

**О.В. БОНДАРЕНКО**, к.т.н., старший викладач каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ";  
**О.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., с.н.с., доцент каф. ТММ і САПР;  
**В.І. СЕРИКОВ**, к.т.н., доц., старший науковий співробітник каф. ТММ і САПР

### РАЦІОНАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ЗУБЧАСТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ДВОСТУПІНЧАСТИХ РЕДУКТОРІВ З УРАХУВАННЯМ РІВНЯ НАПРУЖЕНОСТІ ЗАЧЕПЛЕНЬ

Стаття присвячена задачі раціонального проектування широко розповсюджених зубчастих циліндричних двоступінчастих редукторів. У ній розглядаються питання пошуку оптимально-раціональних геометричних параметрів, які задовольняють певним критеріям. Усі складності компоновання та взаємозв'язок параметрів унеможливають їх вибір без використання підходів математичної оптимізації. Використання відомого псевдо-випадкового методу *ЛПТ*-пошуку з авторською модифікацією дало змогу уникнути проблем пов'язаних з дискретністю та кількістю параметрів. Для розв'язання вказаної задачі було сформовано постановку задачі та вказані параметри проектування з обмеженнями, записані критерії та обрано підхід. Розроблена методика та алгоритм розв'язання задачі, що враховує рівень напруженості зубчастих передач за згином та контактом. Проведені тестові розрахунки вказують на коректність запропонованого підходу.

**Ключові слова:** проектування, редуктор, критерії, цільова функція, раціональні параметри, алгоритм, *ЛПТ*-пошук, напруженість.

**Актуальність задачі.** Широке застосування у машинобудуванні набули зубчасті редуктори, найбільш яскравими та розповсюдженими представниками яких є циліндричні. У свою чергу, великий відсоток циліндричних редукторів виконується за двоступінчастою схемою.

Складністю розробки такого типу приводів є розподілення передатних чисел між ступінчаними редуктора, та, як наслідок, обрання відповідних конструктивних параметрів. У ході проектування необхідно забезпечити поліпшення масогабаритних характеристик, серед яких найбільш значущими з точки зору проектування редуктора є: міжосьова відстань (співвісні редуктори) чи сумарна міжосьова відстань, габарити та маса редуктору. Також, важливими характеристиками зубчастої передачі, як елементу редуктора, є розрахункові коефіцієнти, що враховують рівень напруженості зубчастих передач за згином та контактом. Ідеальною є зубчаста передача з більшістю вказаних коефіцієнтами, які дорівнюють одиниці. Значення більше одиниці вказують на резерв, який не використовується.

Досягнення кращих масогабаритних характеристик та одночасне зменшення резерву міцності зубчастих передач завжди є суперечливим, складним та суб'єктивним процесом, тому доцільно використати підходи до проектування, які включають в себе аспекти математичної оптимізації. Більшість задач раціонального проектування є винятковими, тому не кожен з існуючих методів може бути використаний для їх розв'язання. З усього різноманіття методів було обрано псевдовипадковий пошук, що базується на зондуванні простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки *ЛПТ*-последовності [1].

Таким чином, розробка підходу псевдовипадкового пошуку, що дає змогу знайти раціональні конструктивні параметри редуктора з мінімальними характеристичними розмірами, зокрема з міжосьовою відстанню та зменшеними розрахунковими коефіцієнтами рівня напруженості за згином та контактом, є актуальною науково-практичною задачею.

© О.В. Бондаренко, О.В. Устиненко, В.І. Сериков, 2015

**Конструктивні параметри проектування та критерії проектування.** Функцію критерію мінімальної міжосьової відстані представимо у вигляді [2, 3]:  
 - для розгорнутої компоновки, як суму міжосьових відстаней (при сумарному коефіцієнті зміщення  $x_{\Sigma} = 0$ ) окремих зачеплень:

$$F_a = \sum_{\mu=1}^2 a_{w\mu} = \sum_{\mu=1}^2 0.5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_{\mu})}, F_a \rightarrow \min; \quad (1)$$

- для співвісної компоновки:

$$F_a = a_{w1} = a_{w2} = 0.5 \cdot m_1 \cdot (z_{1,1} + z_{1,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_1)} = 0.5 \cdot m_2 \cdot (z_{2,1} + z_{2,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_2)}, F_a \rightarrow \min. \quad (2)$$

Такий вигляд цільової функції дає змогу зменшити міжосьову відстань (чи сумарну міжосьову відстань) редуктора.

Запропоновано у якості другого критерію використати деяку "інтегральну" величину, яка містить в собі всі розрахункові коефіцієнти рівня напруженості за згинними та контактними напруженнями. Як відомо, згідно стандарту на розрахунок зубчастих зачеплень, для кожної передачі у результаті розрахунків проектувальник отримує набір напружень:  $\sigma_H$ ,  $\sigma_{HP}$ ,  $\sigma_{F1}$ ,  $\sigma_{FP1}$ ,  $\sigma_{F2}$ ,  $\sigma_{FP2}$  – діючі та допустимі ( $P$ ) напруження контакту ( $H$ ) і згину ( $F$ ). Введемо коефіцієнти рівня напруженості, відповідно за контактом та згином, як:

$$K_{nH} = \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H}; K_{nF1} = \frac{\sigma_{FP1}}{\sigma_{F1}}; K_{nF2} = \frac{\sigma_{FP2}}{\sigma_{F2}}. \quad (3)$$

При розрахунковому коефіцієнті рівня напруженості менше одиниці – передача є перевантаженою, тобто неробочою; якщо всі три коефіцієнти дорівнюють одиниці – ми отримуємо ідеальну передачу; коефіцієнти рівня напруженості більше одиниці – говорить про наявність резерву міцності. Наближення до одиниці – наближення до ідеальної передачі.

Для двоступінчастого редуктора розрахункових коефіцієнтів рівня напруженості буде шість. Перед авторами постало питання об'єднання їх у єдиний характеристичний параметр, завдяки якому можна буде оцінити набір параметрів проектування та, відповідно, розрахункові коефіцієнти рівня напруженості зубчастих передач.

Було запропоновано звернутись до теорії надійності технічних систем, яка оперує структурно-логічними схемами та ймовірностями безвідмовної роботи. У якості елементів структурно-логічної схеми використаємо зубчасті передачі, які розташовуються у вказаній схемі послідовно, бо відмова будь-якого з елементів призведе до відмови всієї системи – редуктора. Кожен елемент структурно-логічної схеми характеризується трьома ймовірностями безвідмовної роботи ( $p(K_{nH1})$ ;  $p(K_{nF1})$ ;  $p(K_{nF2})$ ), що відповідають розрахунковим коефіцієнтам рівня напруженості за контактом та згином. Вказані вірогідності у межах елемента, так само як і самі елементи, пов'язані логічним "І", тобто перемножуються, бо невиконання навіть однієї з умов міцності за контактом або згином призведе до виходу редуктора з ладу. Структурно-логічна схема зубчастих передач двоступінчастого редуктора наведена на рисунку 1.

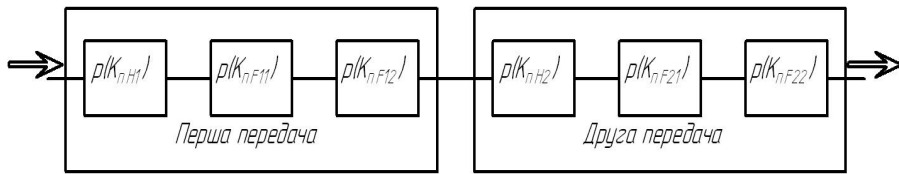


Рисунок 1 – Структурно-логічна схема зубчастих передач двоступінчастого редуктора:  $p(K_{nH1}), p(K_{nF11}), p(K_{nF12}), p(K_{nH2}), p(K_{nF21}), p(K_{nF22})$  – вірогідності безвідмовної роботи передач за контактом та згином

Виходячи з теореми множення ймовірностей для послідовного з'єднання елементів, вірогідність безвідмовної роботи ( $P$ ) всієї системи буде дорівнювати:

$$P = p(K_{nH1}) \cdot p(K_{nF11}) \cdot p(K_{nF12}) \cdot p(K_{nH2}) \cdot p(K_{nF21}) \cdot p(K_{nF22}). \quad (4)$$

Як відомо з [4, 5] вірогідність безвідмовної роботи залежить від коефіцієнту запасу (рисунок 2, крива 1).

Але, на етапі проектування редуктора, визначити дійсні вірогідності безвідмовної роботи в залежності від розрахункових коефіцієнтів рівня напруженості не є можливим. Тому було запропоновано зробити припущення, що вказана залежність є лінійною функцією, а у якості базової точки прийняти значення коефіцієнтів запасу, що наведені у ГОСТ 21354-87 при вірогідності безвідмовної роботи зубчастого зачеплення 0,99 (рисунок 2, крива 2).

Таким чином у проектувальника з'являється можливість пов'язати набір параметрів проектування зубчастих передач редуктора з вірогідністю безвідмовної роботи.

**Обмеження та функціональні залежності між конструктивними параметрами** в повній мірі викладені в [6].

**Підходи та алгоритми розв'язання задачі.** Метод *ЛПТ*-пошуку та підходи до пошуку докладно викладені в [6]. Підхід, що пропонується для моделі, яка розглядається, базується на концепції поступового зменшення міжосьової відстані на фіксовану величину  $\Delta a_w$ ,

$$a_{wj} = a_{w(j-1)} - \Delta a_w, \quad j=1..N, \quad (5)$$

визначення для неї простору параметрів  $G_j$  ( $j$  – номер кроку), знаходженні (зондуванням пробними *ЛПТ*-точками) можливих комбінацій параметрів проектування та дослідженні їх при цій міжосьовій відстані

Всі пробні точки, що відповідають  $a_{wj}$ , проходять перевірку за обмеженнями [6]. Точки, які пройшли перевірку, потрапляють в масив потенційних розв'язань задачі, де для кожної комбінації параметрів проектування визначаються коефіцієнти рівня напруженості зубчастих передач за залежністю (3). Після чого за відповідною залежністю (рисунок 2, крива 2) знаходять ймовірності

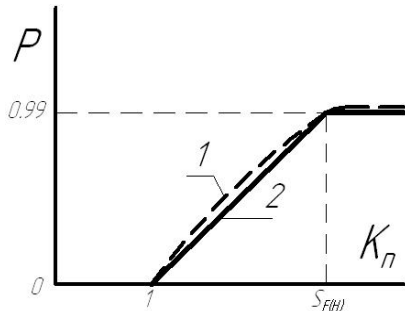


Рисунок 2 – Загальний вигляд реальної (1) та прийнятої (2) залежностей вірогідності безвідмовної роботи  $P$  від коефіцієнту запасу  $S_{FH}$

безвідмовної роботи для кожного зачеплення, окремо для контакту та згину.

Наступним етапом є визначення вірогідності безвідмовної роботи всієї системи (4) та впорядкування масиву потенційних розв'язань за цим показником. З множини точок обирається краща точка за додатковим критерієм – максимально високою вірогідністю безвідмовної роботи зубчастих передач, при їх дієздатності. Вказані операції проводяться для наступного значення  $a_{wj+1}$  до тих пір, поки перевірку за обмеженнями проходить хоча б одна пробна точка. Після чого перевіряється можливість втрати розв'язання, бо *ЛПТ*-пошук є псевдовипадковим, компенсація здійснюється перевіркою ще двох наступних значень міжосьової відстані  $a_{wj+2}$  та  $a_{wj+3}$ .

Представлений підхід у вигляді схематичного алгоритму проектування редукторів з раціональними конструктивними параметрами представлений у [6].

Вкажемо на змінні проектування, яких для двоступінчастого циліндричного редуктора буде вісім. Це:

1-2.  $m_u$  – відповідні модулі пар зубчастих;

3-6.  $z_{u,k}$  – відповідні числа зубців коліс;

7-8.  $\beta_u$  – кути нахилу зубців у зачепленнях.

Запропоновано деякі з параметрів ( $z_{2,2}, \beta_u$ ) розраховувати через інші змінні – це дозволяє зменшити кількість змінних проектування до п'яти.

**Приклад розв'язання задачі проектування редуктора з раціональними параметрами.** У якості прикладу розв'язання задачі розглянемо циліндричний двоступінчастий співвісний редуктор до фланцевого електродвигуна, КРЗ. Він має наступні конструктивні параметри:  $m_1=1,25\text{мм}, m_2=1,5\text{мм}, \beta_1=16^\circ 16', \beta_2=8^\circ 07', z_{11}=35, z_{12}=87, z_{21}=21, z_{22}=84, a_w=80$ . Відповідно до особливостей конструкції, технологічних та технічних обмежень, що на неї накладено, прийняті наступні основні вхідні дані для числового експерименту.

*Числові обмеження на змінні проектування:*

$m_u$  згідно умов (7);  $z_{u,k \min}=13, z_{u,k \max}=100; \beta_{u \min}=0^\circ, \beta_{u \max}=30^\circ$ .

*Вхідні дані, що відповідають конструкторським та технологічним вимогам до редуктора в цілому та його зачеплень:*

$T_{ex}=5\text{Н}\cdot\text{м}$  – обертовий момент на вхідному валі;  $n_{ex}=1500\text{об/хв}$  – частота обертання вхідного валу;  $i_{ред}=9,9428$  – передавальне відношення редуктора за абсолютною величиною;  $HB_u=350$  – твердість зубчастих коліс для всіх зачеплень за Бринелем; ступінь точності для всіх зубчастих зачеплень – 8 за ГОСТ 1643-81; ресурс редуктора – 10000г.

Приймемо крок зменшення міжосьової відстані у процесі вирішення задачі оптимізації –  $\Delta a_w=1\text{мм}$ . Розрахунки виконувались на основі алгоритмів та за допомогою програмного забезпечення, розробленого у [7]. Результати числового експерименту зведено у таблицю.

Таблиця – Значення міжосьової відстані та параметрів проектування

Параметр	$a_w$	$P$	$z_{11}$	$z_{12}$	$z_{21}$	$z_{22}$	$m_1$	$m_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$x_1$	$x_2$	$b_{w1}$	$b_{w2}$	
Кроки оптимізації	I	80	0,842	16	53	29	87	2,25	1,375	14	4,53	0,447	0,325	24	60
	II	77	0,79	16	60	28	74	2	1,5	9,24	6,53	0,447	0,29	31	64
	III	71	0,753	24	89	17	46	1,25	2,25	5,89	3,4	0,514	0,28	41	51

Таким чином, бачимо, що у результаті проведених розрахунків отримали нові параметри редуктора та міжосьову відстань  $a_w=71\text{мм}$  проти базового значення  $a_w=80\text{мм}$ .

## Висновки:

1 Розглянута актуальність поставленої задачі та доведена необхідність розробки підходів до проектування редукторів з раціональними конструктивними параметрами, з врахуванням розрахункових коефіцієнтів рівня напруженості за згином та контактом.

2 Записана цільова функція критерію та обмеження на змінні проектування. Структура цільової функції дає змогу зменшити суму міжосьових відстаней усіх зачеплень, а при наявності умови їх рівності між собою зберегти їхнє конструктивне розташування.

3. Розроблено методику та алгоритм підходу проектування редукторів, що базується на використанні ЛПТ-пошуку; вони дають змогу якісно та з мінімальними витратами часу проводити розв'язання задачі.

4. Результати розрахунків на прикладі двоступінчастого співвісного редуктора підтверджують коректність розробленого підходу: було знайдене менше значення міжосьової відстані відносно прототипу при одночасному виконанні умов навантажувальної здатності зачеплень.

**Список літератури:** 1. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 107с. 2. *Бондаренко О.В.* Оптимізації співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач / *Олексій Бондаренко, Олександр Устиненко* // Вісник Національного Політехнічного Інституту "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2012. – №22. – С.16-27. 3. *Бондаренко О.В.* Суміщення методів ЛПТ-пошуку та звуження околів при оптимізації тривальних коробок передач / *Олексій Бондаренко* // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №1. – С.78-84. 4. *Шатов М.М.* Численная оценка соотношения между коэффициентом запаса и расчётной вероятностью разрушения // Шаг в будущее: теоретические и прикладные исследования современной науки: тез. докл. II междунар. науч.-практ. конф. – СПб., 2013. – С.48-59. 5. *Шатов М.М.* Аналитическая оценка предельной расчётной вероятности отказа // Приоритеты мировой науки: эксперимент и научная дискуссия: тез. докл. I междунар. науч. конф. – СПб., 2013. – С.61-69. 6. *Бондаренко О.В.* Підходи до псевдовипадкового пошуку при раціональному проектуванні зубчастих циліндричних двоступінчастих редукторів // Вісник Національного Політехнічного Інституту "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2014. – №31. – С.15-20. 7. *Бондаренко О.В.* Оптимізація співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач. Автореф. дис... канд. техн. наук: 05.02.02. – Харків, 2013. – 22с.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Sobol' Y.M., Statnykov R.B.* Vybory optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogymy kryteriyamy. – Moscow: Nauka, 1981. – 107p. 2. *Bondarenko O.V.* Optymizatsiyi spivvisnykh stupinchastykh pryvodiv mashyn po masohabarytnymy kharakterystykamy na prykladі tryval'nykh korobok peredach / *Oleksiy Bondarenko, Oleksandr Ustynenko* // Visnyk Natsional'noho Politekhnichnoho Instytutu "Kharkiv's'kyu Politekhnichnyy Instytut": zbirnyk naukovykh prats': tematychnyy vypusk "Problemy mekhanichnoho pryvodu". – Kharkiv: NTU "KhPI", 2012. – No22. – P.16-27. 3. *Bondarenko O.V.* Sumishchennya metodiv LPt-poshuku ta zvuzhennya okoliv pry optymizatsiyi tryval'nykh korobok peredach / *Bondarenko Oleksiy* // Mekhanika ta mashynobuduvannya. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2010. – No1. – P.78-84. 4. *Shatov M.M.* Chyslennaya otsenka sootnoshennya mezhdru koeffytsyentom zapasa y raschëtnoy veroyatnost'yu razrushennya // Shah v budushchee: teoreticheskiye y prykladnye yssledovannya sovremennoy nauky: tez.dokl. II mezhdunar. nauch.-prakt. konf. – Sankt-Pererburh, 2013. – P.48-59. 5. *Shatov M.M.* Analytycheskaya otsenka predel'noy raschëtnoy veroyatnosty otказа // Pryorytety myrovoy nauky: eksperyment y nauchnaya diskussyya: tez.dokl. I mezhdunar. nauch. konf. – Sankt-Pererburh, 2013. – P.61-69. 6. *Bondarenko O.V.* Pidkhody do psevdovypadkovoho poshuku pry ratsional'nomu proektuvanni zubchastykh tsylindrychnykh dvostupinchastykh reduktoriv // Visnyk Natsional'noho Politekhnichnoho Instytutu "Kharkiv's'kyu Politekhnichnyy Instytut": zbirnyk naukovykh prats': tematychnyy vypusk "Problemy mekhanichnoho pryvodu". – Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. – No31. – P.15-20. 7. *Bondarenko O.V.* Optymizatsiya spivvisnykh stupinchastykh pryvodiv mashyn po masohabarytnym kharakterystykamy na prykladі tryval'nykh korobok peredach. Avtoref. dys. kand. tekhn. nauk: 05.02.02. – Kharkiv, 2013. – 22p.

Надійшла (received) 19.05.2015