. Для их определения необходимы четыре уравнения, два из которых – (9) и (13). Два недостающих уравнения даёт граничное условие четвертого рода на границе области $\Omega_0^{(3)}$ с областью $\Omega_0^{(2)}$: это второе из условий (2) и (3). Чтобы воспользоваться ими, необходимо найти решение для области $\Omega_0^{(3)}$.

Решение для области $\Omega_8^{(3)}$ (горный массив)

Поскольку аналитическое решение для переменной (расширяющейся со временем) области $\Omega_8^{(3)}$ можно априори считать избыточно сложным, используем для

функции $T_m(r, \tau)$ экспоненциальную аппроксимацию температурного поля, принимающую, в данном случае, вид:

$$\hat{T}_{m,i}(r, \tau) = \varphi_{m,i}(x) - \left[\varphi_{m,i}(x) - T_{cT,i}(\tau) \right] \exp \left[-\beta_3(Fo) \left(\frac{r-r_0}{\delta_3(t)} \right) \right], \quad (14)$$

где $i=1,2,3$ соответствуют t_{1i} , а $\varphi_{m,i}(x)$ и $T'_{\Pi}(t_{1i})$ даны (6) и (7). Выражение (14) можно представить в виде:

$$\hat{T}_{m,i}(x, r, \tau) = \varphi_{m,i}(x) - \left[\varphi_{m,i}(x) - T_{cT,i}(\tau) \right] \exp \left[-B_3(Fo) \left(\frac{r}{r_0} - 1 \right) \right], \quad (7)$$

где x играет роль параметра, постоянного при дифференцировании в по r , а

$$B_3(Fo) = \frac{\beta_3(Fo)}{4\sqrt{Fo}} = (Fo)^{-0.5} [2,844 - 0,760 \exp(-0,852Fo) - 1,193 \exp(-0,026Fo)] \quad (15)$$

Поскольку $Fo_{max} = Fo_0 = a_m \tau_0 / r_0^2 = 0,081$ и $0,852 \times 0,081 = 0,069 \ll 1,0$, в (15) можно разложить экспоненты в ряды и ограничиться двумя первыми членами разложений. Выражение для $B_3(Fo)$ тогда упрощается:

$$B_3(Fo) = Fo^{-0.5} [0,891 + 0,678Fo], \quad Fo \in [1,35 \cdot 10^{-3}; 81,0 \cdot 10^{-3}] \quad (16)$$

Изменению Fo в (16) соответствует изменение τ от 2-х часов до 5-ти суток.

Численное решение сопряженной задачи

Находим $q_m^{(-)}(x, \tau)$:

$$q_m^{(-)}(x, \tau) = \lambda_m \left. \frac{\partial \hat{T}_{m,i}(x, r, \tau)}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \lambda_m \left[\varphi_{m,i}(x) - T_{cT,i}(\tau) \right] \frac{B_3(Fo)}{r_0} \quad (17)$$

Для $q_0^{(+)}(\tau)$ имеем:

$$q_0^{(+)}(\tau) = \lambda_0 \left. \frac{\partial \hat{T}_0(r, \tau)}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \lambda_0 m \left[T_{cT,i}(\tau) - T_0(\tau) \right] \frac{1}{r_0}. \quad (18)$$

Из граничного условия $q_0^{(+)}(\tau) = q_m^{(-)}(x, \tau)$ находим:

$$T_{cT,i}(\tau) = \left(1 + \frac{B_3(Fo) \lambda_m}{m \lambda_0} \right)^{-1} \left[T_0(\tau) + \left(\frac{B_3(Fo) \lambda_m}{m \lambda_0} \right) \varphi_{m,i}(x) \right]. \quad (19)$$

Исключив из системы уравнений (13) и (19) функцию $T_0(\tau)$, получаем:

$$T_{cT,i}(\tau) = \frac{\bar{T}_0(\tau) + 0,9s(Fo) \varphi_{m,i}(x)}{1 + 0,9s(Fo)}, \quad s(Fo) = \frac{\lambda_m B_3(Fo)}{\lambda_0 m}. \quad (20)$$

Подстановка (20) в (17) даёт:

$$q_m^{(-)}(\tau) = \frac{m \lambda_0 s(Fo)}{r_0} \left[\frac{\varphi_{m,i}(x) - \bar{T}_0(\tau)}{1 + 0,9s(Fo)} \right], \quad (21)$$

а подстановка (21) в (9):

$$\frac{d\bar{T}_0(Fo)}{dFo} = K_C \left[\left(\frac{3B_3(Fo)}{1 + 0,9s(Fo)} \right) \left(\varphi_{m,i}(x) - \bar{T}_0(Fo) \right) + \frac{W_0(n) r_0^2}{\lambda_M} \right], \quad K_C = \frac{c_M}{c_0}. \quad (22)$$

Поскольку $\varphi_{m,i}(x)$ определена (6), где параметр $x = x(Fo) = \delta_3(Fo) = 4r_0 \sqrt{Fo}$, учёт последнего соотношения и численных значений величин, входящих в (22), даёт:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{T}(Fo)}{dFo} &= 2035,763 \tilde{W}_0(n) + \\ &+ \left[\frac{2040,598 + 1552,778Fo}{2,111 + 1,607Fo + \sqrt{Fo}} \right] \left[18 + (T'_{\Pi} - 18) \cdot 3,514 \sqrt{Fo} - \bar{T}_0(Fo) \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

В полученном обыкновенном дифференциальном уравнении с переменными коэффициентами (23) содержатся два режимных параметра: n – число горнорабочих в полости $\Omega_0^{(3)}$ и $T'_{\Pi} = T'_{\Pi}(t_{1i})$ – температуры на границе теплового погранслоя $r = r_a(\tau_0)$,

обусловленные предшествующим технологическим режимом. В (23) размерность $\bar{w}_0(n)$ – градусы Цельсия, а их численные значения: $\bar{w}_0(1) = 3,12$; $\bar{w}_0(2) = 6,50$; $\bar{w}_0(3) = 10,16$. Величины $T'_{\text{П}i}$ ($i = \overline{1,3}$): $T'_{\text{П}1} = 33,2^\circ\text{C}$, $T'_{\text{П}2} = 22,6^\circ\text{C}$, $T'_{\text{П}3} = 27,4^\circ\text{C}$.

Уравнение (23) решаем численно, вводя дискретную шкалу безразмерного времени:

$$\begin{aligned} Fo \rightarrow Fo_j &= 1,35 \cdot 10^{-4} \cdot j, \\ \Delta Fo &= Fo_{j+1} - Fo_j = 1,35 \cdot 10^{-4}, j = \overline{0,600}. \end{aligned} \quad (24)$$

Левая часть уравнения (23) записывается в виде:

$$\frac{\bar{T}_0(Fo_{j+1}) - \bar{T}_0(Fo_j)}{\Delta Fo}, \quad \bar{T}_0(Fo_0) = \bar{T}_0(0) = T_{\text{В}0} = 18^\circ\text{C}. \quad (25)$$

Расчёт значений $\bar{T}_0(Fo_j)$ осуществлялся по конечно – разностной аппроксимации уравнения (23):

$$\begin{aligned} \bar{T}_0(Fo_{j+1}) &= \bar{T}_0(Fo_j) + 0,2748 \bar{w}_0(n) + \\ &+ \left(\frac{0,2775 + 0,2906 Fo_j}{2,111 + 1,607 Fo_j + \sqrt{Fo_j}} \right) [18 - \bar{T}_0(Fo_j)] + 3,514 (T'_{\text{П}i} - 18) \sqrt{Fo_j} \end{aligned} \quad (25)$$

при постоянном временном шаге $\Delta Fo = 1,35 \cdot 10^{-4}$. Результаты расчётов по (25) для

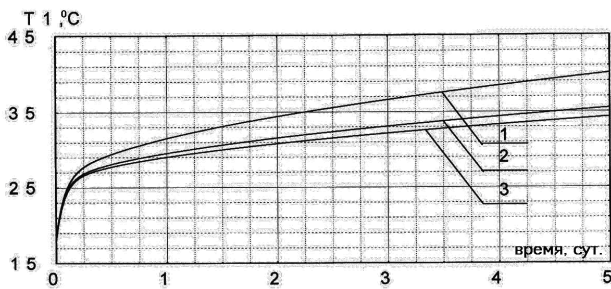


Рис.1 - Температурная динамика в полости n=1

случаев:

1) $n=1$, $T'_{\text{П}1} = 33,2^\circ\text{C}$,

$T'_{\text{П}2} = 28,6^\circ\text{C}$, $T'_{\text{П}3} = 27,4^\circ\text{C}$;

2) $n=2$ (при тех же значениях $\bar{T}_0(i = \overline{1,3})$);

3) $n=3$ (при тех же \bar{T}_0) приведены,

соответственно, на рисунках 1,2,3, где $T1 = \bar{T}_0(n=1)$, $T2 = \bar{T}_0(n=2)$, $T3 = \bar{T}_0(n=3)$, а номера кривых 1,2,3 - соответствуют временам предварительного охлаждения массива в один год, пять и десять лет.

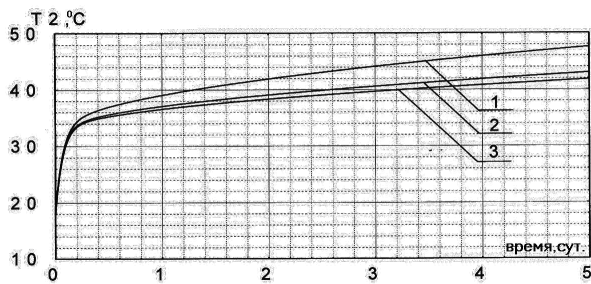


Рис.2 - Температурная динамика в полости n=2

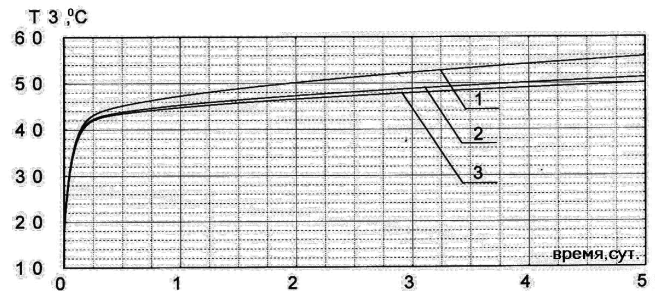


Рис. 3 - Температурная динамика в полости n=3

Выводы

Из результатов математического моделирования температурной динамики в замкнутой полости массива, представленных на рис. 1-3 следует:

1. Во всех случаях температуры растут вначале быстро (примерно первые шесть часов), а затем – достаточно медленно;

2. Рост температур на первом этапе определяется величиной n : при $n=1$ они достигают значений $27 \div 28^\circ\text{C}$, при $n=2$ – $34 \div 35^\circ\text{C}$, при $n=3$ – $42 \div 44^\circ\text{C}$.

3. Этот рост обусловлен наличием источников тепла, при том, что стоки тепла (уход его в массив) в этот период ещё не эффективны;

4. На протяжении последующего периода времени температурная динамика определяется совместным действием источников и стоков тепла.

5. Влияние времени предварительного охлаждения массива свыше пяти лет несущественно.

Список литературы: 1. Венгеров И. Р. Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. – Монография в 2-х том. том 1 / И. Р. Венгеров.-Донецк: Норд-Пресс.- 2008.– 632с. 2. Венгеров И. Р. Теплофизика шахт и рудников. Математические модели. – онография в 2-х том. том 2 / И. Р. Венгеров. - Донецк: Донбасс. – 2012. – 685 с. 3. Мельник В. К. Моделирование температурного режима при остывании зоны внутренних взрывов / В. К. Мельник, Ю. П. Добрянский, А. Н. Щербань // ДАН УССР, Сер. А., 1978, № 12, С. 1129-1132. 4. Ильинский Э. Г. Требование к оборудованию и размещению камер убежищ в горной выработке / Э. Г. Ильинский, Е. И. Конопелько, В. К. Овчаров // В кн.: Материалы II-й научно-практ. конф. «Пути повышения безопасности горных работ в угольной отрасли». – Макеевка. – МакНИИ. – 2007. – С. 65-67. 5. Голик А. С. Обеспечение безопасности жизнедеятельности в аварийных условиях на угольных шахтах / А. С. Голик, В. А. Зубарова, А. С. Апальков // Безопасность жизнедеятельности. – 2009. - № 7. – С. 10-12. 6. Черняк В. П. Теплофизическое обеспечение безопасной изоляции радиоактивных отходов / В. П. Черняк. – Промышленная теплотехника. – 2000, т. 22, № 3. – С. 47-51. 7. Абубекеров Р. А. Основа будущей энергетики Украины – в строительстве региональных подземных атомных электростанций на базе судового оборудования и судостроительных технологий / Р. А. Абубекеров, Е. Д. Домашев, В. Е. Домашев и др. // Промышленная теплотехника. – 2000, т. 22, № 5-6. – С. 92-97. 8. Лаверов Н. П. Проблемы безопасного хранения облученного ядерного топлива: геологогеохимические аспекты / Н. П. Лаверов, В. И. Величкин, Б. И. Омеляненко, С. В. Юдинцев // Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология. – 2006. - № 4. – С. 293-304. 9. Амосов П. В. Диффузионный перенос радионуклидов в инженерных барьерах объектов долговременного хранения отработанного ядерного топлива и захоронения радиоактивных отходов / П. В. Амосов, А. В. Наумов, Н. В. Новожилова // Геоэкология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геокриология. – 2008. - № 3. – С. 244-252. 10. Бежан А. Теплообмен при вынужденной и свободной конвекции в горизонтальном канале с различно нагретыми концами / Пер. с англ. – А. Бежан, Дж. Имбергер // Теплопередача. – 1979, т. 101, № 3. – С 40-46. 11. Травкин В. С. Стационарная естественная конвекция в полости с переменной температурой стенки / В.С. Травкин. В кн.: Теплообмен в одно- и двухфазных средах // Сб-к научн. трудов ИТТФ АН УССР. – Киев: Наукова думка. – 1981. – С. 15-19. 12. Марийчук И. Ф. Теплообменные процессы в аккумуляторе холода противотепловой одежды / И. Ф. Марийчук, В. Н. Попов, В. О. Положий, А. А. Онасенко // Горноспасательное дело. – 2007, вып. 44. – С. 139-146. 13. Щербань А. Н. Новый метод оценки комфортных условий труда горнорабочих в шахтах / А. Н. Щербань, А. В. Примак, В. Н. Поляков // Уголь. – 1972, № 12. – С. 9-12. 14. Витте Н. К. Тепловой обмен человека и его гигиеническое значение / Н.К. Витте. – Киев: Медгиз. – 1956. – 144 с. 15. Щербань А. Н. Научные основы расчета и регулирования теплового режима глубоких шахт. – В 2-х томах, том 1 / А. Н. Щербань, О. А. Кремнев // Киев: АН УССР. – 1959. – 430 с.

Надійшла до редколегії 12.01.2013

УДК 536-12:517.956.4:622

Математическое моделирование сопряженного теплообмена в системе «массив-полость» / А. П. Слесаренко, И. Р. Венгеров. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Х: НТУ «ХПІ», – 2013. - № 4 (978). – С. 157-164. – Бібліогр.:15 назв.

У статті обґрунтована, сформульована і досліджена математична модель сполученого теплообміну в системі "однорідний гірський масив - сферична порожнина з джерелами тепла" для прогнозування аварійної температурної динаміки в порожнині. Система крайових задач теплопровідності вирішена наближеним і чисельним методами.

Ключові слова: гірничий масив; порожнина; сполучений теплообмін; чисельний метод.

In the paper a mathematical model of conjugate heat transfer in the “homogeneous mountain – spherical cavity with heat source” is justified, formulated, and studied in order to predict the emergency temperature dynamics in the cavity. The system of heat-conduction boundary problems is solved by approximate and numerical methods.

Keywords: maintain; cavity; conjugate heat transfer; numerical method

УДК: 517.53

І. П. КШАНОВСЬКИЙ, канд. фіз.-мат.наук, ст. викл., НУ " Львівська політехніка", Львів

КРИТЕРІЙ СКІНЧЕННОСТІ λ -ТИПУ АНАЛІТИЧНИХ В ПРОКОЛЕНІЙ ПЛОЩИНІ ФУНКЦІЙ

Отримано критерій скінченності λ -типу аналітичної в проколеній площині функції f в термінах коефіцієнтів Фур'є логарифма її модуля у випадку обмеження на зростання двопараметричної характеристики $T(s, r, f)$.

Ключові слова: аналітична функція, двозв'язна область, характеристика Неванлінни

Вступ

В класичній теорії цілих та мероморфних функцій зростання максимуму модуля функції порівнюється зі степеневими або близькими до них функціями типу $r^{\rho(r)}$, де $\rho(r)$ – уточнений порядок. В 60-х роках минулого століття Л. Рубел та Б. Тейлор розвинули метод рядів Фур'є, який дозволив вивчати класи цілих та мероморфних функцій з обмеженнями на зростання, що задаються довільними додатними, неперервними, зростаючими, необмеженими функціями $\lambda(r)$. Такі функції $\lambda(r)$ називаються функціями зростання.

Значна частина задач теорії розподілу значень потребує вивчення властивостей мероморфних функцій у двозв'язних областях. Відомо, що кожна двозв'язна область конформно еквівалентна деякому кільцю, проколеному колу чи проколеній площині. При перенесенні теорії Неванлінни мероморфні функції в кільці, проколеній площині чи проколеному колу найновішими є підходи А. Кондратюка, А. Християнина та І. Кшановського. Зокрема, А. Кондратюк ввів двопараметричну характеристику $T(s, r, f)$ для функцій мероморфних у вищезгаданих областях та поширив цю характеристику на субгармонійні функції [1]. В [2] отримано критерій скінченності λ -типу аналітичної в проколеній площині функції в термінах коефіцієнтів Фур'є логарифма модуля цієї функції у випадку, коли обмеження на зростання однопараметричної характеристики $T_0(r, f)$ задається функцією зростання $\lambda(r)$.

В даній роботі отримано критерій скінченності λ -типу аналітичної в проколеній площині функції у випадку обмеження на зростання її двопараметричної характеристики $T(s, r, f)$.

Означення та позначення

Нехай f – мероморфна функція в проколеній площині $A = \{z : 0 < |z| < +\infty\}$.

© І. П. КШАНОВСЬКИЙ, 2013