

УДК 539.3

doi:10.20998/2413-4295.2016.42.14

## УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ЛОПАТОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**С. А. МОРГУН**

Кафедра Инженерной механики и технологии машиностроения, Национальный университет кораблестроения им. адмирала Макарова, г. Николаев, УКРАИНА  
e-mail: technolgnuk@rambler.ru

**АННОТАЦИЯ** Изложена методика построения конечно-элементной модели лопаточных конструкций, имеющих широкое распространение в энергомашиностроении. С использованием трехмерных криволинейных конечных элементов решена задача определения собственных частот колебаний лопаток турбины. Получена лучшая сходимость численного решения по сравнению с использованием моделей на основе распространенных типов конечных элементов. Также результаты численного решения хорошо согласуются с экспериментальными данными.

**Ключевые слова:** трехмерные конечные элементы; лопатки турбомашин; частоты собственных колебаний; численное решение; сходимость; экспериментальные данные.

## THE BLADES CONSTRUCTIONS FINITE ELEMENTS MODELS DEVELOPMENT

**S. MORGUN**

Department of Engineering mechanics and technology of machine building, National university of shipbuilding named after admiral Makarov, Nikolaev, UKRAINE

**ABSTRACT** The problem of turbine engines blades finite elements models development has been studied. All calculations have been provided for the turbine blades constructions that are widely spread in the power-plant engineering. The matter is that turbine blades have constructional non-homogeneity, which hardly ever could be correctly explained, using well-known finite elements and their mathematical dependences. On the other hand, the mathematical model should be as simple as possible for the purpose of its wide usage in the process of blades design. That is why the new finite elements model, which consists of three-dimensional curvilinear isoparametric finite elements, has been developed. It has been used for the free oscillation frequencies calculation. The whole model can be divided into three sections according to the three types of elements, used for the blade's feather and two types of its conversion description. Such approach gives an opportunity to describe the whole blade as the superposition of the developed sections and make the process of turbine blades free oscillation frequencies spectrum calculation more correct and even compact. It has already been found that the convergence of turbine blades free oscillation frequencies calculations is much faster. The comparison was provided between the mathematical model, developed on the base of upper mentioned finite elements and the models, based on the two widespread types of elements such as "tetrahedron" and "prismatic". It is also should be known that the results of the turbine blades frequencies calculation are close to the experimental data when the developed finite elements are used. The developed three-dimensional finite elements of curvilinear type and the mathematical model, based on them could be used for the turbine and compressor blades stress-strained problem solution.

**Keywords:** three-dimensional finite elements; turbine blades; free oscillation frequencies; numeric calculation; convergence; experimental data.

### Введение

С момента появления метода конечных элементов (МКЭ) одной из сфер его применения были расчеты на прочность. Свойства конечно-элементных моделей определяются используемыми конечными элементами. В зависимости от сложности исследуемых конструкций возникает необходимость использовать имеющиеся или разрабатывать новые конечные элементы.

Лопатки являются составными частями для многих изделий, используемых в энергомашиностроении. Детали данного типа обладают высокой трудоемкостью при изготовлении, что, в свою очередь, обусловлено появлением конструктивной неоднородности во время их формообразования. Поэтому вопросы, связанные с рациональным проектированием подобных

конструкций на основе метода конечных элементов, нашли свое отражение в работах ряда авторов. Так в работах [1, 2] при помощи МКЭ исследуются как охлаждаемые, так и не охлаждаемые лопатки турбины, однако, недостатком предложенных методик является то, что перо лопатки, а тем более его полость не могут быть корректно смоделированы двумерными конечными элементами. Это, в свою очередь, снижает достоверность полученных результатов. Поэтому в ряде работ [3 – 5] используются трехмерные конечно-элементные модели лопаток. Так в [3] при моделировании пера лопатки применяются четырехузловые конечные элементы оболочечного типа, а для бандажной полки и замковой части – восьмиузловые призматические элементы. При исследовании лопаточных венцов в работе [4] для конечно-элементной аппроксимации использовались восьмиузловые призматические

элементы, а в [5] – четырехузловые элементы секторного типа. Комплексные исследования лопаточного аппарата турбомашин при помощи МКЭ в трехмерной постановке проводились Ю.С. Воробьевым [6 – 8].

Анализ приведенных выше работ позволяет сделать вывод о том, что метод конечных элементов обладает наибольшей вычислительной точностью только в случае рационального выбора всех типов элементов, описывающих составные части лопатки. Поэтому задача разработки уточненных математических моделей лопаточных конструкций с использованием трехмерных конечных элементов, учитывающих все их конструктивные особенности, является актуальной.

### Цель работы

Целью работы является построение уточненных конечно-элементных моделей лопаток турбомашин с использованием трехмерных криволинейных конечных элементов. Следует отметить, что конструкция пера лопатки, являющаяся сложной пространственной криволинейной поверхностью, представляет особый интерес. Остальные конструктивные части лопатки, такие как хвостовик, полка и бандажи вполне удовлетворительно могут быть описаны стандартным набором восьмиузловых призматических конечных элементов [9].

### Изложение основного материала

**Постановка задачи.** Рассматривается задача определения собственных частот колебаний неохлаждаемой рабочей лопатки турбины. Исследуемая лопатка расположена в прямоугольной системе координат  $xuz$  с началом в центре масс корневого сечения, которая вращается вместе с лопаткой с угловой скоростью  $\Omega$ . Ось  $z$  направлена по радиусу от оси вращения ротора турбины, а ось  $x$  – параллельна оси вращения (рис. 1).

Колебания трехмерной конечно-элементной модели твердого тела могут быть описаны при помощи вариационного принципа Лагранжа II рода:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0, \quad (1)$$

$$i = (1, \dots, n)$$

где  $L = \Pi - T$  – функция Лагранжа;  $\Pi$  – потенциальная энергия деформации элемента;  $T$  – кинетическая энергия колебаний элемента;  $q_i$  – обобщенная координата  $i$ -го узла;  $n$  – число узлов элемента.

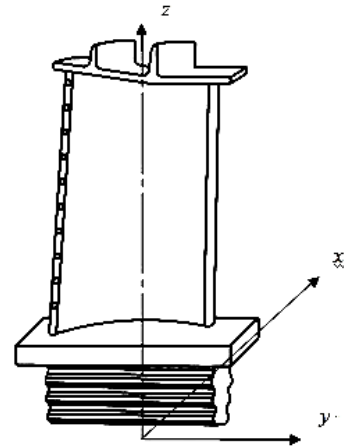


Рис.1 – Рабочая лопатка турбины в декартовой системе координат

На основе зависимостей, приведенных в работе [6], потенциальная энергия деформации конечно-элементной модели вычисляется так:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{D}_\sigma \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{1}{2} \iiint_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\delta}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{K}$  – матрица жесткости рассматриваемого конечного элемента;

$\boldsymbol{\delta}$  – вектор обобщенных перемещений узлов элемента.

Кинетическая энергия определяется следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{B}^T \mathbf{N}^T \mathbf{B} \mathbf{N} \boldsymbol{\delta} dV = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\delta}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\delta}), \quad (3)$$

где  $\mathbf{M}$  – матрица масс рассматриваемого конечного элемента.

**Решение задачи.** Разработанный для решения данной задачи трехмерный конечный элемент обладает свойствами, как криволинейного оболочечного элемента, так и криволинейного переходного. Три его модификации приведены ниже на рис.2.

Конечный элемент EL1A имеет восемь узлов на срединной поверхности: по пять степеней свободы в каждом узле.

Переход от глобальной системы координат лопатки к локальной системе координат элемента представлен ниже:

$$\begin{Bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{Bmatrix} = \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1+\zeta}{2} \begin{Bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \\ x_i^3 \end{Bmatrix} + \sum N_i(\xi, \eta) \frac{1-\zeta}{2} \begin{Bmatrix} x_i^1 \\ x_i^2 \\ x_i^3 \end{Bmatrix}, \quad (4)$$

$$i = (1, 2, \dots, 8)$$

где  $(x^1, x^2, x^3) = (x, y, z)$  – декартовы координаты элемента;

$(x_i^1, x_i^2, x_i^3)$  – декартовы координаты узла  $i$ ;  $(\zeta, \xi, \eta)$  – криволинейные координаты элемента  $(-1 \leq \xi \leq 1; -1 \leq \zeta \leq 1; -1 \leq \eta \leq 1)$ ;

$N_i(\eta, \xi)$  – функции формы рассматриваемого элемента.  $N_i(\eta, \xi) = 1$  в узле  $i$ . В других узлах  $N_i(\eta, \xi) = 0$ .

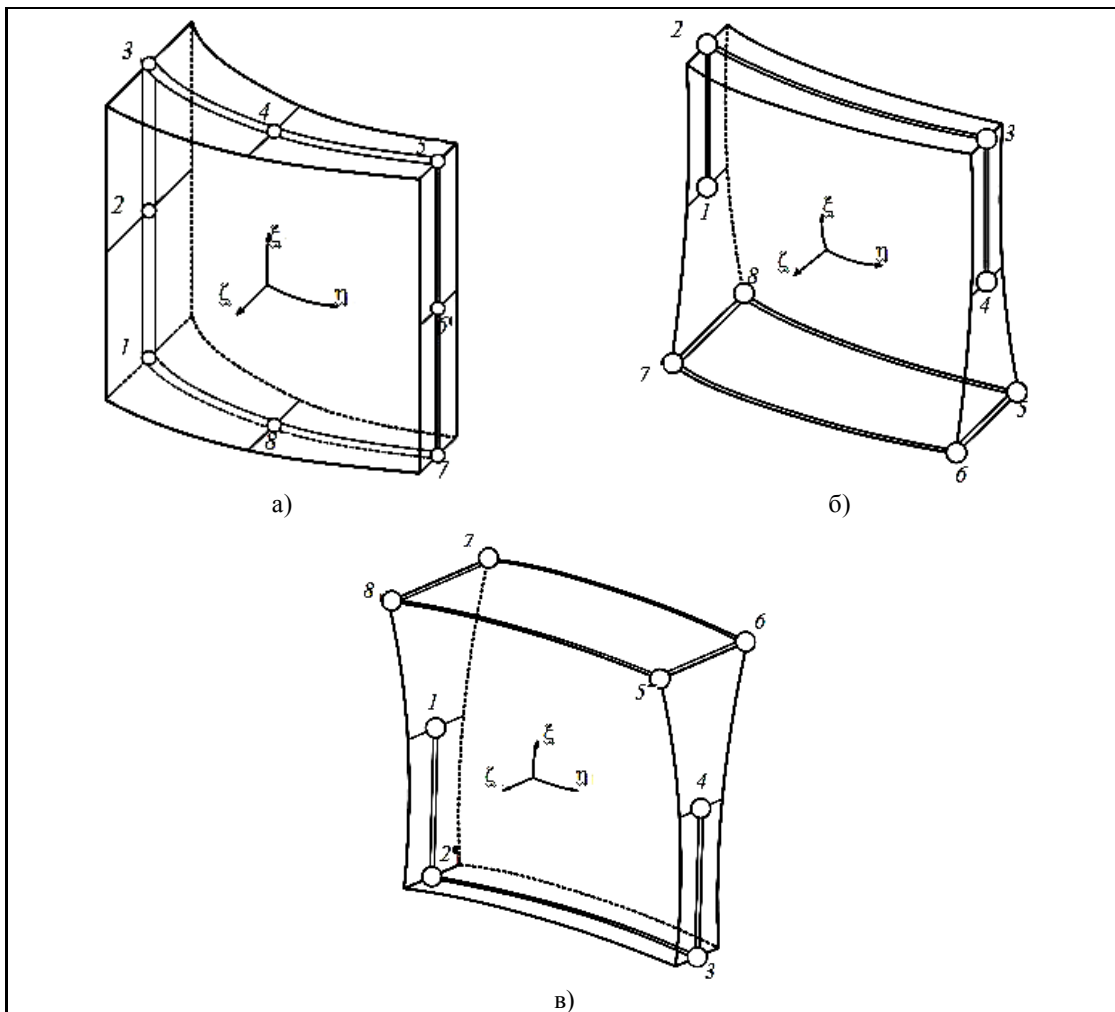


Рис. 2 – Модификации трехмерного конечного элемента:

а) – криволинейный конечный элемент для моделирования пера лопаток EL1A; б) – элемент перехода «перо лопатки – хвостовик» EL1B; в) – элемент перехода «бандажная полка – перо лопатки» EL1C

В формуле (4) и далее предполагается суммирование по повторяющимся индексам. Функции формы для рассматриваемого конечного элемента EL1A приведены в зависимостях (5):

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1-\xi)(-\xi-\eta-1); & N_2 &= \frac{1}{2}(1-\eta)(1-\xi^2); \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1-\eta)(1+\xi)(\xi-\eta-1); & N_4 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1+\xi); \\
 N_5 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(\xi+\eta-1); & N_6 &= \frac{1}{2}(1+\eta)(1-\xi^2); \\
 N_7 &= \frac{1}{4}(1+\eta)(1+\xi)(-\xi+\eta-1); & N_8 &= \frac{1}{2}(1-\eta^2)(1-\xi).
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Перемещения узлов элемента в направлениях  $x, y, z$  могут быть определены с учетом зависимостей (4) и (5):

$$\delta = \sum N_i(\eta, \xi)\delta_i + \sum N_i(\eta, \xi)\zeta \frac{h_i}{2}(\mathbf{v}_i^1 \alpha_i^1 - \mathbf{v}_i^2 \alpha_i^2) \tag{6}$$

$(i = 1, 2, \dots, 8),$

где  $\delta_i$  – вектор перемещений  $i$ -го узла конечного элемента;  
 $h_i$  – толщина элемента в месте расположения узла  $i$ ;  
 $\mathbf{v}^1$  и  $\mathbf{v}^2$  – ортонормированные векторы, образующие с единичным вектором нормали к срединной поверхности правый орт в узле  $i$ ;  
 $\alpha^1$  и  $\alpha^2$  – углы поворота нормали в узле  $i$  относительно векторов  $\mathbf{v}^1$  и  $\mathbf{v}^2$ .

При рассмотрении модификаций данного элемента EL1B и EL1C узлы с номерами 1 – 4 находятся на срединной поверхности и имеют по пять степеней свободы. Узлы с номерами 5 – 8 – в углах элемента и имеют по три степени свободы. Функции формы, а также поля перемещений для них могут быть получены аналогично зависимостям (4 – 6), приведенным выше.

Для получения уравнения колебательного движения конечно-элементной модели необходимо подставить зависимости (4 – 6) в формулы (1 – 3). В этом случае:

$$\mathbf{M}_{ij}\ddot{\delta}_i + \mathbf{K}_{ij}\delta_i = 0 \quad (7)$$

$(i, j = 1, \dots, 8)$

Тогда с учетом (7) и зависимостей, приведенных в работе [9], частотное уравнение для рассматриваемой конечно-элементной модели будет иметь вид:

$$\mathbf{K}_{ij}a_i - f^2\mathbf{M}_{ij}a_i = 0, \quad (8)$$

где  $f$  – частота свободных колебаний лопатки,  $a_i$  – амплитуда колебаний.

### Обсуждение результатов

Для проверки адекватности математической модели и эффективности алгоритма расчета выполнено сравнение с результатами эксперимента по исследованию собственных частот колебаний рабочей лопатки турбины ( $f_s$ ), приведенными в [13, 14]. Материал – жаропрочная сталь CM88У-ВИ.

Частоты свободных колебаний лопатки приведены в таблице 1. Следует отметить, что для систематизации результатов используется такая форма обозначения форм колебаний, которая соответствует обозначениям, принятым в теории оболочек. Следовательно,  $m$  – число полуволн вдоль оси  $z$  лопатки, а  $n$  – число полуволн в поперечном сечении лопатки.

Таблица 1 – Собственные частоты колебаний рабочей лопатки турбины

Форма колебаний	$f_p$ (Гц)	$f_s$ (Гц)
$m=0; n=1$	225	185–201
$m=1; n=1$	264	205–214
$m=1; n=2$	292	240–268
$m=2; n=3$	301	281–299

Анализ результатов, приведенных в табл. 1, показывает, что при сопоставлении расчетных данных с экспериментальными расхождение составляет 10 – 12,5%.

На рис. 3 приведен график, показывающий количественную характеристику сходимости численного решения МКЭ по собственным частотам колебаний рассматриваемой лопатки турбины.

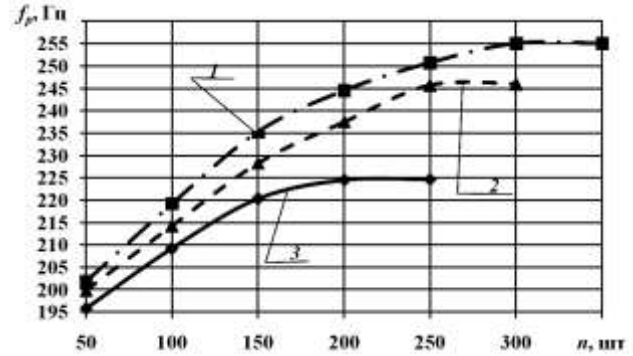


Рис. 3 – График сходимости частот свободных колебаний лопатки турбины в зависимости от плотности конечно-элементной сетки по высоте лопатки:

1) – четырехузловой конечный элемент типа «тетраэдр»; 2) – восьмиузловой конечный элемент типа «призма»; 3) – восьмиузловой криволинейный конечный элемент EL1A

Кривые сходимости приведены для трех разных типов конечных элементов с равной степенью дискретизации конечно-элементной сетки для каждого из них.

Все три графические зависимости, приведенные выше, показывают устойчивую сходимость численного решения МКЭ для рассматриваемой задачи. Однако, варианты дискретизации твердотельной модели лопатки конечными элементами типа «тетраэдр» или «призма» дают завышенные значения частот собственных колебаний по сравнению с экспериментальными данными (табл. 1) и, следовательно, являются менее предпочтительными.

### Выводы

Решена задача построения уточненной конечно-элементной модели лопаток турбомашин с использованием трехмерных криволинейных конечных элементов. С ее помощью определены частоты собственных колебаний лопаток турбины. Получена лучшая сходимость численного решения задачи в сравнении с другими типами конечно-элементной дискретизации, а также хорошее совпадение результатов численного расчета с экспериментальными данными. Следовательно, применение конечно-элементной модели подобного типа является предпочтительным при решении задач о колебаниях лопаток. В дальнейшем с ее использованием возможно провести исследования вынужденных колебаний и напряженно-деформированного состояния лопаток турбомашин.

### Список литературы

1. **Jiang, D.** The construction of non-linear modes for systems with internal resonance / **D. Jiang, C. Pierre, S. W. Shaw** //

- International Journal of Non-Linear Mechanics* – 2005. – № 40. – P. 729-746. – doi:10.1016/j.ijnonlinmec.2004.08.010.
2. **Chen, L. W.** Dynamic stability of rotating blades with geometrical non-linearity / **L. W. Chen, W. K. Peng** // *Journal of Sound and Vibration*. – 1995. – № 187. – P. 421-433.
  3. **Liew, K. M.** Vibration of doubly-curved shallow shells / **K. M. Liew, C. W. Lim** // *Acta Mechanica*. – 1996. – № 114. – P. 95-119.
  4. **Mohamed Nabi S.** Comparison of beam and plate theories for free vibrations of metal matrix composite pre-twisted blades / **Nabi S. Mohamed, N. Ganesan** // *Journal of Sound and Vibration* – 1996. – № 189. – P. 149-160. – doi: 10.1006/jsvi.1996.0012.
  5. **Abe, A.** Non-linear vibration characteristics of clamped laminated shallow shells / **A. Abe, Y. Kobayashi, G. Yamada** // *Journal of Sound and Vibration* – 2000. – № 234. – P. 405-426. – doi: 10.1006/jsvi.1999.2877.
  6. **Воробьев, Ю. С.** Колебания лопаточного аппарата турбомашин / **Ю. С. Воробьев**. – К.: Наук. Думка. – 1988. – 224 с.
  7. **Vorobiov, Yu. S.** Analysis of turbomachinery blading vibrations using new materials / **Yu. S. Vorobiov, V. N. Romanenko, M. A. Storozhenko** // *Proceedings of the 3rd Korea-Ukraine Gas Turbine Technology Symposium (Korea Institute of Machinery and Materials) Korea, Dacejon*. – 20-23 November 2006. – P. 1 – 9.
  8. **Vorobiov, Yu. S.** Vibration stress localization in turbomachinery blading / **Yu. S. Vorobiov, A. M. Chugay, J. S. Rao** // *VETOMAC VII International Conference On Vibration Engineering And Technology of Machinery*. – Gdansk, Poland. – 2012. – P. 324 – 331.
  9. **Hu, X. X.** Free vibration analysis of curved and twisted cylindrical thin panels / **X. X. Hu, T. Tsuiji** // *Journal of Sound and Vibration*. – 1999. – № 219. – P. 63-68. – doi: 10.1006/jsvi.1998.1825.
  10. **Chou, S. T.** Vibration analysis of elastically supported turbomachinery blades by the modified differential quadrature method / **S. T. Chou, Y. T. Chou** // *Journal of Sound and Vibration*. – 2001. – № 240. – P. 937-953. – doi: 10.1006/jsvi.2000.3267.
  11. **Zhisong, F.** Architecting the Finite Element Method Pipeline for the GPU / **F. Zhisong** // *Journal of Computational and Applied Mathematics* – 2014. – № 257. – P. 195-211. – doi: 110.1016/j.cam.2013.09.001.
  12. **Jie Zhu** Multi-Objective Structural Optimization Design of Horizontal-Axis Wind Turbine Blades / **Zhu Jie, Cai Xin** // *Energy* – 2014. – № 7. – P. 988-1001. doi:10.3390/en7020988.
  13. **Пыхалов, А. А.** Статический и динамический анализ сборных роторов турбомашин / **А. А. Пыхалов, А. Е. Милов**. – Иркутск: Изд-во Иркутского государственного технического университета. – 2007. – 194 с.
  14. **Каиров, А. С.** Вынужденные колебания венцов рабочих лопаток турбомашин с замкнутыми на круг связями / **А. С. Каиров, С. А. Моргун** // *Вісник НТУУ «КПІ»: зб. наук. праць. Серія: Машинобудування*. – Киев: НТУУ «КПІ». – 2013. – № 2 (68). – С. 128-133.
  15. **Каиров, А. С.** Исследование собственных колебаний лопаток турбомашин методом конечных элементов / **А. С. Каиров, С. А. Моргун** // *Зб. наук. праць НУК – Миколаїв*. – 2012. – № 5-6. – С. 76-80.
  16. **Моргун, С. А.** Экспериментальное исследование свободных колебаний лопаток газотурбинного двигателя / **С. А. Моргун, А. С. Каиров** // *Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. праць*. – Дніпропетровськ: Ліра. – 2011. – Вип. 12. – С. 224-229.

## Bibliography (transliterated)

1. **Jiang, D., Pierre, C., Shaw, S. W.** The construction of non-linear modes for systems with internal resonance. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2005, **40**, 729-746, doi:10.1016/j.ijnonlinmec.2004.08.010.
2. **Chen, L. W., Peng, W. K.** Dynamic stability of rotating blades with geometrical non-linearity. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, **187**, 421-433.
3. **Liew, K. M., Lim, C. W.** Vibration of doubly-curved shallow shells. *Acta Mechanica*, 1996, **114**, 95-119.
4. **Mohamed Nabi S., Ganesan, N.** Comparison of beam and plate theories for free vibrations of metal matrix composite pre-twisted blades. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, **189**, 149-160, doi: 10.1006/jsvi.1996.0012.
5. **Abe, A., Kobayashi, Y., Yamada, G.** Non-linear vibration characteristics of clamped laminated shallow shells. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, **234**, 405-426, doi: 10.1006/jsvi.1999.2877.
6. **Vorobiov Yu. S.** *Kolebanija lopatochnogo apparata turbomashin* [Turbine engines blading oscillation]. Kiev: Naukova dumka, 1988, 224 p.
7. **Vorobiov, Yu. S., Romanenko, V. N., Storozhenko, M. A.** Analysis of turbomachinery blading vibrations using new materials. *Proceedings of the 3rd Korea-Ukraine Gas Turbine Technology Symposium (Korea Institute of Machinery and Materials) Korea, Dacejon*. 20-23 November 2006, 1 – 9.
8. **Vorobiov, Yu. S., Chugay, A. M., Rao, J. S.** Vibration stress localization in turbomachinery blading. *VETOMAC VII International Conference On Vibration Engineering And Technology of Machinery*. Gdansk, Poland, 2012, 324 – 331.
9. **Hu, X. X., Tsuiji, T.** Free vibration analysis of curved and twisted cylindrical thin panels. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, **219**, 63-68, doi: 10.1006/jsvi.1998.1825.
10. **Chou, S. T., Chou, Y. T.** Vibration analysis of elastically supported turbomachinery blades by the modified differential quadrature method. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, **240**, 937-953, doi: 10.1006/jsvi.2000.3267.
11. **Zhisong, F.** Architecting the Finite Element Method Pipeline for the GPU. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2014, **257**, 195-211, doi: 110.1016/j.cam.2013.09.001.
12. **Jie Zhu, Xin Cai.** Multi-Objective Structural Optimization Design of Horizontal-Axis Wind Turbine Blades. *Energy*, 2014, **7**, 988-1001, doi:10.3390/en7020988.
13. **Pykhalov, A. A., Milov, A. E.** *Sticheskiy I dinamicheskiy analiz sbornyh rotorov turbomashin* [The turbine engines sectional rotors static and dynamic analysis]. *Irkutsk: The Irkutsk state technical university Publishing house*, 2007, 194 p.
14. **Kairov, A. S., Morgun, S. A.** *Vynuzhdennye kolebaniya ventsov rabochih lopatok turbomashin s zamknutyimi na krug svyazyami* [The turbine engines bladed disks with circular damping links forced vibration]. *Journal of the Mechanical Engineering: Kiev. National Technical*

- University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute", 2013, 2 (68), 128-133.
15. **Kairov, A. S., Morgun, S. A.** *Issledovanie sobstvennykh kolebaniy lopatok turbomashin metodom konechnykh elementov* [The investigation of turbine engines blades free oscillations by means of finite elements method]. *The National university of shipbuilding named after admiral Makarov*. Mykolaiv, 2012, 5-6, 76-80.
16. **Morgun, S. A., Kairov, A. S.** Eksperimental'noe issledovanie svobodnykh kolebaniy lopatok gasoturbinnogo dvigatelya [The experimental investigation of gas turbine engine blades free oscillations]. *Methods of solving applied problems in solid mechanics. Dnepropetrovs'k: Lira*, 2011, 12, 224-229.

#### Сведения об авторах (About authors)

**Моргун Сергей Александрович** – кандидат технических наук, ассистент Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, кафедра Инженерной механики и технологии машиностроения; г. Николаев, Украина; e-mail: technolognuk@rambler.ru.

**Sergei Morgun** – Ph. D (Tech.), Assistant, National university of shipbuilding named after admiral Makarov, Department of Engineering mechanics and technology of machine building, Nikolaev, Ukraine; e-mail: technolognuk@rambler.ru.

*Пожалуйста ссылайтесь на эту статью следующим образом:*

**Моргун, С. А.** Усовершенствование конечно-элементных моделей лопаточных конструкций / **С. А. Моргун** // *Вестник НТУ «ХПИ», Серия: Новые решения в современных технологиях.* – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2016. – № 42 (1214). – С. 86-91. – doi:10.20998/2413-4295.2016.42.14.

*Please cite this article as:*

**Morgun, S.** The blades constructions finite elements models development. *Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies.* – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016, 42 (1214), 86–91, doi:10.20998/2413-4295.2016.12.14.

*Будь ласка посилайтеся на цю статтю наступним чином:*

**Моргун, С. О.** Удосконалення скінченно-елементних моделей лопаткових конструкцій / **С. О. Моргун** // *Вісник НТУ «ХПИ», Серія: Нові рішення в сучасних технологіях.* – Харків: НТУ «ХПИ». – 2016. – № 42 (1214). – С. 86-91. – doi:10.20998/2413-4295.2016.42.14.

**АНОТАЦІЯ** Викладено методику побудови уточненої скінченно-елементної моделі лопаткових конструкцій, що мають значне розповсюдження в енергомашинобудуванні. З використанням розроблених тривимірних криволінійних скінчених елементів вирішено задачу визначення частот власних коливань робочих лопаток турбіни. Отримано кращу збіжність чисельного рішення порівняно з використанням розповсюджених типів скінчених елементів. Також результати чисельного розрахунок добре узгоджуються з експериментальними даними.

**Ключові слова:** тривимірні скінчені елементи; лопатки турбомашин; частоти власних коливань; чисельне рішення; збіжність, експериментальні дані.

*Поступила (received) 25.11.2016*