

И.Ю. КЛИМЕНКО, ассистент каф. управления на транспорте ГВУЗ "НГУ", Днепропетровск;
И.А. ТАРАН, д.т.н., проф., заведующий каф. управления на транспорте ГВУЗ "НГУ";
М.Н. ТРУБИЦИН, к.т.н., доцент каф. управления на транспорте ГВУЗ "НГУ"

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПОИСКА РАЦИОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСМИССИЙ ШАХТНЫХ ДИЗЕЛЕВЗОВ МЕТОДАМИ ПРЯМОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Рассмотрены основная (максимальный КПД) и вспомогательные задачи (аппроксимация экспериментальных данных) оптимизации параметров гидромеханических трансмиссий шахтных локомотивов при помощи модифицированного симплексного метода Нелдера-Мида. Показана возможность нахождения локальных экстремумов на основе предварительного зондирования пространства; равномерного перебора начальных симплексов (при помощи ЛП-т сеток) и локализации найденных экстремумов с введением дополнительных ограничений на N -мерную область определения произвольной целевой функции.

Ключевые слова: гидромеханические трансмиссии шахтных дизелевозов, методы прямой оптимизации, симплексный метод Нелдера-Мида, локальные экстремумы, зондирование N -мерного пространства, ЛП-т сетки, область локализации экстремума, штрафные ограничения.

Введение. Любая инженерная задача подразумевает нахождение рациональных или оптимальных различных количественных, качественных (бинарных: 0; 1 – отсутствие или наличие рассматриваемого фактора), логических и др. параметров исследуемой машины. Поиск экстремального решения усложняется видом реальной (не поддающейся дифференцированию, разрывной, ступенчатой, целочисленной и пр.) целевой функции (ЦФ), сложностью описания ограничений, накладываемых на ее область определения (ОО), возможной взаимозависимостью отдельных параметров, и самое главное – отсутствием гарантии нахождения всего комплекса потенциальных решений, для последующего выбора нужного (глобального) решения. В данном контексте, не составляет исключения и задача, сформулированная в названии данной статьи. Решение ее непосредственно влияет на эффективность работы рельсового транспорта шахт, путем технического совершенства средств тяги – локомотивов, наиболее перспективные из которых – дизелевозы [1].

Актуальность задачи для отечественного машиностроения состоит в построении универсального алгоритма определения зависимостей формирования и передачи потоков мощности в элементах трансмиссий шахтного дизелевоза для повышения тяговых возможностей локомотива при неизменной установочной мощности его двигателя. Комплекс получаемых здесь решений позволит: разработать обобщенную интегральную систему критериев оценки эффективности вариантов трансмиссий; и получить новые технические решения по совершенствованию трансмиссии шахтного дизелевоза [2, 3]. Актуальность, с точки зрения прикладной математики, состоит в разработке последовательных вариантов поэтапного алгоритма впервые соединяющего: наиболее эффективную модификацию симплексного метода Нелдера-Мида [4]; зондирование исследуемого N -мерного пространства варьируемых факторов (при помощи ЛП-т сеток [5]); локализацию найденных экстремумов (внесением вновь построенных односвязных ограничений на ОО ЦФ); анализ найденных решений- экстре-

© И.Ю. Клименко, И.А. Таран, М.Н. Трубицин, 2015

мумов по принадлежности их заданным или построенным границам, что и составляет **цель настоящей работы**.

Решение поставленных задач позволит построить адекватные математические модели КПД отдельных гидромашин и КПД гидрообъемных передач (ГОП) в целом, которые будут учитывать направление потоков мощности через ГОП, а также разработать и апробировать обобщенные алгоритмы прямой оптимизации для решения научно-исследовательских и прикладных задач горного машиностроения.

Анализ литературы, посвященной перечисленным выше вопросам, позволяет сформулировать следующие выводы и необходимые направления данной работы:

- бесступенчатые гидрообъемные механические трансмиссии (ГОМТ) являются наиболее перспективными устройствами передачи мощности на рабочие органы транспортных машин, в т.ч. и современных шахтных дизелевозов

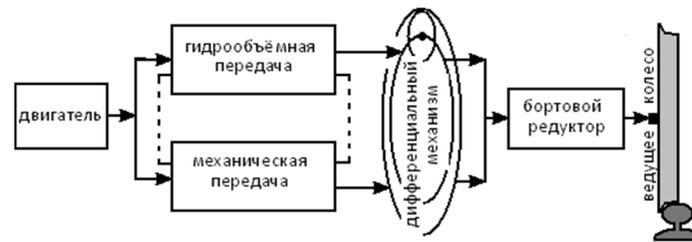


Рисунок 1 – Структурная схема двухпоточной ГОМТ

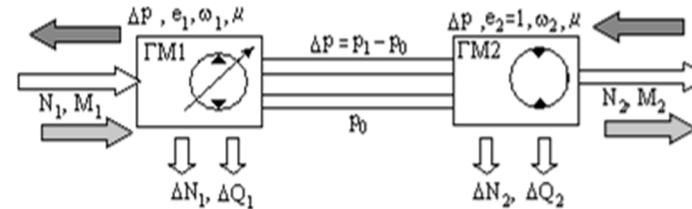


Рисунок 2 – Рабочие параметры и потери гидромашин объемного типа в прямом и обратном потоках мощности через ГОП

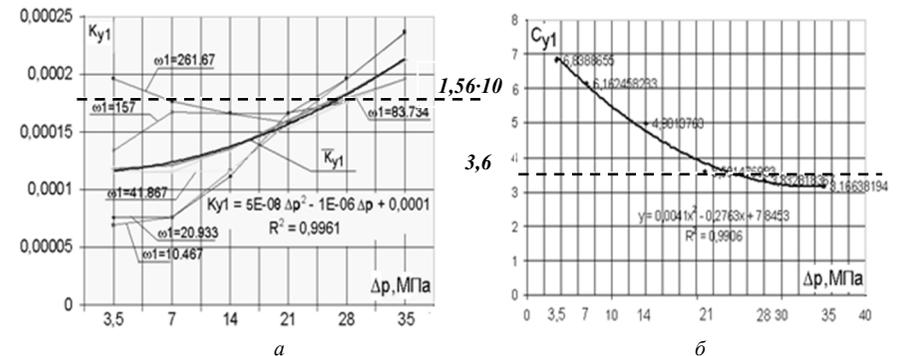


Рисунок 3 – Линия тренда для коэффициентов потерь: а – K_{y1} ; б – C_{y1} для гидронасоса

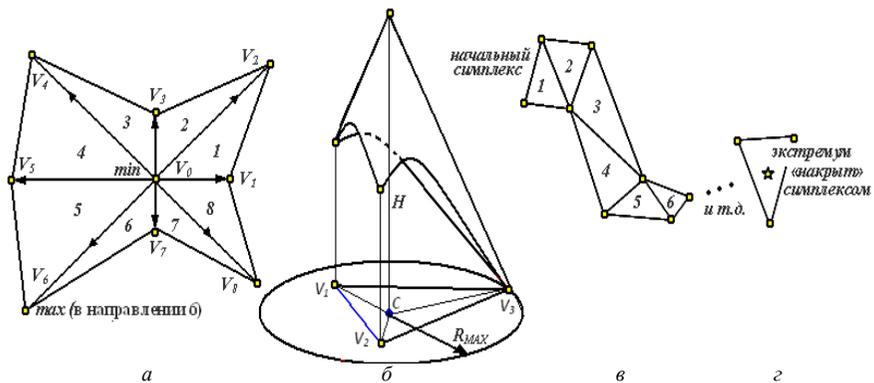


Рисунок 8 – Реализации методов:

а – локализация найденного симплексным методом Нелдера-Мида экстремума (обратный ход задачи оптимизации – метод "компаса". [6]); б – штрафная конусная поверхность во внутренней области симплекса; в – симплекс движется; г – симплекс накрыл экстремум

разно использовать метод прямой оптимизации в виде тривиального, непосредственного перебора (без зондирования целочисленного пространства факторов) всех возможных вариантов решений, удовлетворяющих накладываемым ограничениям (четырем условиям: соблюдения передаточного отношения; соосности; соседства; сборки);

- дальнейшее усовершенствование предлагаемого алгоритма предполагается проводить по направлениям: а) учет "взвешенности" вершин симплекса (учет значений ЦФ в них) для выбора достоверных коэффициентов отражения, расширения, сжатия и редукции; б) разработка отдельных стратегий рационального поведения симплекса при подходе к экстремуму, рисунок 8,в и при "накрывании" симплексом окрестности экстремума, рисунок 8,г; в) выбор формы и размеров начального симплекса; г) сбор с дальнейшее использование информации о размерах симплексов, коэффициентов их "деформации", расстояния между экстремумом и начальной точкой.

Постановка задачи. Для решения указанных задач двухпоточных трансмиссий шахтных дизелевозов, необходимо разработать универсальный метод прямой оптимизации. Он должен позволять обнаруживать искомый экстремум за минимальной количество обращений к процедуре вычисления ЦФ, а не за минимальное количество итераций. Так как из рисунка 7 следует, что различные действия симплексного метода Нелдера-Мида имеют не одинаковое количество вычислений величин V_{MN} , т.е. обращений к ЦФ, поэтому из-за не идентичности указанных действий (по объему вычислений) необходимо оценивать процесс нахождения решения по количеству подсчетов ЦФ $-f(X)=f(x_1, x_2, \dots, x_{N-1}, x_N)$.

Материалы исследований. Поиск большего, чем один, количества экстремумов предлагается осуществить по мере усложнения алгоритма рассматриваемой оптимизационной задачи за счет подключения программных блоков зондирования, локализации, введения штрафных слагаемых, проверки обследования всего объема ООЦФ, внешняя граница которой традиционно описывается N -мерным гиперкубом

$$x_{\min i} \leq x_i \leq x_{\max i}, \quad (1)$$

где $i=1, 2, \dots, N$, N – размерность пространства ООЦФ.

Симплекс в N -мерном пространстве представляем набором из $N+1$ точки (вершин), $C_{N+1}^N = N+1$ подмножеств которых – грани симплекса, описываемые гиперплоскостями, каждая из них проходит через свои N точек. Уравнения и мера удаления точки от гиперплоскости приведены в следующей таблице 1.

Таблица 1 – Общая формула гиперплоскости и расстояния в N -мерном пространстве

Размерность пространства	Координаты точки	Уравнение гиперплоскости	Расстояние от точки до гиперплоскости
1	x_1	$Ax - B = 0$ (точка $x = \text{const} = B/A$)	$d = \frac{ Ax_1 - B }{\sqrt{A^2}} = \left x_1 - \frac{B}{A} \right $
2	x_1, y_1	$Ax + By + C = 0$ (прямая)	$d = \frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$
3	x_1, y_1, z_1	$Ax + By + Cz + D = 0$ (плоскость)	$d = \frac{ Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$
N	x_1, x_2, \dots, x_N	$A_0 + \sum A_i \cdot x_i = 0$ (гиперплоскость)	$d = \frac{\left \sum A_i \cdot x_i + A_0 \right }{\sqrt{\sum A_i^2}}$

Для получения коэффициентов уравнения гиперплоскости, проходящей через N точек необходимо решить систему N линейных уравнений, с единичным вектором свободных членов, относительно N неизвестных $(-A_i, A_0^1)$ – аналог уравнения "в отрезках". Для каждой j -той точки $X_j = \{x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{Nj}\}$, $j=1 \dots N$, i -е уравнение имеет следующий вид, а неувязка (не принадлежность точки V гиперплоскости или не соответствие точки V неравенству, описанному гиперплоскостью) определяется:

$$\text{уравнение } \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{-A_0} x_{i,j} = 1; \text{ и неувязка } \Delta_V = \Delta(A_0^{-1} \cdot \bar{A}, \bar{V}) = \left| \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{-A_0} v_i - 1 \right|.$$

Тогда N -мерный объем внутренней области симплекса найдется по формуле, [4]

$$S = \frac{1}{N!} \det \begin{pmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \dots & x_{1,N} & 1 \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \dots & x_{2,N} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ x_{N,1} & x_{N,2} & \dots & x_{N,N} & 1 \\ x_{N+1,1} & x_{N+1,2} & \dots & x_{N+1,N} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Величину сумм таких объемов $\sum_{k=1 \dots K} S_k$ (по всем K введенным при локализации найденных экстремумов (4 или 8)-кратным, рисунок 8,а, группам симплексов) нужно сравнивать с объемом гиперкуба (1) $\Pi = \prod_{i=1 \dots N} (x_{\max i} - x_{\min i})$, и в случае достаточного перекрытия $(2 \dots 3) \cdot \Pi = S$ площади, таблица 2, ввести новый критерий остановки расчета в виду исчерпанности объема области внешнего гиперкуба.

С другой стороны, если после достаточной локализации ООЦФ станет пустым множеством – т.е. полностью перекрытым $N_{\text{ли}} = N_{\text{extr}}$ количеством симплексов, то по [4], последний экстремум будет находиться в точке с минималь-

ным суммарным штрафом и, следовательно, на оставшейся гиперплоскости, дающей максимальный штраф. Последнее, в случае упрощенного расположения линейных ограничений (как в задаче рудоподготовки, рисунок 5,б,в) или не корректного задания ООЦФ исходными ограничениями, позволяет установить (при варьировании величин штрафов) причину несовместности, для дальнейшего ее устранения.

Таблица 2 – Возможные результаты работы алгоритма симплекс-поиска

Выход начального симплекса из	Простой симплекс-поиск (одна начальная точка – один найденный экстремум)		Локализация каждого найденного экстремума
Одной точки		Выбор лучшего экстремума	
Из узлов ЛП-т сетки – зондирование пространства		Единственный найденный экстремум	
		Выбор лучшего экстремума	Единственный найденный экстремум
	- узел ЛП-т сетки (начальная точка), найденный и лучший экстремум		
	- внешний гиперкуб, часть области локализации в виде симплекса		

Нелинейные ограничения, накладываемые на ООЦФ, будут иметь отличные от линейных ограничений неувязки Δ_{NL} , поэтому иногда их целесообразно вносить отдельным слагаемым в процедуру вычисления ЦФ. В то же время, использование суммарных неувязок во внутренней области симплексов локализации дает результат – постоянство суммарной неувязки $\Delta_{SIMP} = N! \cdot S = \text{const}$, согласно [4] и формулы (2). Поэтому предлагаем вводить специальное штрафование, рисунок 8,б, во внутренней области симплексов локализации, по оценке расстояния от центра симплекса

$$x_{Ci} = (N+1)^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{N+1} x_{j,i}, \quad i=1 \dots N.$$

Большое количество рассматриваемых симплексов и гиперплоскостей-ограничений вынуждает разбить процедуру подсчета суммарного штрафа на блоки:

1) расчет штрафа от не удовлетворения одного линейного ограничения;

2) расчет суммарного штрафа во внутренней области одного симплекса, $N+1$ обращение к первому блоку;

3) расчет суммарного штрафа по всем N_{EXTR} имеющимся симплексам, с таким же количеством раз обращений к второму блоку.

4) Последующий подсчет всего суммарного штрафа в рассматриваемой точке V .

Результаты исследований, как апробацию алгоритма проведем на перечисленных выше оптимизационных задачах, с целью проверки работоспособности элементов, процедур и блоков предлагаемого алгоритма.

I. Построение линий трендов для коэффициентов потерь ГОП, рисунок 3. Задача имеет место из-за необходимости разделения экспериментальных переменных-факторов. Представляет собой аналог "метода наименьших квадратов", целевая функция в котором – унимодальна. Полученные решения представлены на рисунок 3,а,б, они были достигнуты при 197 и 254 определениях ЦФ (минимум квадратичной корреляции R^2), соответственно рисункам. Аргументы ЦФ – коэффициенты полиномов II степени относительно Δp . Полученное решение позволяет использовать более правдоподобные (чем неизменные, постоянные $K_{v1}=1,56 \cdot 10^{-4}$ и $C_{v1}=3,67$, [1], пунктирные линии на рисунок 3) аналитические зависимости обоих коэффициентов потерь от Δp .

II. Определение КПД гидрообъемной передачи, рисунок 4. Является продолжением предыдущей задачи. Построение линий уровня здесь производится итерационным методом, а пересечение рассматриваемых поверхностей в одной (искомой) точке максимального КПД рассматривается последовательно, по принципу номограмм. Это очевидно связано со сложностью построения линии "хребта" (пространственной линии, соединяющей точки максимальных кривизн плоских линий уровня поверхности КПД). Таким образом, эта оптимизационная задача является существенно не линейной из-за: во-первых, необходимости построения нелинейной функции кривизны; во-вторых, нахождения максимумов нелинейной функции. Ограничения на ООЦФ – не линейны и зависят от параметров конкретной ГОП.

III. Построение многозональной эпюры внутренней загрузки барабанных мельниц. При любом стационарном режиме движения шаров внутри мельницы эпюра заполнения барабана должна быть такова, что центр масс загрузки поднимется на минимальную высоту. Поэтому, при представлении движения загрузки некоторым двухконтурным потоком, рисунок 5,а, включающим водопадную и каскадную (внутреннюю) часть и необходимо найти соотношение частей. Решение этой задачи впервые позволит связать все технологические безразмерные параметры построения эпюры заполнения барабана мельницы (относительную скорость вращения ψ , относительное заполнение ϕ , внутреннее f_{CP} и внешнее f_1 трение загрузки, как сыпучей среды). ЦФ задачи – $\gamma_C = \omega^{-1} (\Phi_{ВОЛ} \gamma_{СВОЛ} + \Phi_{КАСК} \gamma_{СКАСК}) \rightarrow \min$, относительно двух переменных R и α (радиус и угол вылета внешней части потока), при ограничениях на:

- массовый баланс – $\Phi_{ВОЛ} + \Phi_{КАСК} = \Phi$;
- угол вылета – $(\arccos \psi^2 \pm \Delta \alpha) \leq \alpha \leq \pi/2$;
- абсциссы расположения центров масс выделенных зон и всей загрузки –

$$x_{СВОЛ} = R_1 f_1 \frac{B(\Omega)}{\pi \phi}; x_{СКАСК} = R_2 f_{CP} \frac{B(\Omega_{КАСК})}{\pi \phi_{КАСК}}; x_C = \frac{x_{СВОЛ} \Phi_{ВОЛ} + x_{СКАСК} \Phi_{КАСК}}{\Phi}$$

Задача имеет несколько решений. поэтому предполагается их локализация.

IV. Задача рудоподготовки (линейное программирование). В карьере работает N забоев, в каждом из них руда характеризуется параметрами, указанными в таблице 3.

ЦФ представляет собой максимальную производительность карьера $\sum x_i \rightarrow \max$, при ограничениях: усредняющих параметры шихты – гиперплоскости, проходящие через начало координат, рисунков 5,б,в; на объемы добычи в забоях – гиперкуб:

$$\begin{aligned} \sum [a_i - (\bar{a} - \Delta a)]x_i &\geq 0; \\ \sum [(\bar{a} + \Delta a) - a_i]x_i &\geq 0; \\ \sum (\gamma_i - \gamma_0)x_i &\geq 0; \\ \sum (q_i - q_0)\gamma_i x_i &\geq 0; \\ \sum (f_0 - f_i)(1 - \gamma_i)x_i &\geq 0, \end{aligned} \quad a_{\min i} \leq x_i \leq a_{\max i}, \quad i = 1 \dots N, \quad (N=6).$$

В случае вырожденности ООЦФ, рисунок 5,в, симплекс метод позволяет установить причину не корректности задачи – получаемое решение лежит на исключающей гиперплоскости, дающей минимальный штраф.

Выводы:

1. Разработан алгоритм поиска возможных решений оптимизационных задач, соединяющий методы прямой оптимизации – Нелдера-Мида и ЛП-т сеток с вариантами зондирования ООЦФ, локализации найденных экстремумов, введения специальных штрафных слагаемых.
2. Дальнейшее усовершенствование алгоритма предполагается проводить в направлении учета взвешенности вершин симплекса, для уменьшения количества проводимых итераций – рассмотрение вторых лучшей и худшей вершин.
3. Разработан критерий останова расчета, на принципе полного покрытия зонами локализации ООЦФ, т.е. получения заключения о полном ее обследовании.

Список литературы: 1. *Таран И.А.* Научное обоснование новых технических решений по совершенствованию трансмиссий шахтного дизелевоза. – Дисс... докт.техн.наук: 05.05.06 Горные машины. – Днепропетровск: НГУ, 2012. – 415с. 2. *Таран И.О., Клименко И.Ю.* Особливості застосування безступінчастих гідро об'ємно-механічних трансмісій (ГОМТ) // Міжнародна конференція "Сучасні інноваційні технології підготовки інженерних кадрів для гірничої промисловості і транспорту 2014" (електронний збірник). Дніпропетровськ, 27-28 березня 2014р. 3. *Таран И.А., Клименко И.Ю.* Инновационный математический инструментальный сравнительного анализа трансмиссий транспортных средств // Наук. вестник НГУ. – 2014. – №3. 4. *Конвай А.К., Кононова Е.Г., Трубицын М.Н.* Симплексный метод Нелдера-Мида – модификации, усовершенствование, использование / ДГИ. – Днепропетровск. 1987. – 79с. – Рус. – Деп. В УкрНИИТИ 15.01.87. №392-Ук-87. 5. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Дрофа, 2006. – 180с. 6. *Самородов Б.В.* Математическое моделирование и параметрический синтез бесступенчатых трансмиссий колесных тракторов / Дисс... канд.техн.наук: 01.05.02 Математическое моделирование и вычислительные методы. – Х.: НТУ "ХПИ", 2007. – 209с.

Таблица 3 – Исходные данные и решение задачи рудоподготовки

№ забоя	Содержание полезного компонента a_i , %	Класс +100мм γ_i , %	Крепость класса +100мм, q_i	Крепость класса –100 мм, f_i	Объем добычи, тыс. м ³		
					Минимальный, $a_{\min i}$	Максимальный, $a_{\max i}$	Плановый, x_i
1	23	31,4	1,232	6,6	0,5	1,5	1,09
2	25	32,5	3,210	12,8	2,0	3,5	3,50
3	24	30,7	0,753	4,2	2,0	3,5	3,28
4	24	30,1	3,295	13,0	2,0	3,5	2,00
5	26	36,0	0,913	5,1	1,0	2,0	2,00
6	23	28,4	0,803	4,5	1,8	1,0	1,42

Bibliography (transliterated): 1. *Taran I.A.* Nauchnoe obosnovanie novyh tehnikeskikh reshenii po sovershenstvovaniyu transmisiy shahtnogo dizelevoza. – Diss... Dokt. tehn.nauk: 05.05.06 Gornye mashiny. – Dnepropetrovsk: NGU, 2012. – 415p. 2. *Taran I.O., Klymenko I.Yu.* Osoblyvosti zastosuvannya bezstupinchastykh gidro ob'yemno-mekhanichnykh transmisiy (HOMT) // Mizhnarodna konferentsiya "Suchasni innovatsiyni tekhnologiyi pidhotovky inzhenernykh kadriv dlya himychoyi promyslovosti i transportu 2014" (elektronnyy zbirnyk). Dnip-ropetrovsk, 27-28 bereznya 2014. 3. *Taran I.A., Klymenko I.Yu.* Innovatsionnyy matematicheskij instrumentarij sravnitel'nogo analiza transmisiy transportnyh sredstv // Naukovij visnik NGU. – 2014. – No3. 4. *Konva A.K., Kononova E.G., Trubitsin M.N.* Simpleksnyj metod Nelder-Mead – modifikacii, usovershenstvovanie, ispol'zovanie / DGI. – Dnepropetrovsk, 1987. – 79p. – Rus. – Dep. V UkrNIINTI 15.01.87, No392-Uk-87. 5. *Sobol' I.M., Statnikov R.B.* Vybory optimal'nykh parametrov v zadachah so mnogimi kriterijami. – M.: Drofa, 2006. – 180p. 6. *Samorodov B.V.* Matematicheskoe modelirovanie i parametricheskij sintez besstupenchatykh transmisiy kolesnykh traktorov. – Diss... kand.tehn.nauk: 01.05.02. Matematicheskoe modelirovanie i vychislitel'nye metody. – Kharkov: NTU "KhPI", 2007. – 209p.

Поступила (received) 05.03.2015

УДК 621.833

В.И. КОРОТКИН, к.т.н., доц., ведущий научный сотрудник ИММКН ЮФУ, Ростов-на-Дону, Россия

ОБ ОДНОМ РЕЗЕРВЕ ПОВЫШЕНИЯ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ НОВИКОВА С ИСХОДНЫМ КОНТУРОМ ПО ГОСТ 30224-96

В данной статье рассмотрен вопрос о возможности снижения за счёт увеличения модуля как изгибных, так и контактных напряжений зубьев и повышении нагрузочной способности цилиндрической зубчатой передачи Новикова, выполненной на основе используемого на практике стандартного исходного контура по ГОСТ 30224-96. Работа передачи предполагается в реальных условиях, т.е. при наличии технологических погрешностей изготовления и сборки, а также с учётом податливости зубьев и деталей привода. Увеличение модуля осуществляется при сохранении радиальных и осевых габаритов зубчатой передачи. При обработке результатов моделирования получены рабочие формулы для расчёта эффективных контактных и изгибных напряжений, а также таблицы и графики. Показано, что при увеличении модуля на одну ступень снижаются контактные напряжения до 30% и изгибные до 60%, с возрастанием эффекта по мере понижения степени точности передачи. С учётом нелинейной связи между напряжениями и нагрузкой нагрузочная способность передачи повышается соответственно до 1,5 раз по контакту и до 2-х раз по изгибу.

Ключевые слова: зубчатая передача Новикова, модуль зацепления, изгибные напряжения, контактные напряжения.

Введение. Актуальность задачи. Задача повышения нагрузочной способности привода и, следовательно, входящей в его состав зубчатой передачи всегда считалась актуальной. Известные достоинства передач Новикова позволили осуществить их достаточно широкое внедрение в производство. Однако, как показали исследования, не все резервы этих прогрессивных передач хорошо изучены и используются на практике. В частности, речь идёт о таком резерве, как повышение модуля зацепления при встраивании передачи в существующие радиальные и осевые габариты корпуса. На первый взгляд задача кажется простой – действительно, при увеличении модуля получаем пропорционально увеличенную высоту рабочего участка зуба и, казалось бы, существенно повышенную (особенно с учётом хорошей приработки взаимодействующих поверхностей) контактную прочность. С другой стороны, должна значительно повышаться и изгибная прочность, поскольку изгибные напряжения падают пропорционально квадрату модуля [1]. Однако описанная картина далека от реальности, если учесть, что при сохранении габаритов передачи с увеличе-

© В.И. Короткин, 2015