НГУ. – 2012. – №2. – С75-80. **6.** *Виноградов Б.В.* Динаміка барабанних млинів [Текст]: монографія / *Б.В. Виноградов*. – Дніпропетровськ: УДХТУ, 2004. – 127с. **7.** *Виноградов Б.В.* Динамическая модель привода барабанной мельницы в установившемся режиме работы // *Б.В. Виноградов* / Научн. вестн. НГУ. – №3 – 2010. – С.72-76. **8.** *Виноградов Б.В.* Вынужденные колебания двухдвигательных синхронных приводов барабанних мельниц / *Б.В. Виноградов, А.В. Христенко* // Наук. вісн. НГУ. – 2012. – №6. – С.72-76. **9.** *Виноградов Б.В.* Гидропневмобаллонная упруговязкая система / *Б.В. Виноградов* // Вібрації в техн. та технологіях. – 2011. – №1(61). – С.15-19. **10.** *Годжаев З.А.* Исследование характеристик пневматического упругого элемента рукавного типа в зависимости от давления воздуха, хода и формы поршня / *З.А. Годжаев, А.А. Поповский, С.В. Гончаренко* // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. – Севастополь, 2011. – №120. – С.306-311.

Bibliography (transliterated): 1. A.S.743720 SSSR MPK V02S 17/24 Dvuhdvigatel'nyj periferijnyj privod barabannoj mel'nicy / *B.V. Vinogradov, V.I. Zajchenko*. – No2592504/29-33; zayavl. 21.03.78; opubl. 30.06.80. Byul.No24. **2.** A.S.710635 SSSR MPK V02S 17/24, F15V 11/25. Dvuhdvigatel'nyj periferijnyj privod barabannoj mel'nicy / *B.V. Vinogradov, V.I. Zajchenko*. – No2489018/29-33; zayavl. 24.05.77: opubl. 25.01.80. Byul.No3. **3.** A.S. 470662 SRSR MPK F15B 11/22. Dvuhdvigatel'nyj privod / *D.K. Kryukov, V.I. Zajchenko*. No1785067/24-6; zayavl. 16.05.72; opubl. 15.05.75. Byul.No18. **4.** Pat. No96521 Ukraine, MPK V02C 17/24. Dvodvigunovij sinhronnij privid barabannogo mlina [Tekst] / *Vinogradov B.V., Emel'yanenko V.I.*; Derzhavnij vishhij navchal'nij zaklad "Ukraїns'kij derzhavnij himiko-tehnologichnij universitet" – No a201007858; zajavl. 23.06.2010; Opubl. 10.11.2011. Byul.No21. **5.** *Vinogradov B.V.* Statika i dinamika dvuhdvigatel'nyh privodov barabannyh mel'nic / [Tekst]: *B.V. Vinogradov* // Nauk. visn. NGU. – 2012. – No2. – P.75-80. **6.** *Vinogradov B.V.* Dinamika barabannih mliniv [Tekst]: monografija / *B.V. Vinogradov*. – Dnipropetrovs'k: UDHTU, 2004. – 127p. **7.** *Vinogradov B.V.* Dinamicheskaya model' privoda barabannoj mel'nicy v ustanovivshemsja rezhime raboty // *B.V. Vinogradov* / Nauchn. vestn. NGU. – No3. – 2010. – P.72-76. **8.** *Vinogradov B.V.* Vynuzhdennye kolebaniya dvuhdvigatel'nyh sinhronnih privodov barabannih mel'nic / *B.V. Vinogradov, A.V. Hristenko* // Nauk. visn. NGU. – 2012. – No6. – P.72-76. **9.** *Vinogradov B.V.* Gidropnevmoballonnaya uprugovjazkaya sistema / *B.V. Vinogradov* // Vibracії v tehn. ta tehnologiyah. – 2011. – No1(61). – P.15-19. **10.** *Godzhaev Z.A.* Issledovanie harakteristik pnevmaticheskogo uprugogo elementa rukavnogo tipa v zavisimosti ot davleniya vozduha, hoda i formy porshnya / *Z.A. Godzhaev, A.A. Popovskij, S.V. Goncharenko* // Visnik SevNTU: zb. nauk. pr. Sevastopol', 2011. – №120. – P.306-311.

Поступила (received) 21.05.2015

УДК 621.833.6

А.В. ШЕХОВ, старший преподаватель каф. теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем НАКУ "ХАИ", Харьков

УСЛОВИЯ ПРОЧНОСТИ И ОЦЕНКА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО МАССЕ КОНСТРУКЦИИ ПРОСТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $\overline{\mathbf{AI}}$

Рассмотрена методика оценки несущей способности оптимальной по массе конструкции простого планетарного механизма типа $\overline{\mathbf{AI}}$ с учетом различных условий прочности. Методика основана на исследовании экстремальных свойств целевых функций аналога массы и коэффициента несущей способности конструкции механизма. Целевые функции задают как функции передаточного отношения механизма и параметров его конструкции. В качестве параметров конструкции механизма принимают число сателлитов, коэффициент приведения массы эпицикла, число зубьев центрального подвижного зубчатого колеса и коэффициент параметров прочности внешнего зубчатого зацепления. Аналог массы конструкции механизма определяют для трех условий прочности внешнего зубчатого зацепления – контактной, изгибной, контактной и изгибной равнопрочности.

Ключевые слова: простой планетарный механизм типа $\overline{\mathbf{AI}}$, условия прочности, несущая способность, конструкция оптимальная по массе, аналог массы, контактная и изгибная равнопрочность.

Введение. Актуальность задачи. Практика проектирования и создания приводов систем управления летательных аппаратов показывает, что требование обеспечения наименьшей массы конструкции привода и требование к его

нагрузочной способности могут быть не совместимы. Иногда такие требования могут быть взаимно противоречивыми. Разрешение такого противоречия быть выполнено двумя различными подходами. При первом подходе критерий минимума массы считается основным, а оценка несущей способности выполняется по найденным параметрам оптимальной по массе конструкции. Для второго подхода условие обеспечение заданной несущей способности учитывается при оптимизации массы конструкции привода. Оба подхода имеют свои плюсы и минусы. Поэтому оценка несущей способности конструкции вышеназванных приводов, имеющих минимальную массу, является актуальной задачей.

Анализ литературы. Минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [3-5]. Однако в этих работах не рассматриваются вопросы оценки несущей способности этих механизмов применительно к их оптимальным конструкциям. В работах [6-7] рассмотрены методики оценки несущей способности оптимальной по массе конструкции многоступенчатых планетарных механизмов типа $n\times\overline{\mathbf{AI}}$. Эти методики относятся к первому подходу решения вышеназванной проблемы. Оценка несущей способности простого планетарного механизма типа $\overline{\mathbf{AI}}$ рассмотрена в работе [2]. Но и в этой работе нет исследования этой оценки применительно для конструкции механизма с наименьшей массой.

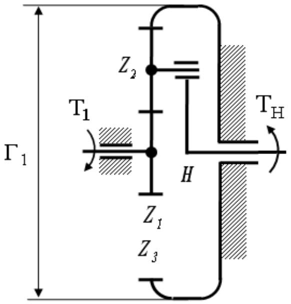


Рисунок 1 – Схема простого планетарного механизма типа $\overline{\mathbf{AI}}$

Цель статьи. Разработка методики оценки несущей способности оптимальной по массе конструкции двухступенчатого планетарного механизма типа $n\times\overline{\mathbf{AI}}$.

Материалы исследований. На рисунке 1 приведена схема рассматриваемого планетарного механизма типа $\overline{\mathbf{AI}}$. Моменты, действующие на входе и выходе механизма, обозначены, как T_1 и T_H соответственно. Символом $Г_1$ указан диаметральный габарит механизма. Суммарную массу $M_{\overline{AI}}$ простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ определим в виде [5]

$$M_{\overline{AI}} = \frac{\pi\rho_1}{4}\cdot b_1 d_1^2 \cdot \left(1 + k\cdot\left(\frac{u-2}{2}\right)^2 + n_M\cdot\frac{u^2}{4}\right) = \frac{\pi\rho_1}{4} b_1 d_1^2 \cdot A, \qquad (1)$$

где ρ_1, b_1, d_1 – плотность материала, ширина зубчатого венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса z_1; k – число сателлитов z_2 механизма; n_M – коэффициент приведения масс корпуса, водила и неподвижного зубчатого колеса z_3 к массе условного диска, диаметр которого равен удвоенному межосевому расстоянию внешнего зацепления z_1-z_2, а ширина равна ширине b_1 зубчатого венца центрального подвижного зубчатого колеса z_1; $u = u_{1H}^3$ – передаточное отношение механизма; $A = 1 + k\cdot\left(\frac{u-2}{2}\right)^2 + n_M\cdot\frac{u^2}{4}$ – безразмерный коэффициент.

Формула (1) получена в предположении, что материалы всех зубчатых колес одинаковы и одинаковы их ширины зубчатых венцов. При заданных значениях параметров k, n_M и передаточного отношения u суммарная масса механизма определяется массой условного объема $0{,}25\pi b_1 d_1^2$ центрального подвижного зубчатого колеса z_1.

Условный объем $0{,}25\pi b_1 d_1^2$ центрального подвижного зубчатого колеса z_1 может быть найден из различных условий прочности. Введем в рассмотрение коэффициент массы C_{ic}

$$C_{ic} = \frac{\pi\rho_1}{4}\cdot\left(b_1 d_1^2\right)_{ic}. \qquad (2)$$

В формуле (2) нижний индекс "ic" указывает на обозначение критерия прочности, из которого находят соответствующую величину $\left(b_1 d_1^2\right)_{ic}$.

С учетом (2) формулу (1) перепишем в безразмерном виде

$$\overline{M}_{ic} = \frac{M_{\overline{AI}}}{C_{ic}}. \qquad (3)$$

Рассмотрим контактную прочность внешнего зацепления простого планетарного механизма $\overline{AI}$.

Для внешнего зацепления z_1-z_2 условие контактной прочности имеет вид [1]

$$\left(\sigma_H\right)_{12} = 0{,}418\sqrt{\frac{4\cdot T_1\cdot\left(\Omega_H K_{H\beta} K_{Hv} E_{np}\right)_{12}}{b_1 d_1^2\cdot k\cdot\cos^2(\alpha_t)\cdot\mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}\cdot\frac{u}{u-2}} \le \left(\sigma_{HP}\right)_{12}, \qquad (4)$$

где $\left(\sigma_H\right)_{12}$ – контактное напряжение в полюсе зацепления зубчатых колес z_1 и z_2; T_1 – вращающий момент на входе механизма; $u = u_{1H}^3 = 1 + z_3/z_1 = 1 + p$ – передаточное отношение механизма; $E_{np} = \dfrac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ – приведенный модуль упругости материалов зубчатых колес z_1 и z_2; $K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий; K_{Hv} – коэффициент, учитывающий внутреннюю динамическую нагрузку; α_t – делительный угол профиля в торцовом сечении; α_{tw12} – угол внешнего зацепления зубчатых колес z_1 и z_2; Ω_H – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между сателлитами z_2 при расчете на контактную прочность; k – число сателлитов z_2; $\left(\sigma_{HP}\right)_{12}$ – допускаемое контактное напряжение для зацепления зубчатых колес z_1 и z_2.

В формуле (4) размерности величин T_1, E_{np}, b_1 и d_1 такие, как в работе [1].

Из (4) получим наименьшее значение параметра $\left(b_1 d_1^2\right)_{H\min}$ из расчета на контактную прочность внешнего зацепления механизма

$$\left(b_1 d_1^2\right)_{H\min} = \frac{0{,}7T_1\left(\Omega_H E_{np} K_{H\beta} K_{Hv}\right)_{12}}{k\left(\sigma_{HP}^2\right)_{12}\cdot\cos^2(\alpha_t)\cdot\mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}\cdot\frac{u}{u-2}. \qquad (5)$$

С учетом формулы (5) массу условного объема $0{,}25\pi b_1 d_1^2$ центрального подвижного зубчатого колеса z_1 при расчете на контактную прочность запишем в виде

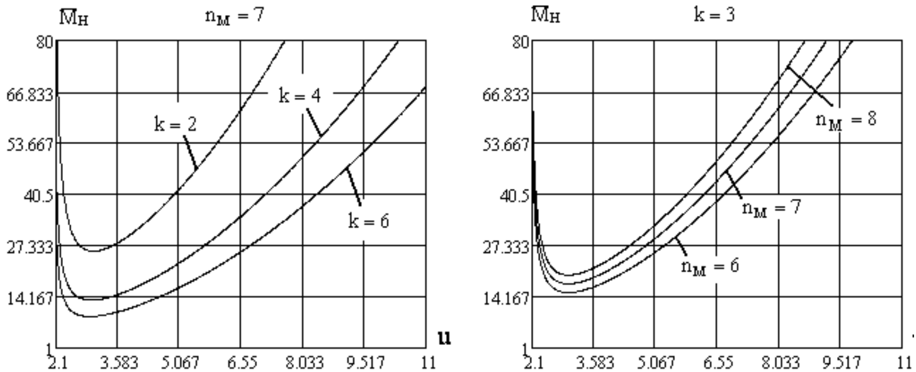
$$\frac{\pi\rho_1}{4}\cdot b_1 d_1^2 = \frac{\pi\rho_1}{4}\cdot\frac{0{,}7T_1\left(\Omega_H E_{np} K_{H\beta} K_{Hv}\right)_{12}}{k\left(\sigma_{HP}^2\right)_{12}\cdot\cos^2(\alpha_t)\cdot\mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}\cdot\frac{u}{u-2} = C_H\cdot\frac{u}{k(u-2)}, \qquad (6)$$

где $C_H = \dfrac{\pi\rho_1}{4}\cdot\dfrac{0{,}7T_1\left(\Omega_H E_{np} K_{H\beta} K_{Hv}\right)_{12}}{\left(\sigma_{HP}^2\right)_{12}\cdot\cos^2(\alpha_t)\cdot\mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}$ – коэффициент массы при расчете на контактную прочность.

Аналог массы $\overline{M}_H$ простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете на контактную прочность внешнего зацепления z_1-z_2 находим по формуле

$$\overline{M}_H = \frac{M_{\overline{AI}}}{C_H} = \frac{A}{k(u-2)} = \frac{1 + k\cdot\left(\dfrac{u-2}{2}\right)^2 + n_M\cdot\dfrac{u^2}{4}}{k(u-2)}. \qquad (7)$$

При заданных значениях параметров k и n_M конструкции механизма аналог его массы $\overline{M}_H$ является функцией передаточного отношения механизма u, т.е. $\overline{M}_H = \overline{M}_H(u)$. На рисунке 2 приведены графики этой функции. Из представленных графиков видно, что функция аналога массы $\overline{M}_H$ планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете на контактную прочность его внешнего зацепления имеет явный минимум. При этом с увеличением числа сателлитов k или с уменьшением значения параметра n_M значение этого минимума уменьшается.



а б

Рисунок 2 – График зависимости функции аналога массы $\overline{M}_H = \overline{M}_H(u)$ при различных значениях: *а* – параметра k; *б* – параметра n_M

Значение передаточного отношения механизма $u_{opt\,H}$, при котором значение аналога массы $\overline{M}_H$ будет минимальным, находим из решения следующего уравнения

$$\frac{\partial\overline{M}_H}{\partial u} = 0 \Rightarrow \left(k + n_M\right)\cdot u^3 - \left(5k + 3n_M\right)\cdot u^2 + 8k\cdot u - 4\cdot(1+)k = 0. \qquad (8)$$

Уравнение (8) – кубическое уравнение, которое можно решить численным методом или с помощью формулы Кардана. Например, если k=3 и n_M=7, то

$u_{opt\,H}$ =2,974. При значениях k=6 и n_M =7 находим $u_{opt\,H}$ =2,908.

Из формулы (4) находим значение допускаемого момента на входе механизма $[T_1]_H$

$$[T_1]_H = \frac{\left(\sigma^2_{HP}\right)_{12}}{0{,}418^2 \cdot 4} \cdot \frac{k}{\Omega_H} \cdot \frac{\cos^2(\alpha_t)\cdot \mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}{\left(E_{np}K_{H\beta}K_{Hv}\right)_{12}} \cdot \frac{u-2}{u} \cdot b_1 d_1^2 . \qquad (9)$$

Полученная формула (9) подобна той, что приведена в [2], если сделать такие замены: величину передаточного отношения u поменять на параметр $p = u-1$; ввести коэффициент $[k_0]$ согласно [1].

Значение допускаемого момента нагрузки механизма $[T_H]_H$ находим из (9)

$$[T_H]_H = [T_1]_H \cdot u = \frac{\left(\sigma^2_{HP}\right)_{12}}{0{,}418^2 \cdot 4} \cdot \frac{k}{\Omega_H} \cdot \frac{\cos^2(\alpha_t)\cdot \mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}{\left(E_{np}K_{H\beta}K_{Hv}\right)_{12}} \cdot (u-2) \cdot b_1 d_1^2 . \qquad (10)$$

Перепишем формулу (10) следующим образом

$$[T_H]_H == \frac{\left(\sigma^2_{HP}\right)_{12}}{0{,}7} \cdot \frac{k}{\Omega_H} \cdot \frac{\cos^3(\alpha_t)\cdot \mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}{\left(E_{np}K_{H\beta}K_{Hv}\right)_{12} \cdot \cos(\alpha_{tw12})} \cdot \frac{(p-1)}{p^3} \cdot \psi_{bd12} d_3^3 , \qquad (11)$$

где $\psi_{bd12} = b_1 / d_{w1}$ – коэффициент ширины зубчатого венца относительно диаметра для внешнего зубчатого зацепления механизма.

Представим соотношение (11) так, как это сделано в [2]

$$[T_H]_H = K_{\overline{AI}\_H} \cdot \frac{d_3^3}{50\Omega_H} \cdot \frac{\left(\sigma^2_{HP}\right)_{12} \cdot \cos^3(\alpha_t)\cdot \mathrm{tg}(\alpha_{tw12})}{0{,}7 \cdot \left(E_{np}K_{H\beta}K_{Hv}\right)_{12} \cdot \cos(\alpha_{tw12})} , \qquad (12)$$

где $K_{\overline{AI}\_H}$ – коэффициент, характеризующий несущую способность механизма при расчете на контактную прочность его внешнего зацепления,

$$K_{\overline{AI}\_H} = \begin{cases} \dfrac{50k\psi_{bd12}(p-1)}{p^3}, & p \ge 3; \\ \dfrac{25k\psi_{bd12}(p-1)^2}{p^3}, & p < 3. \end{cases}$$

В формуле (12) учтено замечание, приведенное в [2] относительно величины параметра ψ_{bd12} .

При заданных значениях $K_{H\beta}$, K_{Hv} , α_t , α_{tw12} , E_{np} , σ_{HP} для внешнего зацепления механизма и значении диаметра эпицикла d_3 несущая способность механизма зависит от значения коэффициента $K_{\overline{AI}\_H}$. На рисунке 3 приведен график зависимости коэффициента $K_{\overline{AI}\_H}$ от величины параметра p. При этом значение параметра ψ_{bd12} было принято равным 0,7 [2]. При увеличении значения параметра ψ_{bd12} свыше 0,7 до 1.4 значение коэффициента $K_{\overline{AI}\_H}$ тоже растет. Однако при этом увеличивается осевой размер механизма.

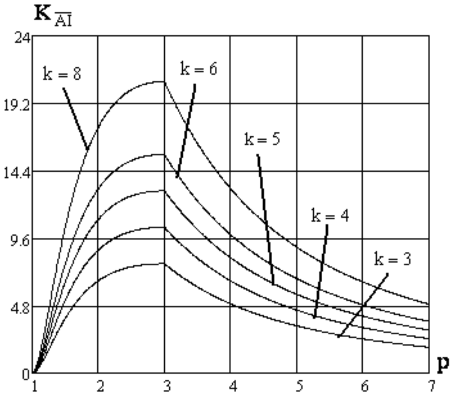


Рисунок 3 – График зависимости коэффициента $K_{\overline{AI}\_H}$ от величины параметра p

Анализ графиков, приведенных на рисунках 2 и 3, показывает, что значение передаточного отношения механизма $u_{\max}$, при котором его несущая способность будет наибольшей, больше значения передаточного отношения $u_{opt\,H}$, когда его масса будет наименьшей. Например, если k=3, n_M =7 и ψ_{bd12} =0,7, то $u_{opt\,H}$ =2,974 (p=1,974), а $u_{\max}$ =4 (p=3). При этом $\overline{M}_H(u{=}u_{optH})$=17,496, $\overline{M}_H(u{=}u_{\max})$=21,333, $K_{\overline{AI}}(u{=}u_{optH})$=6,645 и $K_{\overline{AI}}(u{=}u_{\max})$=7,778. Таким образом, несущая способность конструкции простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$, имеющая наименьшее значение аналога массы при расчете на контактную прочность, на 16% меньше максимально возможной несущей способности этого механизма.

Рассмотрим изгибную прочность внешнего зубчатого зацепления простого планетарного механизма $\overline{AI}$.

Для внешнего зацепления z_1-z_2 условие изгибной прочности имеет вид [1]

$$(\sigma_F)_1 = \frac{2 \cdot T_1 \cdot (\Omega_F K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1 \cdot z_1}{b_1 d_1^2 \cdot k} \le (\sigma_{FP})_1 ; \; (13) \qquad (\sigma_F)_2 = (\sigma_F)_2 \cdot \frac{(Y_{FS})_2}{(Y_{FS})_1} \le (\sigma_{FP})_2 , \; (14)$$

где $(\sigma_F)_i$ – расчетное местное напряжение при изгибе (i=1,2); $(Y_{FS})_i$ – коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений; $(\sigma_{FP})_i$ – допускаемые напряжения при изгибе зубьев.

В формуле (13) с нижним индексом "F" указаны параметры, аналогичные тем, что указаны в формуле (4) соответственно с нижним индексом "H". При записи формул (13) и (14) принято, что b_1=b_2.

Из формулы (13) находим наименьшее значение параметра $\left(b_1 d_1^2\right)_{F\min}$ из расчета на изгибную прочность внешнего зацепления механизма

$$\left(b_1 d_1^2\right)_{F\min} = \frac{2 \cdot T_1 \cdot (\Omega_F K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1 \cdot z_1}{k \cdot (\sigma_{FP})_1} . \qquad (15)$$

С учетом формулы (10) массу условного объема $0{,}25\pi b_1 d_1^2$ центрального зубчатого колеса z_1 при расчете на изгибную прочность запишем в виде

$$\frac{\pi\rho_1}{4} \cdot b_1 d_1^2 = \frac{\pi\rho_1}{4} \cdot \frac{2 \cdot T_1 \cdot (\Omega_F K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1 \cdot z_1}{k \cdot (\sigma_{FP})_1} = C_F \cdot \frac{z_1}{k} , \qquad (16)$$

где $C_F = \dfrac{\pi\rho_1}{2} \cdot \dfrac{T_1 \cdot (\Omega_F K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot (Y_{FS})_1}{(\sigma_{FP})_1}$ – коэффициент массы при расчете на изгибную прочность.

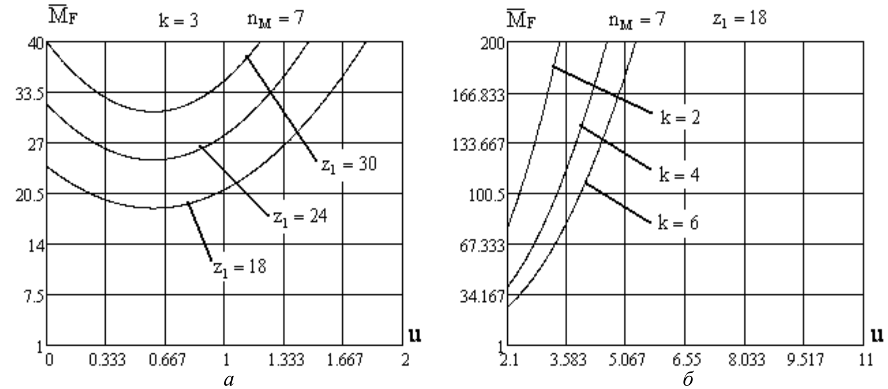
Аналог массы $\overline{M}_F$ простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете на изгибную прочность внешнего зацепления z_1-z_2 находим по формуле

$$\overline{M}_F = \frac{M_{\overline{AI}}}{C_F} = \frac{z_1 A}{k} = \frac{z_1 \cdot \left(1 + k \cdot \left(\frac{u-2}{2}\right)^2 + n_M \cdot \frac{u^2}{4}\right)}{k}. \quad (17)$$

При заданных значениях параметров z_1, k и n_M конструкции механизма аналог его массы $\overline{M}_F$ является функцией передаточного отношения механизма u, т.е. $\overline{M}_F = \overline{M}_F(u)$. На рисунке 4 приведены графики этой функции. Из представленных графиков видно, что функция аналога массы $\overline{M}_F$ планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете на изгибную прочность его внешнего зацепления имеет явный минимум. Оптимальное значение передаточного отношения $u_{opt\,F}$, при котором целевая функция $\overline{M}_F(u)$ принимает минимальное значение, находим из решения следующего уравнения

$$\frac{\partial \overline{M}_F}{\partial u} = 0 \Rightarrow \frac{z_1 \cdot (ku - 2k + n_M u)}{2k1} = 0 \Rightarrow u_{opt\,F} = \frac{2k}{k + n_M}. \quad (18)$$

Из формулы (18) следует, что для принятых диапазонов изменения параметров k ($k \in [2, 8]$) и n_M ($n_M \in [0{,}6, 0{,}8]$), значение передаточного отношения $u_{opt\,F}$ будет в диапазоне [0,4, 1,143]. Следовательно, такие значения передаточного отношения $u_{opt\,F}$ не попадают в область возможных значений передаточного отношения простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ [2]. Поэтому решение о значении передаточного отношения $u_{opt\,F}$ приходится принимать исключительно из конструктивных соображений.



а *б*

Рисунок 4 – График зависимости функции аналога массы $\overline{M}_F = \overline{M}_F(u)$ при различных значениях: *а* – параметра *k*; *б* – параметра z_1

Из графиков, приведенных на рисунке 4 видно, что с увеличением числа сателлитов k или с уменьшением значения параметра n_M или с уменьшением

числа зубьев центрального подвижного зубчатого колеса z_1 значение аналога массы $\overline{M}_F$ механизма уменьшается.

Выполним оценку несущей способности простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете на изгибную прочность подобно тому, как это было сделано ранее. Из (13) находим значение допускаемого момента на входе механизма $[T_1]_F$

$$[T_1]_F = \frac{k}{2\Omega_F} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}}\right)_1 \cdot \frac{b_1 d_1^2}{z_1 \cdot (K_{F\beta} K_{Fv})_1}. \quad (19)$$

Величину допускаемого момента нагрузки механизма $[T_H]_F$ получим из формулы (19)

$$[T_H]_F = [T_1]_F \cdot u = [T_1]_F \cdot (p+1) = \frac{k}{2\Omega_F} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}}\right)_1 \cdot \frac{b_1 d_1^2}{z_1 \cdot (K_{F\beta} K_{Fv})_1} \cdot (p+1). \quad (20)$$

Выполним преобразование формулы (20), подобно тому, как это было сделано при выводе формулы (11)

$$[T_H]_F = \frac{k}{2\Omega_F} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}}\right)_1 \cdot \frac{\psi_{bd1} d_1^3 \cdot \cos(\alpha_t)}{z_1 \cdot (K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot \cos(\alpha_{tw12})} \cdot (p+1). \quad (21)$$

С учетом соотношения $d_1 = d_3 / p$ получим

$$[T_H]_F = \frac{k \cdot \psi_{bd1} \cdot (p+1)}{p^3} \frac{d_3^3}{2 \cdot \Omega_F \cdot z_1} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}}\right)_1 \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{(K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot \cos(\alpha_{tw12})}. \quad (22)$$

Формулу (22) представим в виде

$$[T_H]_F = K_{\overline{AI}\_F} \cdot \frac{d_3^3}{100 \cdot \Omega_F \cdot z_1} \cdot \left(\frac{\sigma_{FP}}{Y_{FS}}\right)_1 \cdot \frac{\cos(\alpha_t)}{(K_{F\beta} K_{Fv})_1 \cdot \cos(\alpha_{tw12})}, \quad (23)$$

где $K_{\overline{AI}\_F}$ – коэффициент, характеризующий несущую способность механизма при расчете на изгибную прочность его внешнего зацепления,

$$K_{\overline{AI}\_F} = \begin{cases} \dfrac{50 \cdot k \cdot \psi_{bd} \cdot (p+1)}{p^3}, & p \ge 3; \\ \dfrac{25 \cdot k \cdot \psi_{bd} \cdot (p+1)(p-1)}{p^3}, & p < 3. \end{cases}$$

Заметим, что при записи формулы (23) учтено замечание относительно параметра ψ_{bd1}, сделанное при выводе формулы (12).

При заданных значениях $K_{F\beta}$, K_{Fv}, α_t, α_{tw12}, Y_{FS} и σ_{FP} для внешнего зацепления механизма и значении диаметра эпицикла d_3 несущая способность механизма зависит от значения коэффициента $K_{\overline{AI}\_F}$. На рисунке 5 приведен график зависимости коэффициента $K_{\overline{AI}\_F}$ от величины параметра p. При этом значение параметра n_M =7, а значение параметра n_M было принято равным 0,7 [2]. При увеличении значения параметра ψ_{bd} свыше 0,7 до 1,4 значение коэффициента $K_{\overline{AI}\_F}$ тоже растет.

Особенность графиков, приведенных на рисунке 5 в том, что они имеют максимум при одном и том же значении p. Это значение параметра p равно $\sqrt{3}$ =1,732, что соответствует передаточному отношению механизма $u_{\max F}$ =2,732. Данное значение превышает величину $u_{opt\,F}$. С учетом этого можно принять в качестве передаточного отношения $u_{opt\,F} = u_{\max F}$. Например, если k=3, n_M =0,7, z_1=18 и ψ_{bd} =0,7, то получим $\overline{M}_F = 86{,}781$ и $K_{\overline{AI}\_F}$ =20,207.

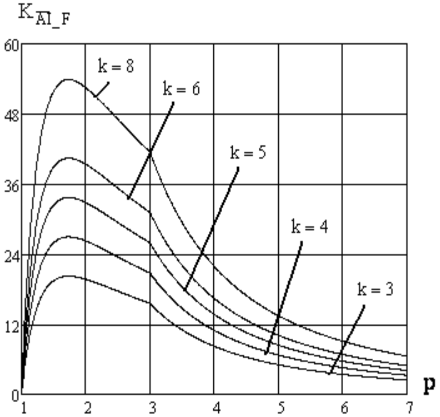


Рисунок 5 – График зависимости коэффициента $K_{\overline{AI}\_F}$ от величины параметра p

Рассмотрим случай контактной и изгибной равнопрочности внешнего зацепления z_1-z_2 простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$.

Учитываем, что $b_1 = \psi_{bd} \cdot d_1 \cdot \dfrac{\cos(\alpha_t)}{\cos(\alpha_{wt})}$ и $d_1 = m \cdot z_1$. Подставив эти соотношения в (5) и (15) и приняв условие равенства значений модулей при расчете на контактную и изгибную прочности, получим

$$\frac{0{,}7 \cdot \Omega_H \cdot E_{np} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{Hv}}{\sigma_{HP}^2 \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \mathrm{tg}(\alpha_{tw})} \cdot \frac{u}{u-2} = \frac{2 \cdot \Omega_F \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \cdot Y_{FS} \cdot z_1}{\sigma_{FP}} . \qquad (24)$$

В формуле (24) отсутствуют нижние индексы "12" и "1" так, как все величины в этой формуле относятся к внешнему зацеплению z_1-z_2 механизму.

С учетом формул (6) и (16) соотношение (24) примет вид

$$C_H \cdot \frac{u}{u-2} = C_F \cdot z_1 . \qquad (25)$$

Выражение (25) есть условие выполнения контактной и изгибной равнопрочности внешнего зацепления z_1-z_2 механизма применительно к аналогам массы $\overline{M}_H$ и $\overline{M}_F$ механизма.

Подобно (7) и (17) введем аналог массы простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете на контактную и изгибную равнопрочность внешнего зацепления z_1-z_2. Однако этот аналог может быть задан двумя способами. Для обозначения этого аналога задаем два символа. Первый символ будет указывать на аналог контактной или изгибной прочности, а второй символ – на оставшийся аналог. Таким образом, получим

$$\overline{M}_{HF} = \frac{M_{\overline{AI}}}{C_H^*} = \frac{u^* \cdot A}{k \cdot \left(u^* - 2\right)}; \quad \overline{M}_{FH} = \frac{M_{\overline{AI}}}{C_F^*} = \frac{z_1^* \cdot A}{k}; \quad M_{\overline{AI}} = \overline{M}_{HF} \cdot C_H^* = \overline{M}_{FH} \cdot C_F^* . \qquad (26)$$

В формулах (26) верхним символом "*" обозначены величины, которые

удовлетворяют условию (25).

Задав величины C_H^* и C_F^* из (25), получим следующую зависимость

$$u^* = u^*\left(z_1^*\right) = 1 + \frac{C_H^* / C_F^* + z_1^*}{C_H^* / C_F^* - z_1^*} = 1 + \frac{C_{HF} + z_1^*}{C_{HF} - z_1^*} , \qquad (27)$$

где $C_{HF} = C_H^* / C_F^*$ – коэффициент.

На рисунке 6 показан график зависимости передаточного отношения $u^* = u^*\left(z_1^*, C_{HF}\right)$ от величины числа зубьев z_1^* при заданном значении коэффициента C_{HF} . Коэффициент C_{HF} находим по формуле

$$C_{HF} = 0{,}7 \cdot \frac{\Omega_H \cdot E_{np} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{Hv}}{\sigma_{HP}^2 \cdot \cos^2(\alpha_t) \cdot \mathrm{tg}(\alpha_{tw})} \cdot \frac{\sigma_{FP}}{\Omega_F \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \cdot Y_{FS}} . \qquad (28)$$

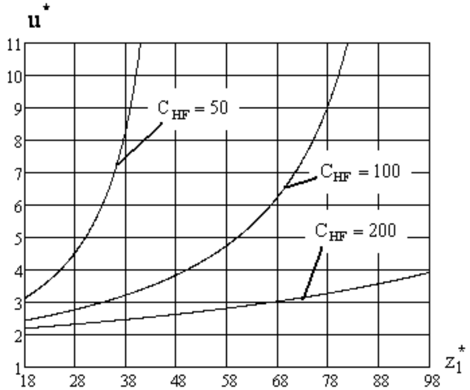


Рисунок 6 – График зависимости $u^* = u^*\left(z_1^*, C_{HF}\right)$

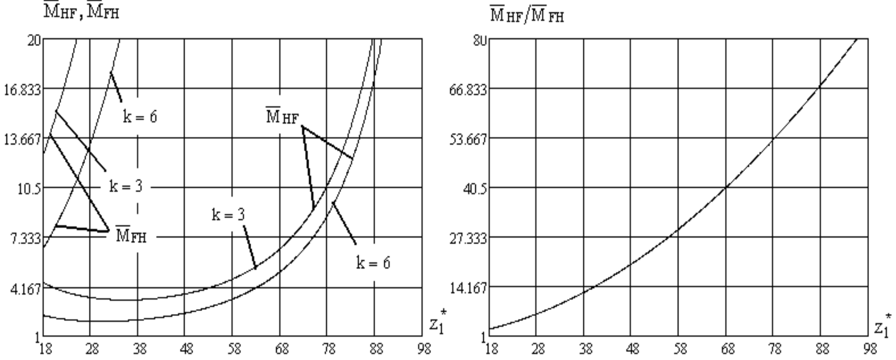
Выполним оценку значения коэффициента C_{HF} , если принимаем следующие условия: $K_{H\beta} = K_{F\beta}$, $K_{Hv} = K_{Fv}$, $\Omega_H = \Omega_F$, $\alpha_t = \alpha_{tw} = 20°$, Y_{FS}=4, $E_{np} = 2{,}1 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{FP} = 250$ МПа и $\sigma_{HP} = 500$ МПа. Тогда получим C_{HF} =114,346. Из (28) следует, чем больше отношение $\left(E_{np}\sigma_{FP}\right)/\left(\sigma_{HP}^2\right)$, тем меньше будет значение коэффициента C_{HF} .

Анализ зависимости $u^* = u^*\left(z_1^*, C_{HF}\right)$ показывает, чем меньше будет значение коэффициента C_{HF} или чем больше будет отношение $\left(E_{np}\sigma_{FP}\right)/\left(\sigma_{HP}^2\right)$, тем больше будет передаточное отношение u^*, и значение числа зубьев z_1^* будет ближе к минимальному числу, равному 18.

На рисунке 7 показаны графики зависимостей аналогов масс $\overline{M}_{HF}$ и $\overline{M}_{FH}$ соответственно от величины числа зубьев z_1^* для случая контактной и изгибной равнопрочности внешнего зацепления z_1-z_2 простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$. Вид этих зависимостей такой же, как и на рисунках 2 и 4. Поэтому для нахождения минимума этих зависимостей все справедливо то, что было показано для зависимостей $\overline{M}_H(u)$ и $\overline{M}_F(u)$ соответственно. Например, для данных, которые были приняты при определении оценки величины коэффициента C_{HF} , и параметрах k=3 и n_M =0,7, получим значения $z_{1optHF}^* \approx 35$, u_{optHF}^*=2,898 и $\overline{M}_{HF}$ =3,207. Но при данных значениях k и z_{1optHF}^* получим значение z_2<18. Поэтому примем z_{1optHF}^*=38, тогда имеем z_2=19, z_3=76, u_{optHF}^*=3 и

$\overline{M}_{HF}$ =3,325.

На рисунке 7,*б* приведена зависимость отношения $\overline{M}_{FH}/\overline{M}_{HF}=C_H^*/C_F^*=z_1^*(u^*-2)/u^*$. Для данных, приведенных выше, имеем $\overline{M}_{FH}/\overline{M}_{HF}$=12,628, откуда находим $\overline{M}_{HF}\approx$42.



а *б*

Рисунок 7 – Графики зависимостей:
а – $\overline{M}_{HF}=\overline{M}_{HF}(z_1^*)$; *б* – $\overline{M}_{FH}=\overline{M}_{FH}(z_1^*)$

Для оценки несущей способности конструкции простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете на контактную и изгибную равнопрочность его внешнего зацепления введем следующие величины допускаемого момента на выходе механизм: $[T_H]_{HF}$, $[T_H]_{FH}$. Эти величины задаем в виде

$$[T_H]_{HF}=K_{\overline{AI}\_H}\cdot\frac{d_3^3}{50}\cdot\frac{\sigma_{HP}^2\cdot\cos^3(\alpha_t)\cdot \mathrm{tg}(\alpha_{tw})}{0{,}7\cdot\Omega_H\cdot E_{np}\cdot K_{H\beta}\cdot K_{Hv}\cdot\cos(\alpha_{tw})}; \qquad (29)$$

$$[T_H]_{FH}=K_{\overline{AI}\_F}\cdot\frac{d_3^3}{50}\cdot\frac{\sigma_{FP}\cdot\cos(\alpha_t)}{2\cdot\Omega_F\cdot K_{F\beta}\cdot K_{Fv}\cdot Y_{FS}\cdot z_1\cdot\cos(\alpha_{tw})}. \qquad (30)$$

Очевидно выполнение следующих соотношений

$$[T_H]_{HF}=[T_H]_{FH}\ ;\ K_{\overline{AI}\_H}=K_{\overline{AI}\_F}\frac{u^*-2}{u^*}. \qquad (31)$$

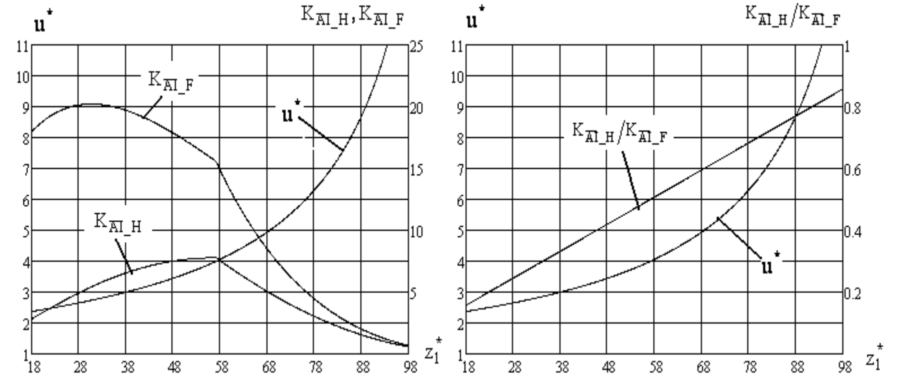
Заметим, что для введенных допускаемых моментов с двумя нижними символами справедливо правило, которое было принято выше применительно для аналогов масс.

На рисунке 8,*а* приведены графики зависимостей коэффициентов $K_{\overline{AI}\_H}=K_{\overline{AI}\_H}(z_1^*)$ и $K_{\overline{AI}\_F}=K_{\overline{AI}\_F}(z_1^*)$ соответственно, которые характеризуют нагрузочную способность конструкции простого планетарного механизма типа $\overline{AI}$ при расчете его внешнего зацепления на контактную и изгибную равнопрочность. Зависимость отношения этих коэффициентов показана на рисунке 8,*б*. Графики, приведенные на рисунке 8, построены для данных, которые были приведены в примере оценки величины C_{HF}, а также данных из

примера по определению значения u^*_{optHF}.

Вид зависимостей $K_{\overline{AI}\_H}(z_1^*)$ и $K_{\overline{AI}\_F}(z_1^*)$, показанных на рисунке 8, такой же как, и вид зависимостей $K_{\overline{AI}\_H}(p)$ и $K_{\overline{AI}\_F}(p)$ соответственно, которые показаны на рисунках 3 и 5. Поэтому с учетом значений параметра *p*, при которых функции $K_{\overline{AI}\_H}(p)$ и $K_{\overline{AI}\_F}(p)$ имеют максимум, получим

$$z^*_{1\max H}=\frac{C_{HF}}{2};\quad z^*_{1\max F}=C_{HF}\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}. \qquad (32)$$



а *б*

Рисунок 8 – Графики зависимостей:
а – $K_{\overline{AI}\_H}=K_{\overline{AI}\_H}(z_1^*)$; *б* – $K_{\overline{AI}\_F}=K_{\overline{AI}\_F}(z_1^*)$

Применительно для зависимостей, приведенных на рисунке 8, по формуле (32) находим $z^*_{1\max H}\approx$57 и $z^*_{1\max F}\approx$31. При этом значения коэффициентов, определяющих нагрузочную способность механизма, составили $K_{\overline{AI}\_H}(z^*_{1\max H})$ =7,778 и $K_{\overline{AI}\_F}(z^*_{1\max F})$=20,207. Если вернуться, к примеру по определению значения u^*_{optHF}=3, то получим $K_{\overline{AI}\_H}(z_1^*=38)$=6,548 и $K_{\overline{AI}\_F}(z_1^*=38)$=19,702. Полученные значения меньше максимальных не более, чем на 15%.

В заключение сделаем ряд замечаний. В работе рассмотрены условия прочности применительно к внешнему зацеплению z_1-z_2 простого планетарного механизма типа **AI** и ничего не было сказано о внутреннем зацеплении z_2-z_3 механизма. Связано это с тем, что внутреннее зацепление данного механизма прочнее внешнего [2]. Поэтому его прочность не лимитирует прочность всего механизма. Зубчатые колеса внешнего и внутреннего зацеплений данного механизма имеют один и тот же модуль. Поэтому можно говорить о контактной равнопрочности или об изгибной равнопрочности зацеплений механизма. Все приведенные графики в виде непрерывных кривых следует рассматривать как данные, характеризующие свойства тех или иных зависимостей, приведенных в работе. Все эти зависимости на самом деле являются дискретными функциями и, следовательно, вместо непрерывной кривой надо приводить дискретное множество точек. Следует учитывать связь величин k, p и z_1, которые, так или иначе, учитываются в приведенных в работе зависимостях.

Выводы:

1. Разработана методика оценки несущей способности конструкции простого планетарного механизма типа $\overline{\mathbf{AI}}$, конструкция которого удовлетворяет критерию минимума массы.

2. Приведены графики зависимостей аналогов масс и соответствующих коэффициентов, определяющих несущую способность конструкции механизма. Эти графики позволяют быстро оценить потребные значения параметров конструкции механизма, как его передаточное отношение, так и число зубьев центрального подвижного зубчатого колеса.

3. Сопоставление графиков, относящихся к аналогам масс, с одной стороны, и графиков, характеризующих несущую способность, с другой стороны, позволяет конструктору выбрать желаемый диапазон возможных значений передаточного отношения механизма, для которого условия минимума массы и максимума нагрузочной способности механизма будут реализованы с требуемой точностью.

4. Разработанная методика может быть применима и к другим конструкциям простых планетарных механизмов.

Список литературы: **1.** Упрощенные расчеты зубчатых передач / *В.Н. Кудрявцев* – Л.: Машиностроение, 1967. – 110с. **2.** Планетарные передачи. Изд. 2-е / *В.Н. Кудрявцев* – Л.: Машиностроение, 1966. – 308с. **3.** Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию/ *В.А. Ткаченко*, *В.Т. Абрамов*, *М.Д. Коровкин*. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. **4.** Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / *В.А. Ткаченко*. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. **5.** *Абрамов В.Т.*, *Гетя А.Н*, *Матусевич В.А.*, *Шехов А.В.* Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2009. – Вип.29. – С.45-52. **6.** *Матусевич В.А., Шарабан Ю.В., Шехов А.В, Абрамов В.Т.* Несущая способность оптимальной по массе конструкции многоступенчатого планетарного механизма типа $n\times\overline{AI}$ при контактной прочности // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2012. – Вип.35. – С.93-102. **7.** *Матусевич В.А., Шарабан Ю.В., Шехов А.В, Абрамов В.Т.* Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI}$ по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2010. – Вип.26. – С.77-85.

Bibliography (transliterated): **1.** *Kudrjavcev V.N.* Uproshhennye raschety zubchatyh peredach / *V.N. Kudrjavcev* – Leningrad.: Mashinostroenie, 1967. – 110p. **2.** *Kudrjavcev V.N.* Planetarnye peredachi. Izd. 2-e / *V.N. Kudrjavcev* – Leningrad.: Mashinostroenie, 1966. – 308p. **3.** *Tkachenko V.A.* Proektirovanie planetarnyh mehanizmov, optimal'nyh po dinamicheskim harakteristikam: Ucheb. posobie po kursov. i dipl. proektirovaniyu/ *V.A. Tkachenko, V.T. Abramov, M.D. Korovkin*. – Kharkov: Khark. aviac. in-t, 1983. – 110p. **4.** *Tkachenko V.A.* Planetarnye mekhanizmy (optimal'noe proektirovanie) / *V.A. Tkachenko* – Kharkov: Nac. ajerokosm. un-t "Khark. aviac. in-t", 2003. – 446p. **5.** *Abramov V.T., Getya A.N, Matusevich V.A., Shehov A.V.* Metodika optimizacii mnogostupenchatogo planetarnogo mehanizma po kriteriyu massy / Visnyk Natsional'nogo tehnichnogo universytetu "KhPI". – 2009. – No.29. – P.45-52. **6.** *Matusevich V.A., Sharaban Yu.V., Shehov A.V, Abramov V.T.* Nesushhaja sposobnost' optimal'noj po masse konstrukcii mnogostupenchatogo planetarnogo mehanizma tipa $n\times\overline{AI}$ pri kontaktnoj prochnosti // Visnyk Nacional'nogo tehnichnogo universytetu "KhPI". – 2012. – No35. – P.93-102. **7.** *Matusevich V.A., Sharaban Yu.V., Shehov A.V, Abramov V.T.* Ravnoprochnost' zubchatyh zaceplenij v zadache optimizacii mnogostupenchatogo planetarnogo mehanizma $\overline{AI}$ po kriteriyu massy // Visnyk Nacional'nogo tehnichnogo universytetu "KhPI". – 2010. – No26. – P.77-85.

Поступила (received) 19.05.2015