

Выводы:

1. Локализация контакта в червячных передачах может быть реализована с использованием стандартных производящих и рабочих червяков типа ZJ , $ZN2$, $ZK2$.

2. Наибольшая степень локализации контакта, то есть ярко выраженное точечное касание, имеет место в паре $[ZJ+GK2]$. Это зацепление уступает остальным трем парам по нагрузочной способности, но менее чувствительно к упругим деформациям и погрешностям изготовления.

3. Наиболее плотный контакт профилей, где $\chi_{\text{длр}} = \min$, дает зацепление $[ZK2+GJ]$. Эти передачи обладают минимальными контактными напряжениями и поэтому будут превосходить остальные по нагрузочной способности.

4. Рассмотренные приведенные кривизны профилей витков и зубьев применимы только для сравнительной оценки некоторых свойств передач. Для непосредственного расчета контактных напряжений в червячных передачах приведенные кривизны следует получить для рабочих поверхностей витков червяков и зубьев колес. Кроме того, дальнейшее исследование червячных передач с локализованным контактом будет расширено за счет стандартных производящих и рабочих червяков типа $ZK1$, $ZK3$, ZT .

Список литературы: 1. А.с. 904410, МКИ F16H. Червячная передача / С.В. Шевченко, В.П. Шишов, В.И. Подройко. – 2911046/24-28. Заявл. 21.04.1980. Опубл. в бюл. №15, 1982. 2. Севрюк В.Н. Эвольвентные передачи с точечным контактом // Труды Луган. вечер. машин. ин-та, серия Машиностроение, т.1. – Луганск, 1962. – С.40-47. 3. Шевченко С.В. Локализация контакта в червячном зацеплении на базе стандартных элементов передачи / С.В. Шевченко, П.Н. Ткач // Подъемно-транспортная техника. – Днепропетровск, 2010. – № 1. – С.49-55. 4. Шевченко С.В. Геликоиды в червячном зацеплении с локализованным контактом / С.В. Шевченко, Е.А. Мазнев // Подъемно-транспортная техника. – Днепропетровск, 2013. – № 4. – С.67-74. 5. O. Ufert. Dynamische Drehfehlermessungen an Walzfräsmaschinen und ihr Einfluss auf die Genauigkeit gefräster Grobgetrieberäder //VDI. – №103. – 1956. 6. Герасимов Б.К. Нагрузочная способность и к.п.д. червячных передач с локализованным пятном контакта / Б.К. Герасимов, В.Н. Кошкоров // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. – Л., 1983. – №396. – С.41-44. 7. Парубец В.И. Анализ и синтез червячных передач с управляемым контактом, локализованным в заданной зоне: дис. ... канд.техн.наук / В.И. Парубец. – Киев, 1985. – 233с. 8. Верховский А.В. Исследование условий работы червячных передач с замкнутыми линиями контакта: дис. ... канд.техн.наук / А.В. Верховский. – Москва, 1978. – 269с. 9. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила (received) 07.02.2014

УДК 621.833.6

А.В. ШЕХОВ, старший научный сотрудник каф. теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем НАКУ "ХАИ", Харьков

ОПТИМИЗАЦИЯ ДВУХПОТОЧНОГО МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times A1$ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА МАССЫ

Разработана методика оптимизации кинематической схемы двухпоточного многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times A1$ по критерию минимума массы. Рассмотрено построение целевой функции оптимизации, параметрами которой являются передаточные отношения ступеней механизма. Приведен вид целевой функции при расчете на контактную прочность. Исследованы свойства решения задачи оптимизации в зависимости от ограничений на передаточные отношения ступеней механизма.

© А.В. Шехов, 2014

Ключевые слова: двухпоточный механизм, многоступенчатый механизм, планетарный механизм, суммарная масса механизма, критерий минимума массы, оптимизация.

Введение. Актуальность задачи. В приводах систем управления и вспомогательного бортового оборудования самолетов широко применяются планетарные механизмы типа $A1$. Благодаря качествам таких планетарных механизмов конструкции вышеуказанных приводов обеспечивают выполнение основных требований, которые предъявляются к ним. В настоящее время к требованиям минимизации массогабаритного показателя и увеличения выходной мощности приводов добавлено требование функционирования на нескольких режимах работы. Переход с одного режима работы на другой режим работы должен обеспечиваться по соответствующей команде и не требовать дополнительных механических затрат. Требование реализации нескольких режимов функционирования привода на стадии его проектирования может быть обеспечено различными решениями, например, путем применения многопоточных кинематических схем передаточных механизмов. При этом учитывают ограничения на допустимые значения массовых и габаритных показателей отдельных ступеней передаточных механизмов. Минимизация массогабаритных показателей многопоточных приводов связана со структурой их кинематических цепей. Чем проще структура многопоточной кинематической цепи, тем надежнее будет конструкция проектируемого привода. Поэтому разработка методик оптимального проектирования многопоточных приводов с учетом их структуры является актуальной задачей проектирования современных авиационных приводов систем управления и бортового оборудования.

Анализ литературы. Задачам минимизации массы и габаритов рядных и планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-5].

Оптимальное проектирование различных кинематических схем двухпоточных зубчатых механизмов, образованных рядными ступенями, рассмотрено в работах [1, 4, 5]. Два потока механической мощности, подводимой к нагрузке, реализуются путем разделения силового потока от двигателя на две параллельные ветви, каждая из которых имеет свой выходной вал.

В работе [3] рассмотрены вопросы проектирования дифференциальных механизмов, в частности правила оптимального проектирования таких механизмов. Автор указанной работы указывает на допустимость применения методик оптимального проектирования планетарных механизмов к проектированию дифференциальных механизмов. Однако в этой работе не приведены как постановки задач оптимального проектирования дифференциалов, так и решения самих задач.

Цель статьи. Разработка методики решения задач оптимального проектирования двухпоточного многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times A1$ с дифференциалом, суммирующим два независимых потока механической мощности.

Постановка задачи. При создании авиационных приводов систем управления и бортового оборудования в конструкциях передаточных механизмов для резервирования или реализации различных режимов работы применяют дифференциалы на базе планетарного механизма типа $A1$. При этом дифференциал как ступень кинематической цепи привода реализует следующие две основные функции. Во-первых, функцию переключения от одного источника механической мощности к другому. Например, приводы бортового оборудования могут работать как в ручном режиме, так и от электродвигателя. Во-вторых, функцию суммирования двух движений. Варьируя величинами и направлениями вращения двух ведущих звеньев

ев дифференциала можно реализовать различные параметры кинематики его ведомого звена. Часто в приводах применяют несколько дифференциалов. Число применяемых дифференциалов в конструкции привода определяется назначением привода и перечнем реализуемых режимов его функционирования. Обычно дифференциальные ступени располагают в быстроходных ступенях привода.

Основными требованиями для конструкции вышеперечисленных приводов при заданной несущей способности являются минимальные габаритные размеры и минимальная масса. Оптимизация конструкции привода связана с поиском оптимального распределения его общего передаточного отношения по отдельным его ступеням. Такой поиск, как правило, выполняют путем оптимизации соответствующей целевой функции проектирования.

Построение целевых функций для многоступенчатых планетарных механизмов типа $n \times \overline{AI}$ и исследование их свойств рассмотрены в работах [2, 3]. Однако эти функции применимы только для последовательной структуры механизма, что и отражено в обозначении типа механизма. Такой механизм будем классифицировать как однопоточный или механизм с одним источником механической мощности (двигателем). Механизм, в котором реализованы две независимые ветви передачи механической мощности с последующим суммированием мощностей этих ветвей будем классифицировать как двухпоточный механизм. Для такого механизма надо разработать методику построения целевой функции проектирования и выполнить исследование ее свойств. Так как существует много вариантов построения кинематической схемы вышеуказанных механизмов, то решение поставленной задачи выполним для простой схемы двухпоточного механизма с одним дифференциалом.

Материалы исследований. На рисунке 1 приведена схема двухпоточного четырехступенчатого планетарного механизма типа $4 \times \overline{AI}$ и обозначения его зубчатых колес. Отметим следующее. В обозначении механизма указано на четыре ступени типа \overline{AI} , из которых одна – дифференциал и ей присвоен номер ступени, равный 3. Номера ступеней 1 и 2 относятся к кинематическим ветвям двух ведущих звеньев дифференциала. Номер ступени, равный 4, относится к кинематической ветви ведомого звена дифференциала. Зубчатые колеса Z_{13} и Z_{14} образуют рядную ступень механизма, которая передает вращение выходного вала второй ступени на второй входной вал дифференциала. Передача вращения выходного вала первой ступени на первый входной вал дифференциала выполнена непосредственно.

Принятая система нумерации зубчатых колес позволяет легко определять по номеру колеса его принадлежность ступени и его тип (центральное подвижное, сателлит, центральное неподвижное). Номер колеса задается по формуле

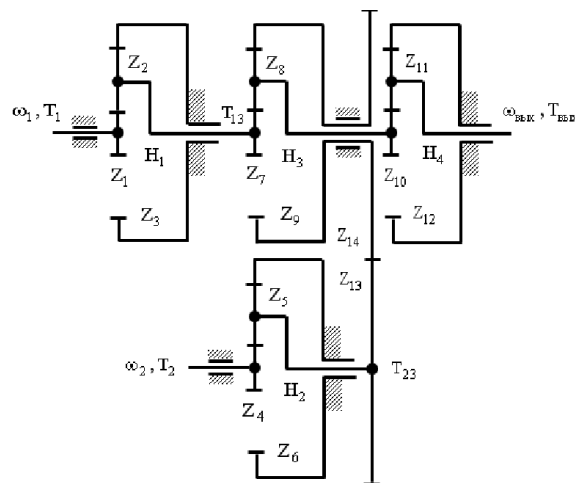


Рисунок 1 – Схема двухпоточного четырехступенчатого механизма типа $4 \times \overline{AI}$

$$Z_i \leftarrow \begin{cases} i = 3j - 2, & \text{центральное подвижное;} \\ i = 3j - 1, & \text{сателлит;} \\ i = 3j, & \text{центральное неподвижное,} \end{cases} \quad (1)$$

где j – номер планетарной ступени типа \overline{AI} .

Соотношение (1) считаем верным и для зубчатых колес дифференциала, хотя зубчатое колесо Z_9 тоже будет центральным подвижным колесом. Можно указать, что произведение $3j$ относится к зубчатым колесам внутреннего зацепления планетарных ступеней механизма.

Суммарную массу M_Σ двухпоточного четырехступенчатого механизма типа $4 \times \overline{AI}$ определим следующим образом

$$M_\Sigma = M_1 + k_1 \cdot M_2 + M_3 + M_4 + k_2 \cdot M_5 + M_6 + M_7 + k_3 \cdot M_8 + M_9 + M_{10} + k_4 \cdot M_{11} + M_{12} + M_{13} + M_{14} = MPI_\Sigma + MP_\Sigma, \quad (2)$$

где M_i – масса i -го зубчатого колеса механизма; k_j – число сателлитов j -й ступени механизма; $MPI_\Sigma = \sum_{j=1}^4 MPI_j = \sum_{j=1}^4 (M_{3j-2} + k_j M_{3j-1} + M_{3j})$ – суммарная масса всех планетарных ступеней типа \overline{AI} ; $MP_\Sigma = M_{13} + M_{14}$ – суммарная масса рядных ступеней механизма.

Массу M_i отдельного зубчатого колеса находим по формуле [6,7]

$$M_i = 0,25 \pi \rho_i b_i d_i^2 k_{zi}, \quad (3)$$

где ρ_i , b_i , d_i – плотность материала, ширина венца и диаметр делительной окружности i -го зубчатого колеса; $k_{zi} = M_{zk}/M_{oi}$ – коэффициент заполнения делительного цилиндра; M_{zk} , M_{oi} – масса реального зубчатого колеса и масса делительного цилиндра.

Подставим (3) в выражение для массы MPI_Σ и вынесем за скобки общий множитель $\pi \rho_{10} b_{10} d_{10}^2 / 4$, получим

$$MPI_\Sigma = \frac{\pi \rho_{10} b_{10} d_{10}^2}{4} \left(\frac{\rho_1}{\rho_{10}} \cdot \frac{b_1 d_1^2}{b_{10} d_{10}^2} \left(k_{31} + k_1 \frac{\rho_2}{\rho_1} k_{32} \frac{b_2 d_2^2}{b_1 d_1^2} + \frac{\rho_3}{\rho_1} k_{33} \frac{b_3 d_3^2}{b_1 d_1^2} \right) + \frac{\rho_4}{\rho_{10}} \cdot \frac{b_4 d_4^2}{b_{10} d_{10}^2} \left(k_{34} + k_2 \frac{\rho_5}{\rho_4} k_{35} \frac{b_5 d_5^2}{b_4 d_4^2} + \frac{\rho_6}{\rho_4} k_{36} \frac{b_6 d_6^2}{b_4 d_4^2} \right) + \frac{\rho_7}{\rho_{10}} \cdot \frac{b_7 d_7^2}{b_{10} d_{10}^2} \left(k_{37} + k_3 \frac{\rho_8}{\rho_7} k_{38} \frac{b_8 d_8^2}{b_7 d_7^2} + \frac{\rho_9}{\rho_7} k_{39} \frac{b_9 d_9^2}{b_7 d_7^2} \right) + \left(k_{310} + k_4 \frac{\rho_{11}}{\rho_{10}} k_{311} \frac{b_{11} d_{11}^2}{b_{10} d_{10}^2} + \frac{\rho_{12}}{\rho_{10}} k_{312} \frac{b_{12} d_{12}^2}{b_{10} d_{10}^2} \right) \right). \quad (4)$$

Отношения делительных диаметров зубчатых колес находим из условий соосности и передаточных отношений отдельных ступеней механизма

$$d_1 + 2d_2 = d_3; \quad d_4 + 2d_5 = d_6; \quad d_7 + 2d_8 = d_9; \quad d_{10} + 2d_{11} = d_{12}; \quad (5)$$

$$\frac{d_3}{d_1} = u_1 - 1; \quad \frac{d_6}{d_4} = u_2 - 1; \quad \frac{d_9}{d_7} = u_3 - 1; \quad \frac{d_{12}}{d_{11}} = u_4 - 1, \quad (6)$$

где $u_j = u_{3j-2,H}^{3j}$ – передаточное отношение j -ой ступени механизма.

Предположим, что ширины зубчатых венцов колес планетарных ступеней, находящихся в зацеплениях, одинаковы и одинаковы материалы этих колес,

$$b_1 = b_2 = b_3; b_4 = b_5 = b_6; b_7 = b_8 = b_9; b_{10} = b_{11} = b_{12}; \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_{12} = \rho. \quad (7)$$

С учетом условий (6) и (7) приведем формулу (4) к виду

$$\begin{aligned} M\Pi_{\Sigma} = & \frac{\pi}{4} \rho b_{10} d_{10}^2 \cdot \left(\frac{b_1 d_1^2}{b_{10} d_{10}^2} \left(k_{31} + \frac{\pi}{4} k_1 \cdot k_{32} \cdot (u_1 - 2)^2 + k_{33} \cdot (u_1 - 1)^2 \right) + \right. \\ & + \frac{b_4 d_4^2}{b_{10} d_{10}^2} \cdot (k_{34} + \frac{\pi}{4} k_2 \cdot k_{35} \cdot (u_2 - 2)^2 + k_{36} \cdot (u_2 - 1)^2) + \\ & + \frac{b_7 d_7^2}{b_{10} d_{10}^2} \cdot \left(k_{37} + \frac{\pi}{4} k_3 \cdot k_{38} \cdot (u_3 - 2)^2 + k_{39} \cdot (u_3 - 1)^2 \right) + \\ & \left. + \left(k_{310} + \frac{\pi}{4} k_4 \cdot k_{311} \cdot (u_4 - 2)^2 + k_{312} \cdot (u_4 - 1)^2 \right) \right). \quad (8) \end{aligned}$$

В формуле (8) произведения $b_{3j-2} d_{3j-2}^2$ определим как условный объем центрального подвижного z_{3j-2} зубчатого колеса j -й планетарной ступени.

Условный объем $b_{3j-2} d_{3j-2}^2$ центрального подвижного z_{3j-2} зубчатого колеса j -й ступени находим из условия контактной прочности активных рабочих поверхностей зубьев [6]

$$b_{3j-2} d_{3j-2}^2 = \frac{2T_{H(3j-2)} u_j}{k_j (u_j - 2) [k_0]_{3j-2}}, \quad (9)$$

где $T_{H(3j-2)}$ – вращающий момент, подводимый к центральному подвижному зубчатому колесу z_{3j-2} , при расчете на контактную прочность; $[k_0]_{3j-2}$ – допускаемый силовой фактор в зацеплении с центральным подвижным зубчатым колесом z_{3j-2} .

Значения вращающих моментов $T_{H(3j-2)}$ определим из следующих уравнений:

$$T_{H1} = \frac{T_{вых}}{u_1 u_3 u_4}; T_{H4} = \frac{T_{вых} (u_3 - 1)}{u_2 u_p u_3 u_4}; T_{H7} = \frac{T_{вых}}{u_3 u_4}; T_{H10} = \frac{T_{вых}}{u_4}, \quad (10)$$

где $T_{вых}$ – значение вращающего момента на выходном валу четвертой планетарной ступени.

С учетом соотношений (10) и условия $[k_0]_1 = [k_0]_4 = [k_0]_7 = [k_0]_{10}$, получим

$$\frac{b_1 d_1^2}{b_{10} d_{10}^2} = \frac{2T_{H1} u_1 k_4 (u_4 - 2) [k_0]_{10}}{2T_{H10} u_4 k_1 (u_1 - 2) [k_0]_{11}} = \frac{T_{H1}}{T_{H10}} \frac{k_4}{k_1} \frac{u_1 (u_4 - 2)}{u_4 (u_1 - 2)} = \frac{k_4}{k_1} \frac{(u_4 - 2)}{u_3 u_4 (u_1 - 2)}; \quad (11)$$

$$\frac{b_4 d_4^2}{b_{10} d_{10}^2} = \frac{2T_{H4} u_2 k_4 (u_4 - 2) [k_0]_{10}}{2T_{H10} u_4 k_2 (u_2 - 2) [k_0]_{14}} = \frac{T_{H10}}{T_{H1}} \frac{k_4}{k_2} \frac{u_2 (u_4 - 2)}{u_4 (u_2 - 2)} = \frac{k_4}{k_2} \frac{(u_3 - 1)(u_4 - 2)}{u_p u_3 u_4 (u_2 - 2)}; \quad (12)$$

$$\frac{b_7 d_7^2}{b_{10} d_{10}^2} = \frac{2T_{H7} u_3 k_4 (u_4 - 2) [k_0]_{10}}{2T_{H10} u_4 k_3 (u_3 - 2) [k_0]_{17}} = \frac{T_{H7}}{T_{H10}} \frac{k_4}{k_3} \frac{u_3 (u_4 - 2)}{u_6 (u_3 - 2)} = \frac{k_4}{k_3} \frac{(u_4 - 2)}{u_4 (u_3 - 2)}. \quad (13)$$

Подставим соотношения (11), (12) и (13) в формулу (8), получим выражение для суммарной массы $M\Pi_{\Sigma}$ всех планетарных ступеней механизма при расчете на контактную прочность

$$\begin{aligned} M\Pi_{\Sigma H} = & 0,25\pi\rho \frac{2T_{H10} u_4}{k_4 (u_4 - 2) [k_0]_{10}} \left(\frac{k_4}{k_1} \frac{(u_4 - 2)}{u_3 u_4 (u_1 - 2)} (k_{31} + 0,25k_1 k_{32} (u_1 - 2)^2 + \right. \\ & + k_{33} (u_1 - 1)^2) + \frac{k_4}{k_2} \frac{(u_3 - 1)(u_4 - 2)}{u_p u_3 u_4 (u_2 - 2)} (k_{34} + 0,25k_2 k_{35} (u_2 - 2)^2 + k_{36} (u_2 - 1)^2) + \\ & + \frac{k_4}{k_3} \frac{k_4}{k_3} \frac{(u_4 - 2)}{u_4 (u_3 - 2)} (k_{37} + 0,25k_3 k_{38} (u_3 - 2)^2 + k_{39} (u_3 - 1)^2) + \\ & \left. + (k_{310} + 0,25k_4 k_{311} (u_4 - 2)^2 + k_{312} (u_4 - 1)^2) \right). \quad (14) \end{aligned}$$

Представим выражение (14) в безразмерной форме

$$\begin{aligned} \overline{M\Pi}_{\Sigma H} = \frac{M\Pi_{\Sigma H}}{C_H} = & \frac{u_4}{k_4 (u_4 - 2)} \left(\frac{k_4}{k_1} \frac{(u_4 - 2)}{u_3 u_4 (u_1 - 2)} (k_{31} + 0,25k_1 k_{32} (u_1 - 2)^2 + \right. \\ & k_{33} (u_1 - 1)^2) + \frac{k_4}{k_2} \frac{(u_3 - 1)(u_4 - 2)}{u_p u_3 u_4 (u_2 - 2)} (k_{34} + 0,25k_2 k_{35} (u_2 - 2)^2 + k_{36} (u_2 - 1)^2) + \\ & + \frac{k_4}{k_3} \frac{(u_4 - 2)}{u_4 (u_3 - 2)} (k_{37} + 0,25k_3 k_{38} (u_3 - 2)^2 + k_{39} (u_3 - 1)^2) + \\ & \left. + (k_{310} + 0,25k_4 k_{311} (u_4 - 2)^2 + k_{312} (u_4 - 1)^2) \right). \quad (15) \end{aligned}$$

где $C_H = 0,5\pi\rho \cdot (T_{H10}/[k_0]_{10})$ – коэффициент массы при расчете на контактную прочность активных поверхностей зубьев.

Выражение (15) перепишем в виде

$$\overline{M\Pi}_{\Sigma H} = \frac{M\Pi_{\Sigma H}}{C_H} = \frac{\overline{M}_{H1}}{u_1 u_3} + \frac{\overline{M}_{H2}}{u_2 u_p} \frac{u_3}{u_3 - 1} + \frac{\overline{M}_{H3}}{u_3} + \overline{M}_{H4}, \quad (16)$$

где $\overline{M}_{Hj} = u_j (k_{3(3j-2)} + 0,25k_{3(3j-1)} k_j (u_j - 2)^2 + k_{3(3j)} (u_j - 1)^2) / (k_j (u_j - 2))$ – безразмерная масса j -й планетарной ступени при расчете на контактную прочность активных поверхностей зубьев.

Заметим, что параметр безразмерной массы \overline{M}_{Hj} планетарной ступени связан с параметром χ_{HA}^b из [7] условием $\chi_{HA}^b [k_0]_a (p-1) = \overline{M}_{Hj}$, здесь $p = z_b/z_a = u_j - 1 = z_{3j}/z_{3j-2}$.

Из формулы (16) видно, что безразмерные массы \overline{M}_{Hj} планетарных ступеней механизма входят в сумму с коэффициентами, которые определяются согласно двум потокам мощностей. Первый поток это ветвь с передаточными отношениями u_1 и u_3 , а второй поток – ветвь с передаточными отношениями u_2 , u_p и $(u_3/u_3 - 1)$ соответственно.

Подставим выражение (3) в формулу, по которой определяется суммарная масса рядных ступеней $M\Pi_{\Sigma}$, получим

$$M\Pi_{\Sigma} = \frac{\pi}{4} \rho_{13} b_{13} d_{13}^2 \left(k_{313} + \frac{\rho_{14} b_{14} d_{14}^2}{\rho_{13} b_{13} d_{13}^2} k_{314} \right). \quad (17)$$

Примем ширины зубчатых венцов колес рядных ступеней, находящихся в зацеплениях, одинаковы и одинаковы материалы этих колес

$$b_{13} = b_{14} = b_p; \rho_{13} = \rho_{14} = \rho_p. \quad (18)$$

С учетом условий (18) имеем

$$MP_{\Sigma} = \frac{\pi}{4} \rho_p b_p d_{13}^2 \left(k_{313} + \frac{d_{14}^2}{d_{13}^2} k_{314} \right) = \frac{\pi}{4} \rho_p b_p d_{13}^2 (k_{313} + u_p^2 k_{314}). \quad (19)$$

Условный объем $b_p d_{13}^2$ зубчатого колеса z_{13} рядной ступени находим из условия контактной прочности активных рабочих поверхностей зубьев [7]

$$b_p d_{13}^2 = \frac{2T_{H13}(u_p + 1)}{u_p [k_0]_{13}}, \quad (20)$$

где T_{H13} – вращающий момент, подводимый к колесу z_{13} при расчете на контактную прочность; $[k_0]_{13}$ – допускаемый силовой фактор в зацеплении с зубчатым колесом z_{13} .

Подставим выражение (20) в (19)

$$MP_{\Sigma} = \frac{\pi}{4} \rho_p \frac{2T_{H13}(u_p + 1)}{u_p [k_0]_{13}} (k_{313} + u_p^2 k_{314}) = \frac{\pi}{4} \rho_p \frac{2T_{H14}(u_p + 1)}{u_p^2 [k_0]_{13}} (k_{313} + u_p^2 k_{314}). \quad (21)$$

Принимаем условия $[k_0]_1 = [k_0]_4 = [k_0]_7 = [k_0]_{10} = [k_0]_{13}$ и $\rho = \rho_p$. Тогда формулу (21) перепишем в безразмерном виде

$$\overline{MP}_{\Sigma} = \frac{MP_{\Sigma}}{C_H} = \frac{T_{H13}(u_p + 1)}{T_{H10} u_p^2} (k_{313} + u_p^2 k_{314}) = \frac{T_{H14}(u_p + 1)}{T_{H10} u_p^2} (k_{313} + u_p^2 k_{314}). \quad (22)$$

С учетом отношения моментов выражение (22) примет вид

$$\overline{MP}_{\Sigma} = \frac{MP_{\Sigma}}{C_H} = \frac{u_3 - 1}{u_3} \frac{(u_p + 1)}{u_p^2} (k_{313} + u_p^2 k_{314}) = \frac{u_3 - 1}{u_3} \overline{M}_{HP}, \quad (23)$$

где $\overline{M}_{HP} = \frac{(u_p + 1)}{u_p^2} (k_{313} + u_p^2 k_{314})$ – безразмерная масса рядной ступени, образованной зубчатыми колесами Z_{13} и Z_{14} .

Безразмерная масса \overline{M}_{HP} одной рядной ступени при расчете на контактную прочность соответствует параметру $(\chi_H)_{1ст}$ из [7].

Безразмерную суммарную массу $\overline{M}_{\Sigma H}$ двухпоточного четырехступенчатого механизма типа $4 \times AI$ при расчете на контактную прочность находим по формуле

$$\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Pi\Sigma} + \overline{MP}_{\Sigma} = \frac{\overline{M}_{H1}}{u_1 u_3} + \frac{\overline{M}_{H2}}{u_2 u_p \frac{u_3}{u_3 - 1}} + \frac{\overline{M}_{H3}}{u_3} + \frac{\overline{M}_{HP}}{\frac{u_3}{u_3 - 1}} + \overline{M}_{H4}. \quad (24)$$

Связь передаточных отношений планетарных ступеней и рядной ступени кинематических ветвей находим из уравнения кинематики для дифференциала

$$\omega_{H3} = \frac{1}{u_3} \omega_4 + \frac{u_3 - 1}{u_3} \omega_9, \quad (25)$$

где ω_4, ω_9 – угловые скорости ведущих звеньев дифференциала; ω_{H3} – угловая скорость ведомого звена (води́ла) дифференциала.

Уравнение (25) представим в виде

$$\frac{1}{u_3} \frac{\omega_4}{\omega_{H3}} + \frac{u_3 - 1}{u_3} \frac{\omega_9}{\omega_{H3}} = 1. \quad (26)$$

Перепишем уравнение (26) через передаточные соотношения ступеней механизма и заданные угловые скорости – угловые скорости на входе кинематических ветвей и угловая скорость выходного вала механизма. В результате получим

$$\frac{\omega_1}{\omega_{вых}} \frac{1}{u_1 u_3 u_4} + \frac{\omega_2}{\omega_{вых}} \frac{u_3 - 1}{u_3 u_2 u_p u_4} = U_{1вых} \frac{1}{u_1 u_3 u_4} + \frac{u_3 - 1}{u_3 u_2 u_p u_4} U_{2вых} = 1. \quad (27)$$

В сравнительных расчетах для зубчатых колес планетарных ступеней можно принять $k_{31} = k_{34} = k_{37} = k_{31} = 1$, $k_{32} = k_{35} = k_{38} = k_{32} = 1$ и $k_{33} = k_{36} = k_{39} = k_{33} = 0,3$. Для колес рядной ступени с внешним зацеплением можно принять $k_{313} = k_{314} = 1$ [7]. С учетом этих замечаний, получим следующее выражение для безразмерной массы двухпоточного четырехступенчатого механизма типа $4 \times AI$ при расчете на контактную прочность

$$\begin{aligned} \overline{M}_{\Sigma H} = & \frac{u_4}{k_4 (u_4 - 2)} \left(\frac{k_4}{k_1 u_3 u_4 (u_1 - 2)} (1 + 0,25 k_1 (u_1 - 2)^2 + \right. \\ & \left. 0,3 (u_1 - 1)^2 \right) + \frac{k_4 (u_3 - 1) (u_4 - 2)}{k_2 u_p u_3 u_4 (u_2 - 2)} (1 + 0,25 k_2 (u_2 - 2)^2 + 0,3 (u_2 - 1)^2) + \\ & \left. + \frac{k_4 (u_4 - 2)}{k_3 u_4 (u_3 - 2)} (1 + 0,25 k_3 (u_3 - 2)^2 + 0,3 (u_3 - 1)^2) + \right. \\ & \left. + (1 + 0,25 k_4 (u_4 - 2)^2 + 0,3 (u_4 - 1)^2) \right) + \frac{u_3 - 1}{u_3} \frac{(u_p + 1)}{u_p^2} (1 + u_p^2). \end{aligned} \quad (28)$$

Выражение (28) определяет целевую функцию $\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Sigma H}(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, k_1, k_2, k_3, k_4)$.

Передаточные отношения отдельных ступеней u_i принимаем за переменные проектирования (параметры оптимизации), а числа сателлитов ступеней k_i – за параметры состояния. На рисунке 2 приведены графики целевой функции, полученные для случая, когда варьируется значение передаточного отношения первой ступени (рисунок 2,а), и для случая, когда варьируется значение передаточного отношения рядной ступени (рисунок 2,б). В обоих случаях не варьируемые значения передаточных отношений показаны выше соответствующего графика. Оба графика по-

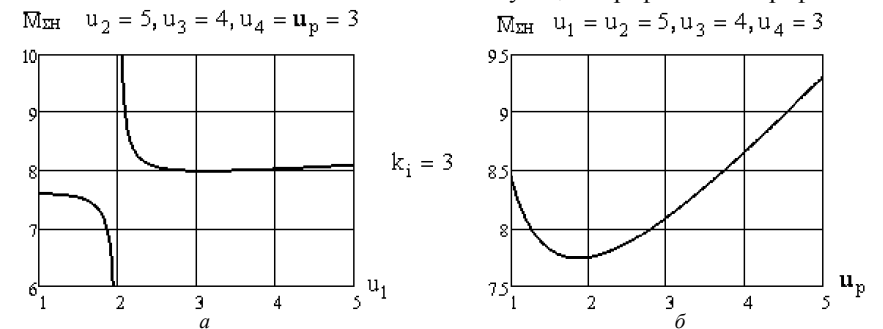


Рисунок 2 – График целевой функции $\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Sigma H}(u_1, \dots, u_5, k_1, k_2, k_3, k_4)$:

а – варьируется значение передаточного отношения первой ступени;
б – варьируется значение передаточного отношения рядной ступени

строены для одинаковых распределений числа сателлитов по ступеням механизма. При этом диапазон варьируемого передаточного отношения составил от 1 до 10 (на рисунке 2 он показан от 1 до 5). Из приведенных графиков видно, что в заданном диапазоне значений передаточных отношений целевая функция имеет минимум, с одной стороны, и претерпевает разрыв при значении передаточного отношения, равным 2. Из (28) видно, что для трех передаточных отношений, а именно для передаточных отношений u_1, u_2 и u_3 , когда они принимают значение 2, функция имеет разрыв. Однако для планетарной ступени типа АІ реализовать передаточное отношение, равное 2, нельзя. Поэтому целевая функция $\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Sigma H}(u_1, \dots, u_5, k_1, k_2, k_3, k_4)$ в диапазоне реализуемых передаточных отношений ступеней механизма принимается непрерывной функцией. Отметим, что приведенные графики подобны тем, которые были рассмотрены в работе [8].

Сформулируем задачу минимизации целевой функции $\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Sigma H}(u_1, \dots, u_5, k_1, k_2, k_3, k_4)$ в виде

$$\begin{aligned} U_{1\text{вых}} &= U_{1\text{вых}}^*, U_{2\text{вых}} = U_{2\text{вых}}^*; k_1 = k_1^*; k_2 = k_2^*; k_3 = k_3^*; k_4 = k_4^*; \\ u_{1н} &\leq u_1 \leq u_{1в}; u_{2н} \leq u_2 \leq u_{2в}; u_{3н} \leq u_3 \leq u_{3в}; u_{4н} \leq u_4 \leq u_{4в}; \\ \frac{U_{1\text{вых}}}{u_1 u_3 u_4} + \frac{U_{2\text{вых}}(u_3 - 1)}{u_2 u_3 u_4 u_p} &= 1; \overline{M}_{\Sigma H}(u_1, u_2, u_3, u_4, u_p, k_1, k_2, k_3, k_4) \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (29)$$

В (29) звездочкой указаны задаваемые значения параметров. Допустимый диапазон значений для передаточного отношения ступени u_i задают двумя числами – нижнее значение $u_{ин}$ и верхнее значение $u_{ив}$ соответственно. Понятно, что нижнее значение должно быть больше 2. Значение передаточного отношения рядной ступени u_p определяется из условия связи передаточных отношений ступеней (27).

Решение задачи (29) выполнено в среде математического пакета MathCAD с помощью внутренних функций Minerr(), Find() и Minimize(). Допустимый диапазон для передаточных отношений ступеней составил от 3 до 10. В результате численных опытов было установлено следующее свойство решения задачи (29). Если задаются равные значения параметров $U_{1\text{вых}}$ и $U_{2\text{вых}}$, то получаем одинаковые значения передаточных отношений первой и второй ступеней. При этом их значения передаточных отношений будут больше значений передаточных отношений других ступеней. Если значения передаточных отношений первой и второй ступеней достигли значения 10, то начинает расти значение передаточного отношения u_3 дифференциала. После того, как значение передаточного отношения u_3 достигнет 10, будет расти значение передаточного отношения рядной ступени. Наименьшее значение передаточного отношения всегда приходится на четвертую ступень. Выявленные свойства решения задачи (29) хорошо согласуются с зависимостью (24). Если требуется задать ограничение на значение передаточного отношения рядной ступени, то надо в постановке задачи (29) указать это ограничение.

Разработанная методика оптимизации массы схемы двухпоточного четырехступенчатого планетарного механизма типа $4 \times \overline{AI}$ была применена при проектировании бортового авиационного привода. С учетом дополнительных конструктивных ограничений, постановка задачи типа (29) была такая

$$\begin{aligned} U_{1\text{вых}} &= U_{1\text{вых}}^*; U_{2\text{вых}} = U_{2\text{вых}}^*; k_1 = k_1^*; k_2 = k_2^*; k_3 = k_3^*; k_4 = k_4^*; \\ u_{1н} &\leq u_1 \leq u_{1в}; u_{3н} \leq u_3 \leq u_{3в}; u_{4н} \leq u_4 \leq u_{4в}; u_1 = u_2; u_p = u_3 - 1; \\ \frac{U_{1\text{вых}}}{u_1 u_3 u_4} + \frac{U_{2\text{вых}}(u_3 - 1)}{u_2 u_3 u_4 u_p} &= 1; \overline{M}_{\Sigma H}(u_1, u_2, u_3, u_4, u_p, k_1, k_2, k_3, k_4) \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (30)$$

Из (30) видно, что явные равенства понижают число независимых переменных проектирования с 5 до 3. Равенство $u_1 = u_2$ приводит к дублированию каналов передачи механической мощности от двигателей. Приведем решение задачи (30) для следующих данных: $U_{1\text{вых}} = U_{2\text{вых}} = 30$; $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 3$; $u_{1н} = 3$ и $u_{1в} = 5$; $u_{3н} = 4$ и $u_{3в} = 4$; $u_{4н} = 3$ и $u_{4в} = 6$. Получено следующее решение: $u_1 = u_2 = 5$; $u_3 = 4$; $u_4 = 4$; $u_p = 3$. Заметим, что решить задачу (30) можно без ограничений. Тогда получим такие значения: $u_1 = u_2 = 6,626$; $u_3 = 3,166$; $u_4 = 2,861$; $u_p = 2,165$. При этом значение целевой функции будет меньше, чем в случае наличия ограничений. Уменьшение составит около 6%. Однако, полученные числа передаточных отношений не соответствуют возможным значениям (те которые можно реализовать). Поэтому их следует заменить на ближайшие из диапазона возможных значений.

Рассмотрение методики построения и минимизации целевой функции $\overline{M}_{\Sigma H} = \overline{M}_{\Sigma H}(u_1, \dots, u_5, k_1, k_2, k_3, k_4)$ применительно к кинематической схеме двухпоточного четырехступенчатого планетарного механизма типа $4 \times \overline{AI}$ позволяет применить соотношения (15) и (16) для кинематической схемы двухпоточного многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$. Для этого надо поступить следующим образом. Во-первых, заменить первую ступень механизма, приведенного на рисунке 1, кинематической цепью, составленной из многоступенчатого механизма типа $n_1 \times \overline{AI}$. Во-вторых, подобное сделать со второй ступенью. В результате получим кинематическую цепь второго потока, образованную многоступенчатым механизмом типа $n_2 \times \overline{AI}$. В-третьих, вместо четвертой ступени механизма, показанного на рисунке 1, задаем многоступенчатый механизм типа $n_4 \times \overline{AI}$. В итоге, получим кинематическую схему двухпоточного многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$, где $n = n_1 + n_2 + n_4 + 1$. В сумму для определения параметра n вошла 1, которая указывает на один суммирующий дифференциал.

Выводы:

1. Разработана методика построения целевой функции оптимизации массы двухпоточного многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \overline{AI}$ при расчете на контактную прочность.
2. Показаны условия, когда выражение для целевой функции совпадает с аналогичной формулой, которая приведена в работах В.Н. Кудрявцева.
3. Исследованы свойства решения задачи минимизации целевой функции в зависимости от типа задаваемых ограничений. Приведены ограничения, при которых размерность задачи может быть понижена.
4. Приведена математическая постановка минимизации целевой функции, которая легко может быть реализована в таких программах как MathCAD, Maple и MATLAB.
5. Разработанная методика может быть применена для более сложных структур многопоточковых многоступенчатых механизмов, образованных как планетарными ступенями, так и рядными.

Список литературы: 1. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Расчет и конструирование. Справочник и научное издание / В.Е. Старжинский, Б.П. Тимофеев, Е.В. Шалобаев, А.Т. Кудинов. Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева. – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с. 2. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 3. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 4. Старжинский В.Е., Шало-

баев Е.В., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И. Оптимизация двухточечного зубчатого механизма по критерию минимизации объема редуктора // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2011. – Вип.28. – С.150-162. 5. *Истомин С.И.* Проектирование мелкомодульных передач приборов с применением ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1985. – 176с. 6. Планетарные передачи. Справочник. Под ред. докторов техн. наук *В.Н. Кудрявцева* и *Ю.Н. Кирдяшева*. – Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-е), 1977. – 536с. 7. Курсовое проектирование деталей машин / *В.Н. Кудрявцев, Ю.А. Державец, И.И. Арефьев и др.*; Под общ. ред. *В.Н. Кудрявцева*: Учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-е, 1984. – 400с. 8. *Шехов А.В.* Алгоритмы решения задач оптимизации конструкций многоступенчатых механизмов // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2011. – Вип.28. – С.171-180.

Поступила (received) 20.03.2014

УДК 539.3: 621.897

С.В. ШИЛЬКО, к.т.н., доц., заведующий лабораторией ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси, Гомель;
В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н., доц., главный научный сотрудник ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси;
Е.М. ПЕТРОКОВЕЦ, научный сотрудник ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси;
С.Л. ГАВРИЛЕНКО, научный сотрудник ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси

КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАТИВНОСТИ И ПРОЧНОСТИ ПОЛИМЕРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ВЯЗКОУПРУГОСТИ МАТЕРИАЛА

Разработана методика анализа деформативности и прочности элементов конструкций сложной формы с учетом вязкоупругости материала. Для получения реологических констант выполнена идентификация вязкоупругой модели Прони по результатам механических испытаний стандартных образцов на релаксацию при сжатии. Рассмотрены примеры расчета зубчатого колеса и сильфона из полиамида.

Ключевые слова: полимерные композиты, деформативность, прочность, вязкоупругость, модель Прони, метод конечных элементов, зубчатое колесо, сильфон.

Введение. Реономные свойства полимерных материалов, которые проявляются в виде ползучести и релаксации, оказывают значительное влияние на деформативность и прочность элементов конструкций, изготавливаемых на их основе [1]. С одной стороны, деформации ползучести снижают формостабильность и ухудшают эксплуатационные характеристики изделий, являясь, например, источником кинематической погрешности полимерных зубчатых передач. Вместе с тем, вязкоупругие эффекты играют положительную роль, способствуя демпфированию колебаний, а также, в ряде случаев, благоприятному перераспределению напряжений и повышению несущей способности в результате "приспособления" конструкции к внешним нагрузкам.

В этой связи необходимым этапом прочностного расчета полимерных конструкций является описание реологических свойств применяемых материалов с последующим анализом напряженно-деформированного состояния конструкции в вязкоупругой постановке. Нужно заметить, что аналитические решения теории вязкоупругости [2-5] пригодны лишь для тел канонической формы. Это затрудняет их использование в расчете полимерных изделий, зачастую имеющих весьма сложную конфигурацию. С другой стороны, метод конечных элементов, широко применяемый для решения прикладных задач в упругой и упруго-пластической постановке, в настоящее время редко используется для моделирования вязкоупругого поведения реальных конструкций и деталей машин.

© С.В. Шилько, В.Е. Старжинский, Е.М. Петроковец, С.Л. Гавриленко, 2014