

фрез и шеверов в основном исчерпаны, переход к сборным гиперболическим червячным зуборезным инструментам обеспечивает реальный резерв для повышения указанных показателей.

2. Предложенные конструкции гиперболических червячных зуборезных инструментов существенно повышают технологичность их изготовления и эксплуатации, поэтому могут быть рекомендованы для замены применяемых в настоящее время цилиндрических червячных зуборезных инструментов.

Список литературы: 1. Харлампиев И.С. Обкатывающее протягивание зубьев зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1981. – 211с. 2. Цвис Ю.В. Профилирование обкатного инструмента. – М.: Машгиз, 1961. – 154с. 3. Настасенко В.А. Дополнительный анализ возможности повышения производительности зубофрезерования увеличением числа заходов фрезы // Вестник машиностроения. – 1996. – №1. – С.38-40. 4. Настасенко В.А. Оценка производительности однозаходных и многозаходных червячных фрез в условиях повышения режущих свойств // Современные проблемы и методология проектирования и производства силовых зубчатых передач: Сб. науч. трудов. – Тула: ТГУ, 2000. – С. 148-151. 5. Настасенко В.А. Комплексная оценка путей повышения производительности червячных фрез // Машиностроение и техносфера XXI века. Сб. трудов X Междунар. науч.-техн. конф. в Севастополе. – Донецк: ДонГТУ, 2003. – Т3. – С.290-297. 6. Настасенко В.А. Новая концепция повышения точности червячных зуборезных инструментов // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Междунар. сб. научных трудов. – Донецк: ДонГТУ, 2001. – Вып.17. – С.109-114. 7. Настасенко В.А. Комплексная оценка путей повышения точности червячных фрез // Машиностроение и техносфера XXI века. Сб. трудов Междунар. науч.-техн. конф. в Севастополе. – Донецк: ДонГТУ, 2004. – Т.2. – С.266-270. 8. А.с. СССР №536902, В23F 9/04 Способ нарезания зубчатых колес. Авт. изобр. В.Н. Сердюк, А.Н. Витренко. Заявка № 1871424 от 10.01.73 // Б.И. – 1976. – №44 от 26.11.76. 9. Патент Российской Федерации на изобретение № 2200262, МПК В23F 21/16. Червячная передача, способ ее изготовления, оборудование и инструмент для его осуществления. Авт. изобр. В.А. Настасенко. Заявка №98116838/28 от 08.09.98 // Б.И. – 2003. – №7 от 10.03.03. 10. Патент Российской Федерации №2169061, МПК В23F 21/16. Червячный инструмент, способ и оборудование для его изготовления. Авт. изобр. В.А. Настасенко. Заявка № 8116845/08 от 08.09.98 // Б.И. – 2001. – №17. 11. Производство зубчатых колес. Справочник / С.Н. Калашиников, А.С. Калашиников, Г.И.Коган и др. Под общ. ред. Б.А. Тайца. – М.: Машиностроение, 1990. – 464с. 12. Настасенко В.А. Червячные фрезы XXI века // Прогрессивные технологии машиностроения и современность. Междунар. науч.-техн. конф. – Севастополь, 1997. – С.176-177. 13. Справочник инструментальщика / И.А. Ординарцев, Г.Ф. Филиппов, А.Н. Шевченко и др. Под общ. ред. И.А. Ординарцева. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-е, 1987. – 846с. 14. Патент Российской Федерации, №2147496. Сборная червячная фреза. Авт. изобр. В.А. Настасенко. Заявка №98104494/08 от 10.03.98. Оpubл. 20.04.2000 // Б.И. – 2000. – №11.

Поступила (received) 14.03.2014

УДК 621.833

А.В. НЕМЕНКО, к.т.н., доцент кафедры технической механики и машиноведения СевНТУ, Севастополь;
М.М. НИКИТИН, инженер кафедры технической механики и машиноведения СевНТУ

ПРОГНОЗНАЯ ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Предложена схема моделирования процесса развития усталости в зубчатой передаче с помощью совместного использования цепей Маркова и асимптотических методов. Рассмотрены вопросы построения матрицы вероятностей переходов процесса на основании набора кривых выносливости. Показана применимость к оценке технического состояния редуктора средств контактной и акустической диагностики.

Ключевые слова: зубчатая передача, циклическая прочность, предельное состояние, прогноз.

Введение. Техническое состояние зубчатой передачи зависит от внутренних факторов и внешних воздействий, качественная и количественная характе-

ристика которых в каждом конкретном случае имеет свои особенности, что определяет критериальные оценки их производственного функционирования.

Элементы передачи в процессе эксплуатации подвергаются воздействию различных нагружающих влияний, вызывающих реорганизацию структуры материала из которого они изготовлены. Особенно опасны нагрузки, повторяющиеся во времени, т.к. они вызывают усталостное разрушение, т.е. повреждение, зарождающееся в подповерхностных объемах элементов, с развитием магистральной трещины, которая выходит на поверхность в фазе критического долома, что приводит к внезапным отказам и аварийности. Усталостный дефект связан с контактными и изгибными напряжениями и зависит от физико-механических характеристик материала нагружаемого объекта. Прогнозирование вероятности безотказной эксплуатации элемента на большом временном отрезке наработки зависит от изменения характеристик целевой функции на упреждающем участке временного интервала. Повышение достоверности прогноза достигается экспоненциальным сглаживанием взвешенных отклонений. Критерии оптимальности определяются результатами всех основных процессов с учетом их стохастичности и критичности к исследуемым параметрам.

Развитие усталости на микро- и макроуровне носит выраженный дискретный характер [2], при котором дислокации и собственно трещины распространяются скачкообразно. Модель диагностики, позволяющую установить вероятность перехода системы между фиксированными состояниями и вычислить ее характеристики в требуемом временном интервале, построим с помощью математического аппарата дискретных цепей Маркова.

Цель работы. Прогноз предельных состояний зубчатой передачи по совокупности оценочных параметров напряженно-деформированного состояния с учетом цикличности нагружений.

Постановка задачи. Процесс усталостных изменений в виде последовательности дискретных состояний, может быть представлен двумерным вектором, который построен на показателях контактной выносливости σ_{flim} , и пределу выносливости при изгибе σ_{flim} . Вероятности переходов между состояниями зависят только от самих состояний.

Материал исследования. Рассмотренной постановке задачи соответствует модель марковского случайного блуждания с одним поглощающим экраном. При этом каждое состояние в терминах теории марковских цепей является существенным [3] – переходы возможны только в сторону увеличения порядкового номера состояния, обратные переходы невозможны. Граф состояний цепи в этом случае принимает вид, показанный на рисунке.

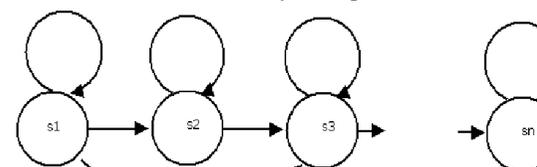


Рисунок – Граф состояний процесса усталостных изменений в зубчатой передаче

В качестве времени, обеспечивающего переход между смежными состояниями, выберем фиксированное значение Δt , общее для всех переходов.

Тогда вероятность критического отказа зубчатой передачи за время $N \cdot \Delta t$ будет равна вероятности перехода цепи из состояния S_i в состояние поглощения S_n за N переходов. Для цепи с n состояниями эта вероятность рассчитывается как элемент строки i столбца n матрицы вероятностей переходов, возведенной в степень N

$$P_n = (P)_{i,n}^N \quad (1)$$

Повреждение поверхности зуба в зоне контакта и структурные изменения материала элемента в целом – явления суть одной природы, а пределы контактной выносливости и выносливости при изгибе сопоставимы [7], хотя их внешние проявления различны по характеру. Модель прогноза построим по интегральной совокупности конечных отказов.

Матрица вероятностей переходов применительно к рассматриваемой задаче принимает вид

$$P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & p_{1,4} & \dots & p_{1,n-1} & p_{1,n} \\ 0 & p_{2,2} & p_{2,3} & p_{2,4} & \dots & p_{2,n-1} & p_{2,n} \\ 0 & 0 & p_{3,3} & p_{3,4} & \dots & p_{3,n-1} & p_{3,n} \\ 0 & 0 & 0 & p_{4,4} & \dots & p_{4,n-1} & p_{4,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & p_{n-1,n-1} & p_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & p_{n,n} \end{pmatrix} \quad (2)$$

с условием нормировки

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1, \quad (3)$$

где p_{ij} – начальная вероятность перехода зубчатой передачи из состояния S_i в состояние S_j за один шаг.

Физический смысл нулевых значений элементов матрицы (2), лежащих ниже главной диагонали, состоит в том, что с течением времени реальные значения напряжений не могут увеличиваться, поэтому вероятность перехода из состояния, характеризующегося большим индексом, в состояние с меньшим, определяемая этими элементами, равна нулю. Условие нормировки показывает, что вероятности переходов перекрывают все возможные исходы очередного шага изменения состояния системы.

Предельное состояние S_n при фиксированном нагружении передачи может быть найдено из условия выполнения нижеприведенных неравенств

$$\sigma_H > \sigma_{H\lim}; \quad (4) \quad \sigma_F > \sigma_{F\lim}, \quad (5)$$

где σ_H , МПа, и $\sigma_{H\lim}$, МПа – фактическое и предельное соответственно значения контактных напряжений; σ_F , МПа, и $\sigma_{F\lim}$, МПа – фактическое и предельное соответственно значения напряжений изгиба.

Для большинства объектов, описываемых марковскими процессами, матрица вероятностей переходов составляется на основании подсчета частот переходов, имевших место в прошлом, что, применительно к состояниям усталостного процесса представляет определенные затруднения, так как образцы в результате проведения испытаний разрушены. Также звенья передачи могут быть выполнены из разных материалов и вращаться с разными угловыми скоростями, поэтому время должно быть выражено через характерное количество циклов нагружения каждого звена. В этом случае диапазоны допустимых изменений предела выносливости могут быть разделены на n поддиапазонов, в которых параметры условно считаются имеющими постоянное значение. Тогда в каждом поддиапазоне состояния зубчатой передачи может быть один из следующих исходов: состояние остается тем же самым (что происходит с высокой, но не единичной вероятностью), или происходит переход в состояние со следующим по порядку индексом (постепенное развитие

усталости), или происходит переход в состояние, отличающееся на несколько индексов, либо сразу в состояние S_n (быстрое развитие трещины в процессе работы).

Источником качественного моделирования выносливости, позволяющим сделать выводы о порядке величин матрицы вероятностей переходов, является серия кривых выносливости для образцов из материала звеньев передачи. Практически, для любого набора образцов присутствует разброс количества циклов, при котором происходит разрушение при одном и том же режиме испытаний. В вероятностной интерпретации состоянием S_i будет уровень с фиксированной нагрузкой, переходом – разрушение образцов при одном и том же количестве циклов с разной нагрузкой. В частности, отсутствие разрушения образцов при создании в них напряжений, меньших предела выносливости, интерпретируется как нулевая вероятность перехода $i \rightarrow n$ и отсутствие в матрице (2) последних столбца и строки.

В результате для некоторого набора кривых выносливости после пересчета получим

$$p_{i,j} = \frac{a_{i,j}}{a_i}, \quad (6)$$

где $a_{i,j}$ – количество переходов из состояния S_i в состояние S_j ; a_i – общее число опытов с зафиксированным состоянием S_i в серии усталостных испытаний.

Оценку вероятностей перехода системы в одно из условных состояний целесообразно применить методы дальнего прогноза. Контролируемым параметром в данном случае будет значение предела выносливости $\sigma_{R\lim}$, которое может быть восстановлено по косвенным параметрам или при остановке механизма, или при мониторинге состояния непосредственно во время работы. В любом случае возникает задача экстраполяции полученного ряда значений с целью оценки ресурса T , решение которой будем искать на основании зависимости

$$\sigma_R(T) = \sigma_{R\lim}. \quad (7)$$

Разложим зависимость предельных напряжений от времени в асимптотический ряд

$$\sigma_{R\lim}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q_n}{t^n}, \quad t \rightarrow \infty. \quad (8)$$

Компоненты (8) связаны с коэффициентами асимптотического разложения

$$\sigma_{R\lim}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k'_n}{(t+1)^n}, \quad \text{при } t \rightarrow \infty. \quad (9)$$

Связь выражается следующими нижеприведенными соотношениями [4]:

$$\begin{cases} q_0 = q'_0; \\ q_1 = q'_1; \\ q_n = \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^{n+i} \cdot \binom{n-1}{i-1} \cdot q'_i, \end{cases} \quad (10)$$

где $\binom{n-1}{i-1}$ – биномиальный коэффициент степени $(n-1)$ порядка $(i-1)$, который равен

$$\binom{n-1}{i-1} = \frac{(n-1)!}{(i-1)!(n-i)!}.$$

Коэффициенты (9), в свою очередь, могут быть получены как производные вспомогательной функции $u(t)$

$$\left\{ \begin{array}{l} q'_0 = u(1); \\ q'_1 = -\frac{d}{dx} \cdot u(t) \Big|_{t=1}; \\ q'_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n!} \cdot \frac{d^n}{dt^n} \cdot u(t) \Big|_{t=1}, \end{array} \right. \quad (11)$$

которая задана соотношением

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot t^n, \quad (12)$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0^* = c_0; \\ c_1^* = c_1; \\ c_n^* = \sum_{s=0}^{n-1} \binom{n-1}{s} \cdot c_{n-s} = \sum_{s=1}^{n-1} \binom{n-1}{s-1} \cdot c_s. \end{array} \right. \quad (13)$$

Выражение (9) с использованием (12) будет иметь вид

$$\sigma_{R \lim}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cdot t^n, \quad (14)$$

где c_n – коэффициенты разложения функции $\sigma_{R \lim}$ в ряд Маклорена.

Для вычислений коэффициентов функции (7) необходимо знать коэффициенты ряда (14). В случае выборки значений напряжений, при равноотстоящих значениях времени $t=t_0, t_1, \dots, t_i$, с интервалом Δt , формула для их приближенного вычисления принимает вид

$$c_n \approx \frac{\sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \binom{n}{i} \cdot \sigma_R(t_{n-i})}{n! \cdot (\Delta t)^n}. \quad (15)$$

Для повышения точности определения коэффициентов возможно использовать выборку с неравномерно отстоящими значениями и применять для определения c_n формулы численного дифференцирования Чебышева.

Аналитическими продолжениями (14) являются разложения функции $u(t)$ в степенные ряды

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(a) \cdot (t-a)^n, \quad (16)$$

где a – некоторое произвольное значение.

Взаимное соответствие между коэффициентами разных аналитических продолжений ряда (6) может быть установлено по формуле

$$\left\{ \begin{array}{l} c_0^*(a + \Delta a) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n^*(a) \cdot \Delta a^n; \\ c_k^*(a + \Delta a) = \sum_{n=k}^{\infty} c_n^*(a) \cdot \binom{n}{k} \cdot \Delta a^{n-k}, \end{array} \right. \quad (17)$$

где $c_k^*(a + \Delta a)$ – коэффициент порядка k разложения функции $u(x)$ в ряд,

$$u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(a + \Delta a) \cdot (x - a - \Delta a)^n; \quad (18)$$

$c_k^*(t)$ – коэффициент порядка k разложения.

Тогда

$$u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(a) \cdot (t-a)^n. \quad (19)$$

Суммирование ограничим номером коэффициента n , для которого выполняется

$$c_n(t) \cdot \binom{n}{k} \cdot \Delta t^{n-k} < \alpha, \quad (20)$$

где α – некоторое наперед заданное число.

Выберем шаг изменения центра сходимости аналитических продолжений $\Delta a = 1/n$, где n – целое число.

Последовательно применяя формулы (17) к ряду (12), получим рекуррентный вычислительный процесс, в ходе которого коэффициенты (11) могут быть вычислены по нижеприведенному выражению

$$\left\{ \begin{array}{l} u(1) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n^*(1 - \Delta a) \cdot \Delta a^n; \\ \frac{1}{k!} \cdot \frac{d}{dt} \cdot u(1) = \sum_{n=k}^{\infty} c_n^*(1 - \Delta a) \cdot \binom{n}{k} \cdot \Delta a^{n-k}. \end{array} \right. \quad (21)$$

Уравнения (21) используются для вычисления коэффициентов ряда (7).

Предложенный алгоритм прогнозной оценки рассмотрим на примере вычисления предела выносливости стали 30ХГСА по данным [5]. Исходные

N , тыс. ц.	32,4	63,5	64,6	64,9	84,2	147	182	364	630,2	1680
$\sigma_{R \lim}$, МПа	608	569	589	549	530	510	490	471	451	432

данные представлены в таблице 1.

Для расчета по формуле (15) потребуются равноотстоящие по абсциссе значения, которые получим с помощью кусочно-линейной интерполяции и сведем в таблицу 2.

Таблица 2 – Результат интерполяции таблицы 1 при разбиении диапазона количества циклов на 15 частей

0	608,0	5	451,7	10	440,5
1	508,0	6	449,0	11	438,4
2	481,0	7	446,9	12	436,3
3	469,4	8	444,8	13	434,1
4	460,5	9	442,6	14	432,9

После преобразования (21) для коэффициента нулевого порядка разложения кривой выносливости получим следующую расчетную формулу

$$\sigma_{R \lim} = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} \cdot c_n, \quad (22)$$

где $\sigma_{R \lim}$ – предел выносливости, МПа; c_n – коэффициенты, полученные аналогично (15),

$$c_n = \frac{(-1)^n \cdot \sum_{i=0}^n (-1)^i \cdot \binom{n}{i} \cdot \sigma_i}{n!}, \quad (23)$$

где σ_i – последовательный ряд напряжений из таблицы 2.

Существенным условием применимости формулы (22) и ей подобных является выбор количества используемых коэффициентов m . Не приводя здесь доказательства, отметим, что вычислительная погрешность (22) достигает локальных минимумов в случае близости m к корням уравнения

$$L_m^{(0)}(\alpha) - (1 + e^{-\alpha}) \cdot L_m^{(0)}(1) = 0, \quad (24)$$

где $L_m^{(0)}(\alpha)$ – обобщенный полином Лагерра; α – наибольшая разность соседних значений таблицы 2,

$$\alpha = \max(\sigma_i - \sigma_{i+1}). \quad (25)$$

Вычисления предела выносливости по каждой кривой проводились при m , удовлетворявших соотношению $7 \leq m \leq 14$ и корням функции (24), после чего находилось их среднеарифметическое. В результате получено согласующееся с таблицей значение

$$\sigma_{Rlim} = 424,9 \pm 12,5 \text{ МПа}. \quad (26)$$

Практическое применение предложенной методики требует информацию о текущем состоянии объекта исследования. Пределы контактной и изгибной выносливости не являются непосредственно измеряемыми величинами, поэтому диагностику следует проводить по косвенным параметрам. Поверхностная твердость в ряде случаев [6] коррелируема с фактическим пределом выносливости, что может быть использовано для контроля с помощью твердомеров на остановленном и частично разобранном агрегате, содержащем зубчатую передачу. Контроль состояния передачи в режиме реального времени целесообразно осуществлять с помощью диагностических систем.

Выводы. Рост усталостных повреждений в элементах зубчатой передачи может быть описан как дискретный марковский процесс. Препятствием практического применения такого подхода до настоящего времени является трудность и неоднозначность неразрушающего измерения ключевых характеристик материала, определяющих допустимость работы передачи на конкретном режиме, т.е. действительных значений контактной и изгибной выносливости. Развитие средств диагностики, сочетающих контактные и бесконтактные (в частности эмиссионные) методы позволяет применить предложенную методику для получения адекватной картины технического состояния зубчатой передачи и прогнозировать ее безотказную работу, что дополняет проекторочный расчет, где использованы усредненные механические характеристики материала ее элементов.

Список литературы: 1. Чернавский С.А. Проектирование механических передач / С.А. Чернавский. – М.: Машиностроение, 1984. – 560с. 2. Иванова В.С. Природа усталости металлов / В.С. Иванова, В.Ф. Терентьев. – М.: Металлургия, 1975. – 456с. 3. Соколов Г.А. Теория вероятностей. Управляемые цепи Маркова в экономике / Г.А. Соколов, Н.А. Чистякова. – М.: Физматлит, 2005. – 248с. 4. Nikitin M.M. Asymptotic expansion of a function defined by power series / M.M. Nikitin. – arXiv.math/1006.0178. 5. Почтенный Е.К. Кинетика усталости машиностроительных конструкций / Е.К. Почтенный. – Минск: Арти-Фекс, 2002. – 188с. 6. Неменко А.В. Оценка эксплуатационной повреждаемости деталей механических систем по явлениям, сопровождающим их структурные изменения / А.В. Неменко, В.П. Сердобольская // Надежность и долговечность механизмов, элементов конструкций и биомеханических систем: М-лы межд. науч. техн. конф., Севастополь, 2004г. – Севастополь: СевНТУ, 2004. – С.145-148. 7. Неменко А.В. Приборы контроля работоспособности деталей машин по поверхностной твердости / А.В. Неменко, В.П. Сердобольская // Приборостроение: Республиканский межведомственный научно-технический сборник. – Вып.39. – Киев: Техника, 1987. – С.29-32.

Поступила (received) 20.02.2014