

винахид. Україна. Зубчасте зачеплення / Попов О.П. – а20041210280; заявл. 14.12.04; опубл. 15.12.06. Бюл. №12. 6. Патент № 79810 на винахид. Україна. Передача Новикова з еліптичними зубами / Попов О.П., Попова Л.О. – а200501586; заявл. 21.02.05; опубл. 25.07.07. Бюл. №11. 7. Патент № 81008 на винахид. Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів / Попов О.П. – а200507850; заявл. 08.08.05; опубл. 26.11.07. Бюл. №19. 8. Патент № 84606 на винахид. Україна. Зубчаста передача з рівномірним зачепленням евольвентних зубів / Попов О.П. – а200611795; заявл. 09.11.06; опубл. 10.11.08. Бюл. №21. 9. Патент № 90054 на винахид. Україна. Малошумна косозуба зубчаста передача / Попов О.П. – а200812840; заявл. 03.11.08; опубл. 25.03.10. Бюл. №6. 10. Патент № 65777 на винахид. Україна. Зубчаста передача з конічно-циліндричними колесами / Попов О.П., Попова Л.О. – u201103736; заявл. 28.03.11; опубл. 25.11.11. Бюл. №22.

**Bibliography (transliterated):** 1. Popov A.P. Kontaktnaya prochnost' zubchatykh mekhanyzmov [Tekst] / A.P. Popov – Nykolaev: Yzd-vo NUK, 2008. – 580p. 2. Popov A.P. Zubchatye mekhanyzmy s tochechnym kontaktom zub'ev [Tekst] / A.P. Popov. – Nykolaev: Yzd-vo Atoll, 2010. – 774p. 3. Patent No 76881 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z modyfykovanyimi nizhkamy zubiv / Popov O.P. – a2004210; zayavl. 14.12.04; opubl. 15.09.06. Byul. No9. 4. Patent No 77304 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z kryvoliniynymy tvimymy zubiv / Popov O.P. – a2004121281; zayavl. 14.02.04; opubl. 15.11.06. Byul. No11. 5. Patent No 77634 na vynakhid. Ukrayina. Zubchaste zacheplennya / Popov O.P. – a20041210280; zayavl. 14.12.04; opubl. 15.12.06. Byul. No12. 6. Patent No 79810 na vynakhid. Ukrayina. Peredacha Novikova z eliptychnymy zubamy / Popov O.P., Popova L.O. – a200501586; zayavl. 21.02.05; opubl. 25.07.07. Byul. No11. 7. Patent No 81008 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha Popova O.P. z tochkovoyu i dvopamoyu systemoyu zacheplennya evol'ventnykh zubiv / Popov O.P. – a200507850; zayavl. 08.08.05; opubl. 26.11.07. Byul. No19. 8. Patent No 84606 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z rivnomitsnym zacheplennym evol'ventnykh zubiv / Popov O.P. – a200611795; zayavl. 09.11.06; opubl. 10.11.08. Byul. No21. 9. Patent No 90054 na vynakhid. Ukrayina. Maloshumna kosozubna zubchasta peredacha / Popov O.P. – a200812840; zayavl. 03.11.08; opubl. 25.03.10. Byul. No6. 10. Patent No65777 na vynakhid. Ukrayina. Zubchasta peredacha z konichno-tsylindrychnymy kolesamy / Popov O.P., Popova L.O. – u201103736; zayavl. 28.03.11; opubl. 25.11.11. Byul. No22.

Поступила (received) 09.04.2015

УДК 539.3

**Н.Б. СКРИПЧЕНКО**, аспирант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";  
**Н.Н. ТКАЧУК**, к.т.н., докторант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";  
**А.А. АТРОШЕНКО**, аспирант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";  
**Н.А. ТКАЧУК**, д.т.н., проф., заведующий каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫХ ШЕРОХОВАТЫХ ТЕЛ С УЧЕТОМ ПОДАТЛИВОСТИ

В статье описана методика и результаты экспериментального исследования контактного взаимодействия сложнопрофильных тел. Использована технология чувствительных к давлению пленок, которые размещаются между контактирующими телами, они служат индикаторами для определения контактных площадок и датчиками для измерения распределения контактных давлений. Показано соответствие применяемой модели упругому основанию Винклера. В работе экспериментально получена величина податливости промежуточного слоя.

**Ключевые слова:** контактное взаимодействие, сложнопрофилюное тело, упругое основание Винклера, контактные отпечатки.

**Введение.** Исследование взаимодействия элементов машиностроительных конструкций зачастую приводит к задачам анализа контактных давлений между сложнопрофильными телами [1]. В этом случае зачастую нарушаются гипотезы, в пределах которых справедлива модель Герца [2]. Например, первоначально точечный контакт таких тел может характеризоваться тем, что за-

зор, образуемый между ними, не может быть описан квадратичной формой двух координат, расположенных в общей касательной плоскости. Кроме того, на жесткость исследуемого узла влияет характер распределения контактных давлений, обусловленных перемещением точек взаимодействующих деталей как гладких или шероховатых упругих тел, точностью изготовления контактирующих деталей и качеством их обработки, наличием волнистости, шероховатости и т.п. Все эти факторы влияют на характер распределения контактных давлений, а также величину их максимальных значений.

Для исследования контактного взаимодействия тел с учетом этих факторов разрабатываются различные аналитические и численные методы. При этом достаточно важной задачей при использовании вновь разработанных, адаптированных или усовершенствованных методов численного исследования является определение самой возможности их применения, а также оценка сходимости и обеспечение точности численных решений при варьировании тех или иных параметров численных моделей.

В данной работе проведен и описан ряд экспериментальных исследований для обоснования применимости разработанного метода граничных интегральных уравнений с учетом наличия податливости промежуточного слоя при моделировании контактного взаимодействия.

**Постановка задачи.** В работе [3] предложен метод для учета влияния шероховатости на контактное взаимодействие сложнопрофильных тел (рисунок 1). В первом приближении применима модель упругого слоя, жесткостные свойства которого эквивалентны в некотором смысле свойствам шероховатого поверхностного слоя. Исследуемое тело  $\Omega$  состоит из двух частей:  $\Omega'$  – гладкое упругое тело и  $\Omega^{\wedge}$  – покрывающий его шероховатый слой (рисунок 1).

При этом между перемещениями точек  $u_z^{\Sigma}$  поверхности  $S'$ , участвующих в описании условий контактного взаимодействия, перемещениями гладкого тела  $u'_z$  и шероховатого слоя  $u_z^{\wedge}$  существует зависимость

$$u_z^{\Sigma} = u'_z + u_z^{\wedge}. \quad (1)$$

В качестве модели этого слоя использовано основание Винклера [4, 5]:

$$u_z^{\wedge} = \lambda p, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – податливость слоя (или слоев), зависящая от свойств материала и качества обработки материала поверхностного слоя исследуемого тела. В большинстве случаев для технических расчетов используют обобщенные значения податливости  $\lambda$ , определяемые экспериментально. Например, в работе [4], приведены ее значения в зависимости от вида обработки сопрягаемых поверхностей контактирующих тел (см. таблицу).

С учетом тако-  
кого представления

Таблица – Влияние вида обработки на контактную податливость

Вид обработки	Точение	Шлифование	Тонкое шлифование	Притирка
Ra, мкм	1,25...0,63	0,32...0,16	0,16...0,08	0,08...0,04
$\lambda$ , мкм/МПа	1,3	0,8	0,5	0,2

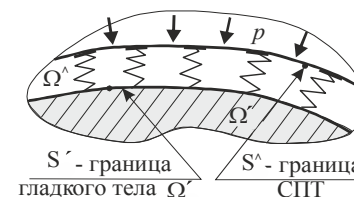


Рисунок 1 – Модель шероховатого сложнопрофильного упругого тела

разрешающие соотношения имеют вид:

$$\sum_m C_{nm}^{\Sigma} p_m + h_n - \delta = 0, \text{ узел } J_n - \text{ в контакте;}$$

$$\sum_m C_{nm}^{\Sigma} p_m + h_n - \delta > 0, \text{ узел } J_n - \text{ вне зоны контакта,}$$
(3)

где коэффициенты матрицы влияния

$$C_{nm}^{\Sigma} = C_{nm} + \lambda \delta_{nm}.$$
(4)

Здесь  $C_{nm}$  – коэффициенты матрицы податливости, определяемые ранее приведенными соотношениями;  $\lambda$  – суммарная податливость шероховатых слоев в сопряжении шероховатых тел;  $\delta_{nm} = \{1, \text{ если } n = m; 0, \text{ если } m \neq n\}$  – символ Кронекера. Добавление к диагональным элементам исходной матрицы податливости положительных слагаемых сохраняет ее положительную определенность.

Модель (2) является достаточно упрощенным вариантом более адекватных и точных зависимостей (например, степенных) между перемещениями и давлениями в шероховатом слое. В то же время даже в таком упрощенном виде она вносит качественное изменение в систему.

**Моделирование упругого основания Винклера.** В ходе проведения ряда экспериментов и получения распределений контактных давлений предложено промежуточный упругий слой моделировать с помощью резины толщиной 0,5мм. Для обоснования адекватности моделирования промежуточного

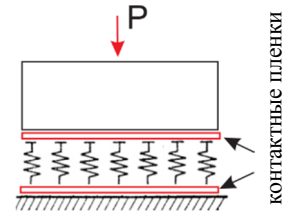


Рисунок 2 – Схема измерения контактных давлений

упругого слоя с ее помощью был проведен эксперимент, отображающий соответствие предложенной экспериментальной модели с моделью винклерового основания. Т.к. модель винклерового основания представляется как ряд пружин одинаковой жесткости, деформируемых независимо одна от другой, для подтверждения соответствия поведения вводимого упругого промежуточного слоя было предложено располагать чувствительные пленки над слоем резины и под ним (рисунок 2).

Общий вид экспериментальной установки показан на рисунке 3. Усилие прикладывается посредством винтовой пары, измеряется при помощи



Рисунок 3 – Общий вид экспериментальной установки для исследования контактного взаимодействия

наклеенных на шток винта тензодатчиков, подсоединенных к тензодатрическому набору ИСД-3, показания которого протарированы (с применением динамометра) для измерения усилий.

Для исследования контактных давлений сопрягаемых тел за-

действована технология контактных отпечатков с использованием чувствительных пленок фирмы Fujifilm [6]. Принцип работы пленок состоит в том, что при приложении контактного усилия микрокапсулы в цветообразующем слое разрушаются, и их вещество взаимодействует с веществом цветопроявляющего слоя. Интенсивность полученного цвета зависит от величины приложенного усилия.



Рисунок 4 – Контактные отпечатки: а – полученные над промежуточным упругим слоем; б – полученные под промежуточным упругим слоем

В ходе эксперимента были получены контактные отпечатки (рисунок 4), а также соответствующие им расшифровки в программном средстве Pressure Mapping Tool (рисунок 5). На рисунке 6 показаны соответствующие этим случаям распределения контактных давлений для одной частной нагрузки. Видно хорошее совпадение распределений контактных давлений.

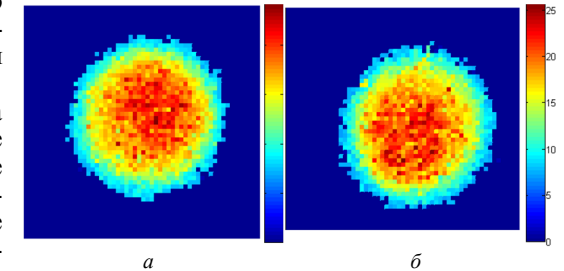


Рисунок 5 – Анализ контактных отпечатков (см. рисунок 2), полученных в ходе эксперимента а – контактное пятно, полученное над промежуточным слоем; б – контактное пятно, полученное под промежуточным слоем

Разница между максимальными значениями контактных давлений, полученными над промежуточным упругим слоем и под ним, составила 5%, а между размерами получаемых контактных пятен менее одного процента.

**Определение величины податливости упругого слоя.** С целью дальнейшего проведения ряда экспериментальных исследований контактного взаимодействия сложнопрофильных тел с наличием упругого слоя между ними был проведен эксперимент, в ходе которого определялась величина податливости слоя резины, используемая в качестве промежуточного упругого слоя.

В качестве макета был использован цилиндрический пуансон, вдавливаемый в плоское основание посредством винтовой пары. Для моделирования разной величины податливого слоя использовалось от одного до трех слоев резины. В ходе эксперимента с помощью микрометра определялись перемещения верхней плоскости цилиндрического пуансона в зависимости от прикладываемой нагрузки (рисунок 7). Эксперимент проводился в несколько этапов. Для исключения влияния перемещений самого цилиндрического пуансона, на

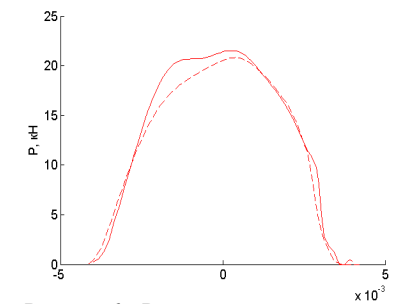


Рисунок 6 – Распределение контактных давлений при действии частной нагрузки: — над промежуточным упругим слоем; - - - под промежуточным упругим слоем

первом этапе он вдавливался в плоское основание без промежуточного слоя, полученные при этом перемещения вычитались из перемещений при наличии промежуточного слоя. Далее был проведен ряд нагружений с различным количеством слоев резины при варьируемой величине усилия прижатия (рисунок 8). Т.о, были получены зависимости перемещений при варьировании количества слоев промежуточного слоя, а также силы прижатия. Проведенный эксперимент позволил получить величину податливости  $\lambda$  одного слоя резины, которая равна  $0,77 \cdot 10^{-11}$  м/Па.

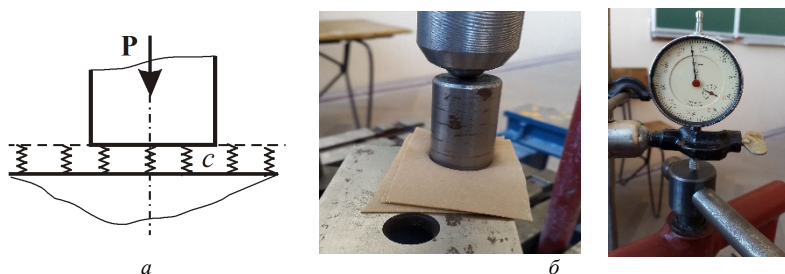


Рисунок 7 – Определение величины податливости упругого слоя:  
а – общий вид расчетной схемы; б – элементы экспериментальной установки

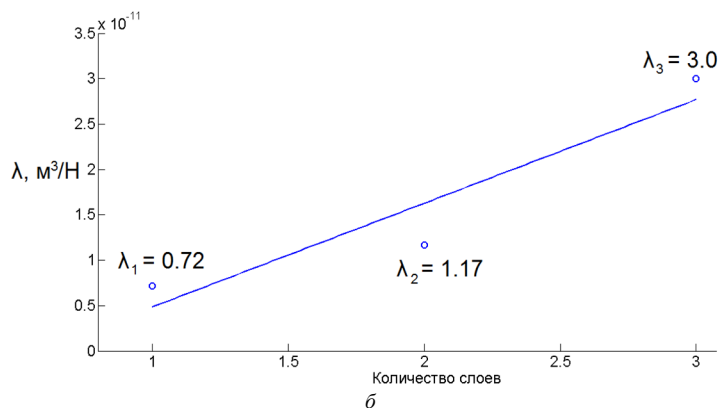
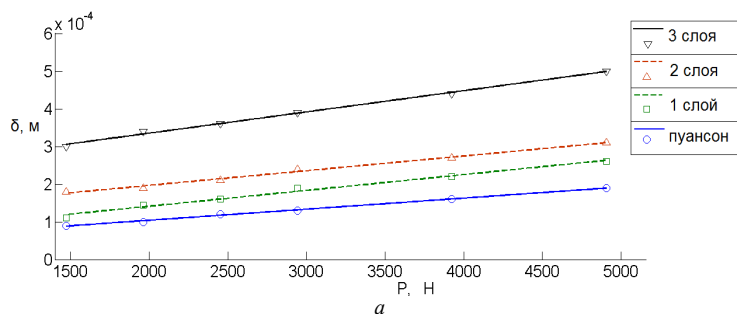


Рисунок 8 – Экспериментальное определение податливости:

а – перемещение пуансона при варьировании силы прижатия и количества промежуточных слоев  
б – экспериментально полученная величина податливости в зависимости от количества слоев резины

Для подтверждения адекватности проведенного эксперимента и точности полученных результатов, проведено сравнение с решением численной задачи, предложенным в работе методом учета наличия шероховатости. Рассмотрен случай контакта шара с плоскостью с наличием промежуточного упругого слоя между сопрягаемыми телами. Полученные численно контактные пятна качественно аналогичны контактным отпечаткам, полученным экспериментальным путем (рисунок 9). Расхождение результатов составило не более 10%.

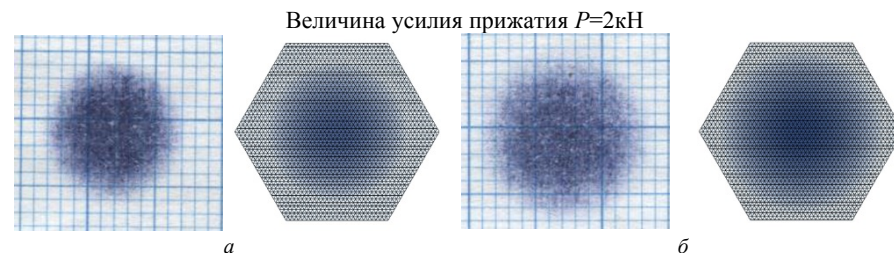


Рисунок 9 – Контактные пятна в сопряжении шара с плоскостью и соответствующие им численные решения:  
а – 1 слой резины; б – 2 слоя резины

**Выводы.** В работе продемонстрирована достоверность и точность предложенных математических, численных и экспериментальных моделей и полученных с их помощью результатов.

Во время проведения эксперимента показана адекватность предложенных способов моделирования упругого промежуточного слоя. Таким образом, в ходе проведенных расчетно-экспериментальных исследований продемонстрирована возможность моделирования контактного взаимодействия сложнопрофильных тел с учетом наличия промежуточного упругого слоя при помощи варианта метода граничных интегральных уравнений.

В дальнейшем планируется применить предложенную методику экспериментальных исследований для определения контактных зон и давлений в сопряжениях различных элементов машиностроительных конструкций.

**Список литературы:** 1. Ткачук Н.Н. Анализ контактного взаимодействия сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: дисс... канд. техн. наук: спец. 05.02.09. – Харьков, 2011. – 203с. 2. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 3. Ткачук Н.Н., Мовшович И.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В. Анализ контактного взаимодействия гладких и шероховатых тел методом граничных элементов: модели и разрешающие уравнения // КШП. ОМД. – М.: ООО Тисо Принт", 2014. – №3 – С.3-10. 4. Решетов Д.Н., Портман В.Т. Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336с. 5. Демкин Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. – М.: Наука, 1970. – 228с. 6. www.fujifilm.com

**Bibliography (transliterated):** 1. Tkachuk N.N. Analiz kontaktnogo vzaimodejstviya slozhnoprofil'nyh ehlementov mashinostroitel'nyh konstrukcij s kinematicheski sopryazhennymi poverhnostyami: diss... kand.tekhn. nauk: spec. 05.02.09. –Khar'kov, 2011. – 203p. 2. Dzhonson K. Mekhanika kontaktnogo vzaimodejstviya. – Moscow: Mir, 1989. – 510p. 3. Tkachuk N.N., Movshovich I.YA., Tkachuk N.A., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V. Analiz kontaktnogo vzaimodejstviya gladkih i shegohovatyh tel metodom granichnyh ehlementov: modeli i razreshayushchie uravneniya // KSHP. OMD. – Moscow: ООО "Tiso Print", 2014. – No3 – P.3-10. 4. Reshetov D.N., Portman V.T. Tochnost' metallorazhushchih stankov. – Moscow: Mashinostroenie, 1986. – 336p. 5. Demkin N.B. Kontaktirovanie sherohovatyh poverhnostej. – Moscow: Nauka, 1970. – 228p. 6. www.fujifilm.com

Поступила (received) 06.04.2015