

УДК 621.314

doi:10.20998/2413-4295.2017.23.30

АНАЛІЗ СПЕКТРУ НАПРУГИ З ДВОПОЛЯРНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ

Є. В. ВЕРБИЦЬКИЙ

Кафедра промислової електроніки, факультет електроніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» Київ, УКРАЇНА
email: verbitskiy@bigmir.net

АНОТАЦІЯ Показано негативний вплив низьких гармонік в модульованій змінній напрузі інверторів з гальванічною розв'язкою на масу їх трансформаторів. Описано спосіб формування біполярної модульованої напруги, що суттєво зменшує вміст низьких гармонік. Запропоновано використовувати ряд Фур'є двох змінних для аналізу спектра біполярної модульованої напруги, що дозволяє описати спектральну характеристику напруги у компактній формі для довільного значення параметра кратності модуляції. Описано два різних випадки формування біполярної напруги залежно від значення параметра кратності модуляції. Проаналізовано спектр напруги з біполярною модуляцією. Показано, що основна частина енергії напруги з біполярною модуляцією передається гармоніками навколо частоти, що вдвічі менша від частоти несучої функції.

Ключові слова: двополярна напруга; інвертор з гальванічною розв'язкою; ряд Фур'є двох змінних; спектральна характеристика.

A BIPOLAR VOLTAGE MODULATION SPECTRUM ANALYSIS

I. V. VERBYTSKYI

The department of Industrial Electronics, Faculty of Electronics, National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, UKRAINE

ABSTRACT Features of power grid based on renewable energy sources are described. The necessity of isolated power converters in the power grid is shown. Low harmonics negative impact in modulated AC voltage based on unipolar pulse width modulation for transformer weight of isolated invertors is underlined. An approach of bipolar voltage generation with inverting every second modulation pulse that significantly decreases the low harmonics amplitude and allows to decrease the transformer weight in several times is described. A double Fourier series implementation for bipolar voltage analysis that allows expressing a signal spectrum characteristic in compact form for any multiplicity parameter value is proposed. Representation of modulated signal based on two variables of carrier and modulation functions is considered. Two different cases of modulated voltage generation depending on multiplicity parameter value are described. Bipolar voltage signal representation based on the sum of two unipolar signals with two times lower carrier function frequency is proposed. Bipolar and unipolar modulated signals spectrum components of double Fourier series are calculated. Spectrum characteristic of bipolar voltage modulation is analyzed. Transmission of the significant energy amount of bipolar voltage by harmonics with frequencies near two times lower value than carrier function frequency is proved. A case with multiplicity parameter which is multiplied to number four is noted as more desirable due to decreasing the first harmonic value. A proposition about subsequent improvements of bipolar voltage modulation is given.

Keywords: bipolar voltage modulation; isolated inverter; double Fourier series; spectrum characteristic.

Вступ

Інвертори напруги часто використовуються для формування змінної напруги мережі від автономних джерел живлення, зокрема відновлювальних джерел енергії (ВДЕ) [1,2]. Формування вихідної напруги інверторів здійснюється імпульсними методами, найчастіше широтно-імпульсною модуляцією (ШІМ). За необхідності забезпечення електричної ізоляції на виході встановлюються трансформатори. За умови використання класичні модифікації ШІМ, трансформатор інвертора перемагнічується з частотою мережі, що зумовлює його великі габарити [3].

Для зменшення габаритів трансформатора використовують модифікації ШІМ з двополярною модуляцією, за умови використання якої, полярність

кожного другого імпульсу модульованої напруги інвертується, що дозволяє перемагнічувати трансформатор з частотою, вдвічі меншою ніж частота несучої функції ШІМ і зменшити габарити трансформатора мінімум в декілька разів. Тому актуальною задачею є аналіз спектру напруги інвертора, яка формується на основі розглянутого методу модуляції. За умови використання ряду Фур'є однієї змінної спектр модульованої напруги можливо розрахувати лише у чисельному виді, що ускладнює аналіз і збільшує обсяг розрахунків через необхідність сумування спектру кожного періода несучої функції. Використання ряду Фур'є двох змінних дозволяє описати частотну характеристику модульованої вихідної напруги у згорнутій формі, що спрощує подальший аналіз [4-8].

Ціль роботи

Метою статті є розробка методики розрахунку спектру напруги з двополярною модуляцією на основі ряду Фур'є двох змінних та аналіз спектру отриманої напруги зазначеної модифікації ШІМ залежно від значення параметра кратності модуляції.

Основний матеріал

За умови використання ряду Фур'є двох змінних одна змінна, наприклад x пропорційна частоті ω несучої функції, $x = \omega \cdot t$, інша змінна, наприклад y – частоті Ω моделюючої функції $y = \Omega \cdot t$. Для ШІМ сигналу відношення між значеннями параметрів x та y дорівнює значенню параметра модуляції $x / y = P$.

Коефіцієнти ряду Фур'є двох змінних C_{mn} , які є спектральними складовими сигналу з кратністю m відносно частоти несучої функції і кратністю n відносно частоти модулюючої функції, розраховують за формулою:

$$C_{mn} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi x_2} \int_{x_1} f(x, y) e^{j(mx+ny)} dx dy, \quad (1)$$

де $f(x, y)$ – функція, спектр якої розраховується.

Застосування ряду Фур'є двох змінних дає можливість розрахувати спектральну характеристику модульованого сигналу в аналітичній формі. Формула для розрахунку амплітуди гармоніки k вихідної напруги C_k на основі ряду Фур'є двох змінних є такою [9]:

$$C_k = \sum_{m=0}^{\infty} C_{m(k-mP)}. \quad (2)$$

Розглянемо випадок однополярної модуляції типу ШІМ-2, який переважно використовують для формування вихідної напруги інверторів [9]. Спектральні складові C_{mn} для цього роду модуляції з синусоїдальною модулюючою функцією розраховують за формулою:

$$C_{mn} = \frac{H}{2\pi^2} \int_0^{\pi(1+\mu\sin(y))} \int_{\pi(1-\mu\sin(y))}^{\pi(1+\mu\sin(y))} e^{j(mx+ny)} dx dy - \int_0^{\pi(1-\mu\sin(y))} \int_{\pi(1+\mu\sin(y))}^{\pi(1-\mu\sin(y))} e^{j(mx+ny)} dx dy =$$

$$= \frac{H(-1)^m}{2jm\pi^2} \left(\int_0^{\pi} e^{j(m\mu\sin(y)+ny)} - e^{j(-m\mu\sin(y)+ny)} dy - \int_{\pi}^{2\pi} e^{j(-m\mu\sin(y)+ny)} - e^{j(m\mu\sin(y)+ny)} dy \right), \quad (3)$$

де H – амплітуда модульованої напруги, μ – глибина модуляції напруги.

З урахуванням умови непарності модулюючої функції ($\sin(y) = -\sin(y+\pi)$) вираз (3) можна звести до виду:

$$C_{mn} = \frac{H(-1)^m}{2jm\pi^2} \int_0^{\pi} e^{j(m\mu\sin(y)+ny)} - e^{j(-m\mu\sin(y)+ny)} dy -$$

$$\int_0^{\pi} e^{j(m\mu\sin(y)+n(y+\pi))} - e^{j(-m\mu\sin(y)+n(y+\pi))} dy =$$

$$= \frac{H(-1)^m}{2jm\pi^2} \int_0^{\pi} (e^{j(m\mu\sin(y)+ny)} - e^{j(-m\mu\sin(y)+ny)})(1 - (-1)^n) dy =$$

$$= \frac{H(-1)^m}{m\pi^2} \int_0^{\pi} \sin(m\mu\sin(y)) e^{jny} (1 - (-1)^n) dy. \quad (4)$$

Для парних значень n значення спектральної складової дорівнює нулю, $C_{m(2n)} = 0$, а для непарних:

$$C_{m(2n-1)} = \frac{2H(-1)^m}{m\pi} J_{2n-1}(m\mu\pi), m > 0, \quad (5)$$

де $J_n(y)$ – функція Бесселя першого роду [10,11].

Для випадку $m = 0$ в формулі (5) з'являється невизначеність $0/0$, після усунення якої отримаємо

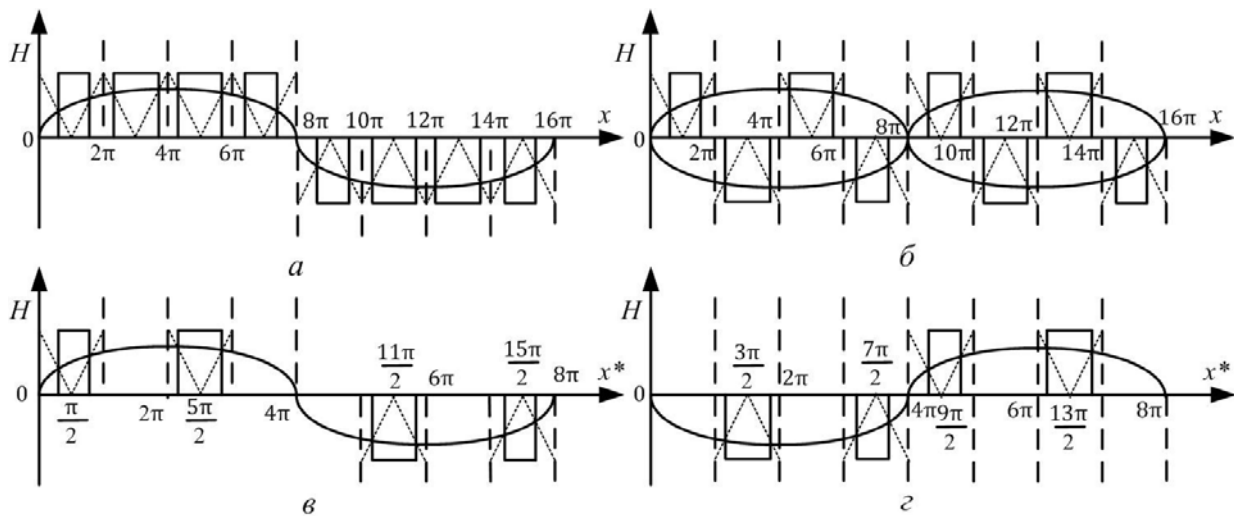
$$C_{01} = \mu H; C_{0n} = 0, m = 0. \quad (6)$$

Спектр напруги з інвертуванням полярності кожного другого імпульсу розраховується на основі виразів (5)-(6) з сувом кожного другого імпульсу на кут π по модулюючій функції y і на кут $P \cdot \pi$ по несучій функції x , рис. 1 а, 2 а. Для окремих випадків модуляції, коли параметр P кратний двом, $P = 2k$, і кратний чотирьом, $P = 4k$ аналітичні вирази спектральних складових відрізняються між собою, тому вони аналізуються окремо.

Випадок $P = 4k$

Діаграми модульованої напруги для випадку $P = 8$ показані на рис. 1. З модульованої напруги за законом ШІМ-2, наведеної на рис. 1 а, формується двополярна напруга шляхом інвертування полярності кожного другого імпульсу напруги, рис. 1 б.

Для розрахунку спектру двополярної напруги вона розкладається на два модульованих сигнали, наведених на рис. 1 в і рис. 1 г. Ці сигнали мають вдвічі меншу кратність модуляції $P^* = P / 2 = 4$ при такій же залежності модулюючої функції $y^* = y$. Тому значення змінної x^* зменшується в два рази, $x^* = P^* y^* = P y / 2$, також зменшується значення параметра глибини модуляції $\mu^* = \mu / 2$. Розглянемо особливості модуляції сигналів, наведених на рис. 1 в і рис. 1 г.



а) уніполярний модульований сигнал; б) біполярний модульований сигнал; в) перший модульований сигнал; г) другий модульований сигнал
Рис. 1 – Ілюстрація формування модульованої напруги для кратності модуляції $P = 4k$

Сигнал рис. 1 в на першій половині періода, $y^* = 0..π$, модулюється відносно точок $x^* = π/2 + 2πm$, на другій половині періода, $y^* = π..2π - x^* = 3π/2 + 2πm$. Формули для розрахунку спектральних складових C_{mn1} є такими:

$$C_{mn1} = \frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi(1+\mu\sin(y))/2} \int_0^{\pi(3-\mu\sin(y))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy - \int_{\pi(3+\mu\sin(y))/2}^{2\pi} \int_0^{\pi(3-\mu\sin(y))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy \right). \quad (7)$$

Після нескладних перетворень формула (7) матиме вид:

$$C_{mn1} = \frac{H(j)^m}{\pi^2 m} \left((1-(-1)^{m+n}) \int_0^{\pi} \sin(m\pi\mu\sin(y)/2) e^{jny} dy \right). \quad (8)$$

У формулі (8) є невизначеність при $m = 0$, для її усунення розрахуємо інтеграл (7) для цього випадку окремо:

$$C_{0n1} = \frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi(1+\mu\sin(y))/2} \int_0^{\pi(3-\mu\sin(y))/2} e^{jny} dx dy - \int_{\pi(3+\mu\sin(y))/2}^{2\pi} \int_0^{\pi(3-\mu\sin(y))/2} e^{jny} dx dy \right) = \frac{\mu H}{2\pi} \left((1-(-1)^n) \int_0^{\pi} e^{jny} \mu\sin(y) dy \right). \quad (9)$$

Відмінність модульованого сигналу зображеного на рис. 1 г у порівнянні з рис. 1 в полягає у тому, що на першій половині періода, $y^* = 0..π$, сигнал модулюється відносно точок $x^* = 3π/2 + 2πm$, на другій половині періода, $y^* = π..2π - x^* = π/2 + 2πm$. Формули для розрахунку спектральних складових C_{mn2} є такими:

$$C_{mn2} = -\frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi(3+\mu\sin(y))/2} \int_{\pi(3-\mu\sin(y))/2}^{\pi} e^{j(mx+ny)} dx dy - \int_{\pi(1+\mu\sin(y))/2}^{2\pi} \int_0^{\pi(1-\mu\sin(y))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy \right) = -\frac{H(j)^m}{\pi^2 m} \left(((-1)^m - (-1)^n) \int_0^{\pi} \sin(m\pi\mu\sin(y)/2) e^{jny} dy \right); \quad (10)$$

$$C_{0n2} = -\frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi(3+\mu\sin(y))/2} \int_{\pi(3-\mu\sin(y))/2}^{\pi} e^{jny} dx dy - \int_{\pi(1+\mu\sin(y))/2}^{2\pi} \int_0^{\pi(1-\mu\sin(y))/2} e^{jny} dx dy \right) = -\frac{\mu H}{2\pi} \left((1-(-1)^n) \int_0^{\pi} e^{jny} \mu\sin(y) dy \right). \quad (11)$$

Спектр напруги з двополярною модуляцією є сумою спектрів двох сигналів:

$$C_{mn} = C_{mn1} + C_{mn2} = \frac{H(j)^m}{\pi^2 m} (1-(-1)^{m+n} - (-1)^m + (-1)^n) \times \int_0^{\pi} \sin(m\pi\mu\sin(y)/2) e^{jny} dy; \quad (12)$$

$$C_{0n} = C_{0n1} + C_{0n2} = 0. \quad (13)$$

Вираз (12) не дорівнює нулю за умови парних n , $n = 2k$ і непарних m , $m = 2k + 1$:

$$C_{(2m+1)(2n)} = \frac{4H(j)^{2m+1}}{\pi^2 (2m-1)} \left(\int_0^{\pi} \sin((2m-1)\pi\mu\sin(y)/2) e^{j2ny} dy \right). \quad (14)$$

На основі формул (2) і (14) розраховується спектр сигналу. Оскільки спектральні компоненти C_{mn} мають парні індекси $2n$, що спектр сигналу має лише парні гармоніки.

Випадок $P = 2k$

Діаграми модульованої напруги для випадку $P = 10$ показані на рис. 2. Основна відмінність

модуляції сигналу у порівнянні з попереднім випадком $P = 4k$ полягає у непарному значенні параметра кратності модуляції $P^* = P / 2 = 5$ сигналів, зображених на рис. 2 в і рис. 2 г. Сигнал, показаний на рис. 2 в, модулюється відносно точок $x^* = \pi/2 + 2\pi t$, тому він має кратність модуляції $P_1^* = [P/2] + 1 = 6$. Сигнал, показаний на рис. 2 г, модулюється відносно точок $x^* = 3\pi/2 + 2\pi t$, тому для нього параметр кратності модуляції має значення $P_2^* = [P/2]-1 = 4$.

Перший модульований сигнал, що показаний на рис. 2. в, розраховується за формулю:

$$C_{mn3} = \frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi} \int_{\pi(1-\mu\sin(y))/2}^{\pi(1+\mu\sin(y))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy - e^{j\pi n + j\pi m P} \int_0^{\pi} \int_{\pi(1-\mu\sin(y))/2}^{\pi(1+\mu\sin(y))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy \right) = \frac{H(j)^m}{\pi^2 m} \left((1 - (-1)^{n+m}) \int_0^{\pi} e^{jny} \sin(m\pi\mu\sin(y)/2) dy \right); \quad (15)$$

$$C_{0n3} = \frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi} \int_{\pi(1-\mu\sin(y))/2}^{\pi(1+\mu\sin(y))/2} e^{jny} dx dy - e^{j\pi n} \int_0^{\pi} \int_{\pi(1-\mu\sin(y))/2}^{\pi(1+\mu\sin(y))/2} e^{jny} dx dy \right) = \frac{H}{2\pi^2} \left((1 - (-1)^n) \int_0^{\pi} e^{jny} \mu\sin(y) dy \right). \quad (16)$$

Відповідно, другий модульований сигнал, зображений на рис. 2 г, розраховується за такою формулю:

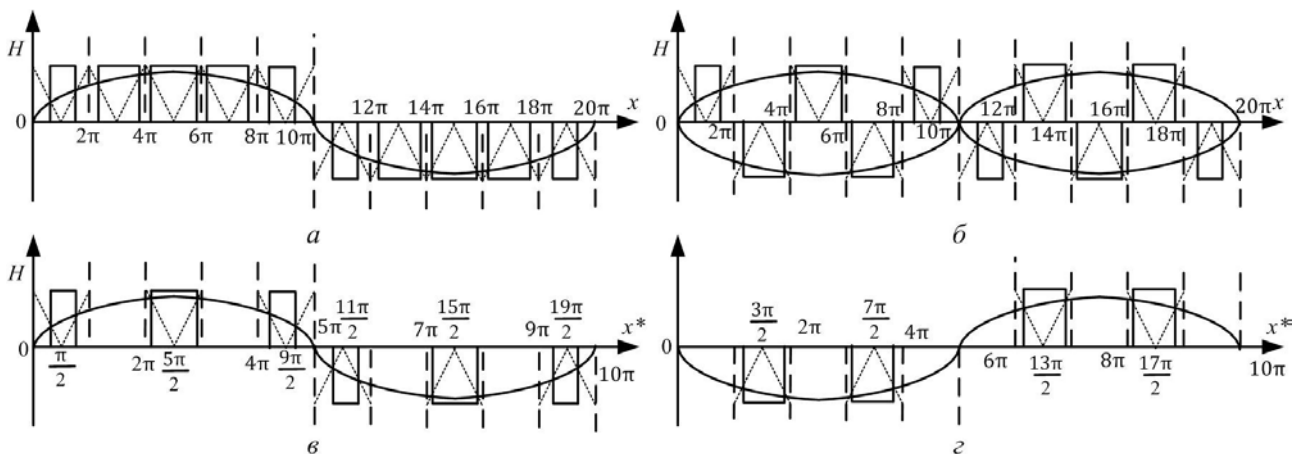
$$C_{mn4} = -\frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi} \int_{\pi(3+\mu\sin(y))/2}^{\pi(3+\mu\sin(y))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy - e^{j\pi n + j\pi m P} \int_0^{\pi} \int_{\pi(3+\mu\sin(y))/2}^{\pi(3+\mu\sin(y))/2} e^{j(mx+ny)} dx dy \right) = -\frac{H(-1)^m (j)^m}{\pi^2 j m} (1 - (-1)^{n+m}) \times \int_0^{\pi} e^{jny} \sin(m\pi\mu\sin(y)/2) dy; \quad (17)$$

$$C_{0n4} = -\frac{H}{2\pi^2} \left(\int_0^{\pi} \int_{\pi(3+\mu\sin(y))/2}^{\pi(3+\mu\sin(y))/2} e^{jny} dx dy - e^{j\pi n} \int_0^{\pi} \int_{\pi(3+\mu\sin(y))/2}^{\pi(3+\mu\sin(y))/2} e^{jny} dx dy \right) = -\frac{H}{2\pi^2} (1 - (-1)^n) \int_0^{\pi} e^{jny} \mu\sin(y) dy. \quad (18)$$

Спектральні компоненти C_{mn} сигналу з біполярною модуляцією, показаному на рис. 2 б є сумою спектральних компонент C_{mn3} і C_{mn4} двох проаналізованих однополярних модульованих сигналів:

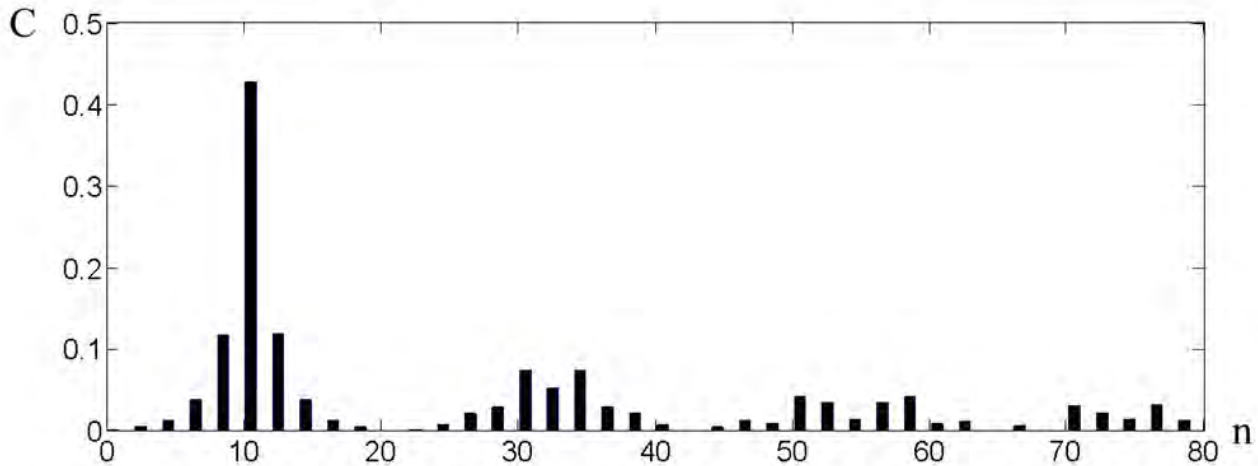
$$C_{mn} = C_{mn3} + C_{mn4} = \frac{H(j)^m}{\pi^2 m} (1 - (-1)^{m+n} - (-1)^m (1 - (-1)^{m+n})) \times \int_0^{\pi} \sin(m\pi\mu\sin(y)/2) e^{jny} dy; \quad (19)$$

$$C_{0n} = C_{0n3} + C_{0n4} = 0. \quad (20)$$



а) уніполярний модульований сигнал; б) біполярний модульований сигнал; в) перший модульований сигнал; г) другий модульований сигнал

Рис. 2 – Ілюстрація формування модульованої напруги для кратності модуляції $P = 2k$

Рис. 3 – Спектр біполярної напруги для випадку $P = 22$

Аналогічно до попереднього випадку ненульові значення спектральних компонент при $n = 2k$ і $m = 2k+1$ розраховуються за формулою (14):

$$C_{(2m+1)(2n)} = \frac{4H(j)^{2m+1}}{\pi^2(2m-1)} \left(\int_0^\pi \sin((2m-1)\pi\mu \sin(y)/2) e^{j2my} dy \right) =$$

$$= \frac{8H(j)^{2m+1}}{\pi^2(2m-1)} \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k-1}((2m-1)\pi\mu/2) \times$$

$$\times \left(\frac{1}{(2k-1-2n)} + \frac{1}{(2k-1+2n)} \right). \quad (21)$$

Розрахунок спектру

Спектр біполярної напруги, розрахованої за формулою (21) для випадків, $P = 2k$ і $P = 4k$ має аналогічну структуру, зазначену для випадку $P = 22$ і $\mu = 0.5$, що показаний на рис. 3.

Енергія сигналу, сконцентрована у гармоніці з номером $P/2 = 11$ відповідно до спектральної характеристики, показаної на рис. 3. Амплітуди $\Delta n \approx 8$ бічних гармонік мають значення, порівнянні з основною гармонікою з номером 11. Ширина спектра поблизу основної гармоніки; $\Delta f = (2\Delta n + 1)\Omega = 17\Omega$. Модуляція з параметром кратності модуляції $P = 4k$ є ефективнішою, оскільки модульований сигнал має однакову кількість позитивних і негативних імпульсів на половині періода, що зменшує значення першої гармоніки в спектрі. Біполярна модуляція дозволяє змити передачу енергії в область високих частот і зменшує вагу трансформатора для обох $P = 2k$ і $P = 4k$ випадків. Подальше поліпшення спектру модульованої напруги можливе за умови усунення низькочастотних бічних гармонік.

Висновки

У статті аналізується спектр напруги з біполярною модуляцією на основі ряду Фур'є двох змінних. Показано можливість передачі енергії на частоті, яка дорівнює половині частоти несучої функції. Таким чином, цей тип модуляції дозволяє зменшити вагу трансформатора. Проте, через значний

вміст низькочастотних гармонік вказана модуляція вимагає подальшого вдосконалення.

Список літератури

- Zhong, Q.** Control of power inverters in renewable energy sources and Smart grid / **Q. Zhong, T. Hornik** // *John Wiley & Sons Ltd*, 2013, 411 p.
- Zhiliang, Z.** An Optimal Control Method for Photovoltaic Grid-Tied-Interleaved Flyback Microinverters to Achieve High Efficiency in Wide Load Range / **Z. Zhiliang, X. F. He, L. Yan** // *IEEE Trans. Power Electron.* – 2013. – 28. – 11. – P. 5074-5087. – doi: 10.1109/TPEL.2013.2245919.
- Koutroulis, E.** A bidirectional, sinusoidal, high-frequency inverter design / **E. Koutroulis, J. Chatzakis, K. Kalaitzakis, N. Voulgaris** // *Electric Power Applications, IEE Proceedings.* – 2001. – 148. – 4. – P. 315-321. – doi: 10.1049/ip-epa:20010351.
- Holmes, D. Grahame.** Pulse width modulation for power converters. Principles and practice / **D. Grahame Holmes, Thomas A. Lipo.** // *IEEE Press Series on Power Engineering.* – 2003. – P. 724. – doi: 10.1109/9780470546284.
- Вербицкий, Е. В.** Использование двойного ряда Фурье для расчета спектра модулированных сигналов / **Е. В. Вербицкий** // *Технічна електродинаміка.* – 2014. – № 4. – С. 96-98.
- Mihret, M.** Optimal Synthesis of Output Voltage Waveforms for Multilevel Cascaded Single Phase DC-AC Converters / **M. Mihret, C. Odeh, N. V. Angirekula, O. Ojo** // *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2013 Twenty-Eighth Annual IEEE.* – 2013. – P. 2690 – 2697. – doi:10.1109/APEC.2013.6520676.
- Lau, W. H.** Compact Analytical Solutions for Determining the Spectral Characteristics of Multicarrier-Based Multilevel PWM / **W. H. Lau, Bin Zhou, S. Henry, H. Chung** // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers.* – 2004. – 51. – 8. – P. 157-158. – doi: 10.1109/TCSI.2004.832790.
- Vasca, F.** Dynamics and Control of Switched Electronic Systems: Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters (Advances in Industrial Control) / **F. Vasca, L. Iannelli** // *Springer-Verlag London*, 2012. – 493 p.
- Вербицкий, С. В.** Особенности расчета спектра напруги, модульованої по закону ШИМ I і II на основі подвійного ряду Фур'є / **С. В. Вербицкий** // *Електроніка і зв'язок.* – 2015. – № 5. – С. 36-45.

- 10 **Watson, G. N.** A Treatise on the Theory of Bessel Functions (2nd.ed.) // **G. N. Watson** // Cambridge University Press, 1966, 798 p.
- 11 **Abramovitz, M.** Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables / **M. Abramovitz, I. A. Stigun** // *Applied mathematics series* – 55, 1964.
- 1 **Zhong, Q., Hornik, T.** Control of power inverters in renewable energy sources and Smart grid. *John Wiley & Sons Ltd*, 2013, 411 p.
- 2 **Zhiliang, Z., He, X.F., Yan, L.** An Optimal Control Method for Photovoltaic Grid - Tied - Interleaved Flyback Microinverters to Achieve High Efficiency in Wide Load Range. *IEEE Trans. Power Electron.*, 2013, **28**, 11, 5074-5087, doi: 10.1109/TPEL.2013.2245919.
- 3 **Koutroulis, E., Chatzakis, J., Kalaitzakis, K., Voulgaris, N.** A bidirectional, sinusoidal, high-frequency inverter design. *Electric Power Applications, IEE Proceedings*, 2001, **148**, 4, 315-321, doi: 10.1049/ip-epa:20010351.
- 4 **Holmes, D. Grahame, Lipo, Thomas, A.** Pulse width modulation for power converters. Principles and practice. *IEEE Press Series on Power Engineering*, 2003, 724 p, doi: 10.1109/9780470546284.
- 5 **Verbytskyi, Ye. V.** Ispol'zovaniye dvoynogo ryada Fur'ye dlya rascheta spektra modulirovannykh signalov [Double Fourier series using for calculating modulating signals spectrum]. *Tekhnichna elektrodynamika [Technical electrodynamic]*, 2014, № 4, 96-98.
- 6 **Mihret, M., Odeh, C., Angirekula, N. V, Ojo, O.** Optimal Synthesis of Output Voltage Waveforms for Multilevel Cascaded Single Phase DC-AC Converters. *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2013 Twenty-Eighth Annual IEEE*, 2013, 2690 – 2697, doi:10.1109/APEC.2013.6520676.
- 7 **Lau, W. H., Zhou, Bin, Henry, S., Chung, H.** Compact Analytical Solutions for Determining the Spectral Characteristics of Multicarrier-Based Multilevel PWM. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2004, **51**, 8, 157-158, doi: 10.1109/TCSI.2004.832790.
- 8 **Vasca, F., Iannelli, L.** Dynamics and Control of Switched Electronic Systems: Advanced Perspectives for Modeling, Simulation and Control of Power Converters (Advances in Industrial Control). *Springer-Verlag London*, 2012, 493 p.
- 9 **Verbytskyi, I. V.** Osoblyvosti rozrahunku spectru naprugi, modulyovanoiy po zakonu SHIM I I SHIM II na osnovy podviynogo ryadu Furiye [Features of voltage spectrum calculations modulated by PWM I and II on basis double Fourier series]. *Electronika i zvyazok [Electronics and communication]*, 2015, № 5, 36-45.
- 10 **Watson, G. N.** A Treatise on the Theory of Bessel Functions (2nd.ed.). *Cambridge University Press*, 1966, 798 p.
- 11 **Abramovitz, M., Stigun, I. A.** Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. *Applied mathematics, series № 55*, 1964.

Bibliography (transliterated)

Дані про автора (About author)

Вербицький Євген Володимирович – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», доцент кафедри промислової електроніки, факультет електроніки, Київ, Україна; e-mail: verbitskiy@bigmir.net.

Ievgen Verbytskyi – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Ph. D., Assoc. Prof., The department of Industrial Electronics, Faculty of Electronics, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine; e-mail: verbitskiy@bigmir.net.

Будь ласка, посилайтесь на цю статтю наступним чином:

Вербицький, С. В. Аналіз спектру напруги з двополярною модуляцією / **С. В. Вербицький** // *Вісник НТУ «ХПІ»*, Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2017. – № 23 (1245). – С. 188-193. – doi:10.20998/2413-4295.2017.23.30.

Please cite this article as:

Verbytskyi, I. V. A Bipolar Voltage Modulation Spectrum Analysis. *Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies*. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017, **23** (1245), 188–193, doi:10.20998/2413-4295.2017.23.30.

Пожалуйста, ссылайтесь на эту статью следующим образом:

Вербицкий, Е. В. Анализ спектра напряжения с двополярной модуляцией / **Е. В. Вербицкий** // *Вестник НТУ «ХПИ»*, Серія: Новые решения в современных технологиях. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2017. – № 23 (1245). – С. 188-193. – doi:10.20998/2413-4295.2017.23.30.

АННОТАЦІЯ Показано негативное влияние низких гармоник в модулированном переменном напряжении инверторов с гальванической развязкой на массу их трансформаторов. Описано способ формирования биполярного модулированного напряжения, что существенно уменьшает содержание низких гармоник. Предложено использовать ряд Фурье двух переменных для анализа спектра биполярного модулированного напряжения, что позволяет описать спектральную характеристику напряжения в компактной форме для произвольного значения параметра кратности модуляции. Описано два разных случая формирования биполярного напряжения в зависимости от значения параметра кратности модуляции. Проанализировано спектр напряжения с биполярной модуляцией. Показано, что основная часть энергии напряжения с биполярной модуляцией передается гармониками около частоты, которая вдвое меньше частоты несущей функции.

Ключевые слова: двополярное напряжение; инвертор с гальванической развязкой; ряд Фурье двух переменных; спектральная характеристика.

Надійшла (received) 23.05.2017