

И. В. ДОБРОВ, А. В. СЕМИЧЕВ, А. В. КОПТИЛЫЙ, И. И. ГЕТЬМАН

МЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КИНЕМАТИКИ СКОЛЬЖЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС РЕДУКТОРА

Розроблений метод механічного моделювання кінематики ковзання прямозубих коліс евольвентного профілю за допомогою двох тіл з плоскою поверхнею контакту, які кінематично пов'язані між собою і відображають характер відносного ковзання зубців коліс редуктора. Дослідження умов рівномірного руху тіл моделі при "сухому законі" тертя ковзання дозволило уточнити закономірність ковзання зубця шестерні відносно зубця колеса.

Ключові слова: зубчаста пара, кочення з ковзанням, механічна модель, тертя ковзання, рівномірний рух, відносне ковзання.

Разработан метод механического моделирования кинематики скольжения прямозубых колес эвольвентного профиля с помощью двух тел с плоской поверхностью контакта, которые кинематически связаны между собой и отражают характер относительного скольжения зубьев колес редуктора. Исследование условий равномерного движения тел модели при "сухом законе" трения скольжения позволило уточнить закономерность скольжения зуба шестерни относительно зуба колеса.

Ключевые слова: зубчатая пара, качение со скольжением, механическая модель, трение скольжения, равномерное движение, относительное скольжение.

A method has been developed for mechanically modeling of the sliding kinematics of spur gears of the involute profile by means of two bodies with a plane contact surface that move relative to each other with a sliding speed which is directly proportional to the sliding speed of the teeth of the gear wheels. The carried out researches of sliding conditions of bodies of a mechanical model allowed to determine the function of relative sliding of a surface of a tooth of a gear wheel with respect to the tooth of the wheel while points of contact surfaces of a teeth are moving along a working part of a line of action.

Keywords: pair of gears, rolling with sliding, mechanical model, sliding friction, uniform motion, relative sliding.

Введение. Исследование процесса трения зубчатых колес, обуславливающего износ поверхностей контактирующих зубьев, снижение КПД передачи, повышение динамических нагрузок в процессе работы редуктора и, как следствие, выход редуктора из строя, представляет актуальную задачу [1–3]. Процесс взаимодействия зубьев зубчатых колес редуктора при передаче момента сил $M_{1,F}$ со стороны ведущего колеса (шестерни) с числом зубьев z_1 ведомому колесу с числом зубьев $z_2 > z_1$ для преодоления момента сопротивления $M_{2,Q}$, представляет процесс трения качения со скольжением двух эвольвентных поверхностей различной конфигурации [4, 5]. Разработка и совершенствование методов расчета зубчатых передач определяет дальнейшее совершенствование как математических моделей, описывающих процессы взаимодействия зубчатых колес математическими формулами с последующим решением полученных уравнений формальными

методами, так и различных физических и механических моделей процесса качения, позволяющих исследовать эти процессы на моделях-аналогах [2, 3, 6].

Цель работы. Разработка теоретических основ создания механических моделей кинематики трения качения со скольжением прямозубых колес редуктора эвольвентного профиля.

Изложение основного материала. Характерная особенность процесса скольжения (рис. 1) зубьев колес z_1 и z_2 , вращающихся соответственно с угловыми скоростями ω_1 и

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u_{12}}, \tag{1}$$

где $u_{12} = z_2/z_1$ – передаточное отношение вращающихся колес z_1 и z_2 , состоит в том, что для абсолютно жестких зубьев колес [4, 5]:

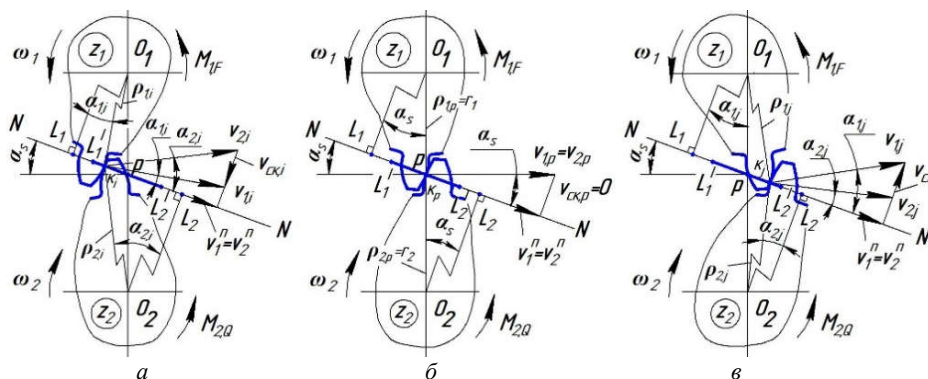


Рис. 1 – Кинематика скольжения зубьев зубчатых колес z_1 и z_2 : а – на участке L'_1P рабочей части линии зацепления $L'_1L'_2$ в текущей точке контакта ($\kappa_i = \kappa_{1...k_p}$); б – в полюсе зацепления P (точка κ_p); в – на участке PL'_{12} линии зацепления $L'_1L'_2$ в текущей точке контакта ($\kappa_j = \kappa_p...k_M$)

1. Перемещение каждой из точек контакта $M \rightarrow \infty$ протяженностью $ds = L'_1L'_2/M \rightarrow 0$ зубьев колес z_1 и z_2 на рабочем участке линии зацепления $L'_1L'_2$ общей нормали NN , вдоль которой передается сила давления ($P_{F,21}$; на

рис. 1 силы $P_{F,21}$ и $P_{Q,12}$ условно не показаны) зубу колеса z_2 со стороны зуба шестерни z_1 для преодоления силы сопротивления ($P_{Q,12} = -P_{F,21}$) шестерни z_1 со стороны колеса z_2 , происходит с постоянной скоростью

$$v_1^n = v_{1,i} \cos \alpha_{1,i} = v_{2,i} \cos \alpha_{2,i} = v_{1,p} \cos \alpha_s = v_{2,p} \cos \alpha_s = v_{1,j} \cos \alpha_{1,j} = v_{2,j} \cos \alpha_{2,j} = v_2^n, \quad (2)$$

где v_1^n и v_2^n – проекции на линию зацепления NN скоростей зубьев колес z_1 и z_2 в любой точке $(1, \dots, i, \dots, p, \dots, j, \dots, M)$ контакта на линии зацепления L_1L_2 ; $\alpha_{1,i}$, $\alpha_{2,i}$ – соответствующие углы между радиусами векторами $\rho_{1,i}$, $\rho_{2,i}$ зубчатых колес z_1 , z_2 в текущей точке контакта зубьев κ_i ($i = 1 \dots p$) на участке $L_1'P$ и перпендикулярами O_1L_1 , O_2L_2 , опущенными из центров вращения зубчатых колес O_1 , O_2 на нормаль NN в точках L_1 и L_2 , образующих теоретическую линию зацепления $L_1L_2 > L_1'L_2'$;

α_s – угол зацепления колес z_1 и z_2 с радиусами основных окружностей r_1 и r_2 ;

$\alpha_{1,j}$, $\alpha_{2,j}$ – соответствующие углы между радиусами векторами $\rho_{1,j}$, $\rho_{2,j}$ зубчатых колес z_1 , z_2 в текущей точке контакта зубьев κ_j ($j = p \dots M$) на участке PL_2' и перпендикулярами O_1L_1 , O_2L_2 ;

$v_{1,i} = \rho_{1,i}\omega_1$, $v_{2,i} = \rho_{2,i}\omega_2$, $v_{1,p} = r_1\omega_1$, $v_{2,p} = r_2\omega_2$, $v_{1,j} = \rho_{1,j}\omega_1$, $v_{2,j} = \rho_{2,j}\omega_2$ – соответствующие скорости точек контакта $(\kappa_i, \kappa_p, \kappa_j)$ поверхностей зубьев колес z_1 и z_2 на рабочей части линии зацепления $L_1'L_2'$.

2. Тангенциальные составляющие скоростей

$v_{1,i}^t = v_{1,i} \sin \alpha_{1,i}$, $v_{2,i}^t = v_{2,i} \sin \alpha_{2,i}$, $v_{1,p}^t = v_{1,p} \sin \alpha_s = v_{2,p}^t = v_{2,p} \sin \alpha_s$, $v_{1,j}^t = v_{1,j} \sin \alpha_{1,j}$, $v_{2,j}^t = v_{2,j} \sin \alpha_{2,j}$ направленные по касательной к эвольвентным поверхностям зубьев z_1 и z_2 , определяют относительную скорость скольжения зубьев в точках контакта $(\kappa_i, \kappa_p, \kappa_j)$ линии зацепления $L_1'L_2'$

$$v_{ck,i} = v_{1,i}^t - v_{2,i}^t < 0, v_{ck,p} = 0 \text{ и } v_{ck,j} = v_{1,j}^t - v_{2,j}^t > 0, \quad (3)$$

которые по мере перемещения точек контакта $(\kappa_i, \kappa_p, \kappa_j)$ по различным участкам $L_1'L_2'$ меняют свою величину и направление (рис. 1 а, б, в), определяя при этом направление линии действия силы трения ("Сила трения: сила сопротивления при относительном перемещении одного тела по поверхности другого тела под действием внешней силы тангенциально направленной к общей границе между этими телами" [7]) между поверхностями зубьев колес z_1 и z_2 .

Анализ кинематики скольжения зубьев колес (п. 1 и п. 2) в условиях действия "сухого трения" по закону Амантона-Кулона, согласно которому сила трения скольжения не зависит ни от скорости скольжения, ни от площади контактной поверхности скользящих тел, позволяет сформулировать исходную задачу (рис. 1) в следующем виде.

Два тела 1 и 2, равномерно перемещаются в одном направлении под действием нормальной силы, прижимающей эти тела друг к другу, что аналогично действию нормальной силы, прижимающей эти тела друг к другу, когда они не перемещаются в направлении линии действия нормальной силы. В свою очередь контактные поверхности этих тел могут перемещаться (скользить) друг относительно друга как в одном направлении, так и во взаимно противоположном, несмотря на то, что внешняя сила, движения, действующая на тело 1 параллельно контактной поверхности этих тел, не изменяет направления линии действия, а силы трения изменяют направление на 180° .

Для разработки механической модели кинематики скольжения зубчатых колес будем использовать следующую классификацию сил табл. 1, в том числе и сил трения (рис. 2).

Для классификации сил трения скольжения в поступательных кинематических парах [9] рассмотрим (рис. 2) поступательную пару трения твердых тел, расположенных на роликах P , установленных на неподвижной поверхности O . При этом учитывается, что сила трения $T_{1-2}^{(i)}$, действующая в точке K_N между телами 1 и 2, является внутренней силой сопротивления относительному движению тел 1 и 2 и не оказывает влияние на равновесие внешних сил пары трения, но составляющие этой силы, действующие на каждое отдельно взятое тело пары трения в точке K_N равны по

Таблица 1 – Классификация сил для решения задач прикладной механики [8, 9]

Внешняя сила* – сила, действующая на какое-либо материальное тело механической системы со стороны тела, не принадлежащего этой системе. Источник энергии внешней силы находится за пределами системы тел.	Внутренняя сила** – сила, действующая на какое-либо материальное тело (точку тела) механической системы со стороны других материальных тел (точек тела), принадлежащих рассматриваемой механической системе (телу). Источник энергии внутренней силы расположен внутри рассматриваемой системы тел.
Активные силы	
совершают механическую работу, связанную с перемещением тела, на которое они действуют.	
Сила движения (P_F или F) – сила, точка приложения которой к подвижному телу перемещается в направлении движения этого тела.	Сила сопротивления движению (P_Q или Q) – сила, точка приложения которой к подвижному телу перемещается в сторону противоположную направлению движения этого тела.
Потенциальная сила – сила, точка приложения которой неподвижна относительно поверхности (объема) подвижного тела, на которое она действует, не изменяя направления линии действия.	
Непотенциальная сила ($F^{(n)}$, $Q^{(n)}$) – сила, точка приложения которой к подвижному телу перемещается относительно точки поверхности (объема) этого тела и (или) направление линии действия силы изменяет свое положение в пространстве.	
Пассивные силы,	
приложенные к телу, не совершают механическую работу по перемещению этого тела:	
диссипативная сила ($P^{(D)}$) – сила, действующая на тело таким образом, что точка приложения силы перемещается относительно поверхности (объема) неподвижного тела, на которое она действует;	
сила реакции (R) – сила, действующая на неподвижное тело, при этом точка приложения силы не перемещается относительно точки поверхности (объема) этого тела;	
нормальная сила (N) – сила, действующая на тело в направлении, перпендикулярном перемещению тела.	
* В обозначении внешней силы может использоваться нижний индекс из одной или двух цифр. Первая цифра индекса, указывает номер тела, на которое действует внешняя сила, вторая – номер тела, со стороны которого действует сила.	
** В обозначении внутренней силы используется верхний индекс (i) и нижний индекс из двух цифр, разделенных дефисом, указывающих на номера тел между которыми действует эта сила.	

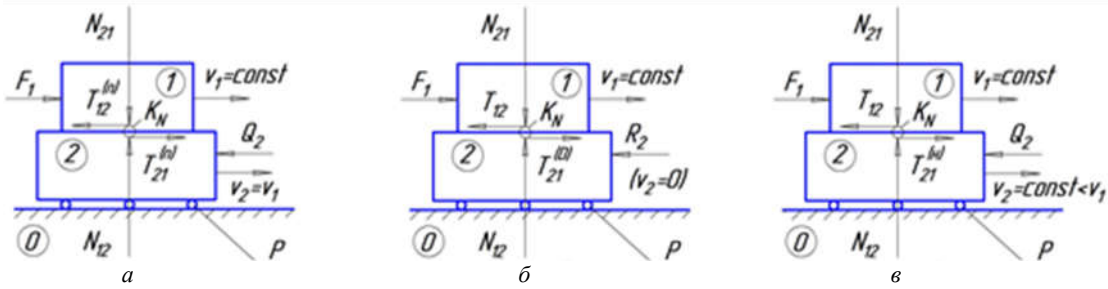


Рис. 2 – Схемы действий составляющих сил силы трения скольжения в зависимости от кинематики относительного скольжения тел пары трения: а – сил трения покоя; б – диссипативных сил трения; в – непотенциальных сил трения

величине и противоположны по направлению. Величина и направление линии действия каждой составляющей силы трения определяет величину и направление действия внешних сил пары трения в зависимости от кинематики относительного скольжения тел (рис. 2).

$$F_1 = |T_{1-2}^{(i)}| = |T_{1-2}| = \begin{cases} f^{(n)} N_1 = |T_{12}^{(n)}| = T_{21}^{(n)} = |Q_2| & \text{при } v_1 = v_2 = 0 \text{ (рис. 2, а);} \\ f N_1 = |T_{12}| = T_{21}^{(D)} = R_2 & \text{при } v_1 > v_2 = 0 \text{ (рис. 2, б);} \\ f N_1 = |T_{12}| = T_{21}^{(n)} = |Q_2| & \text{при } v_1 > v_2 > 0 \text{ (рис. 2, в),} \end{cases} \quad (4)$$

где f – коэффициент трения скольжения; $0 \leq f^{(n)} \leq f$ – коэффициент трения покоя, определяющий величину силы трения покоя $T_{12}^{(n)}$ и $T_{21}^{(n)}$. Из (4) для условия $v_1 > v_2$ (рис. 2 в) получим

$$T_{21}^{(n)} = f N_1 \frac{v_1}{v_1} = f N_1 \frac{v_2}{v_1} + f N_1 \frac{v_1 - v_2}{v_1} = T_{12}^{(m)} + T_{12}^{(D)}, \quad (5)$$

где $T_{12}^{(m)} = f N_1 v_2 / v_1$ – потенциальная составляющая силы трения скольжения, обеспечивающая передачу механической энергии со стороны ведущего тела 1 ведомому телу 2 для его перемещения со скоростью $0 < v_2 < v_1$;

$T_{12}^{(D)} = f N_1 (v_1 - v_2) / v_1$ – составляющая силы трения скольжения, обуславливающая диссипацию части механической энергии, которую получает ведущее тело 1 за счет работы внешней силы F_1 при перемещении тел пары трения.

Таким образом, процесс трения скольжения зубьев колес z_1 и z_2 (рис. 1 а) может быть реализован механической моделью, представленной на рис. 3 а. В данной модели зубья колес z_1 и z_2 представлены на рис. 3, а в виде тел 1 и 2, которые нагружены силой давления N_1 и перемещаются друг относительно друга с различными скоростями $v_1 \propto v_{1,i}^r$ и $v_2 \propto v_{2,j}^r$ за счет внешней силы движения F_1 , приложенной к телу 1 и кинематической связи между телами 1 и 2 в виде шарнирно установленной на теле 2 блока шестерен 3 с радиусами начальных окружностей r_3^i и r_3^j (выноски I) и зубчатых реек, неподвижно связанных с телами 1 и 2. Тело 2 перемещается без трения (на роликах P) относительно неподвижной горизонтальной опоры 4, на которой расположен источник энергии (действия) силы F_1 (на рис. 3 условно не показан). При скольжении поверхностей зубьев z_1 и z_2 (рис. 1 а) на участке рабочей части линии зацепления $L_1'P$, когда $v_{1,i}^r < v_{2,j}^r$, в модели (рис. 3, а) используют блок шестерен 3 с радиусами начальных окружностей $r_3^i \propto v_{1,i}^r$ и $r_3^j \propto v_{2,j}^r$.

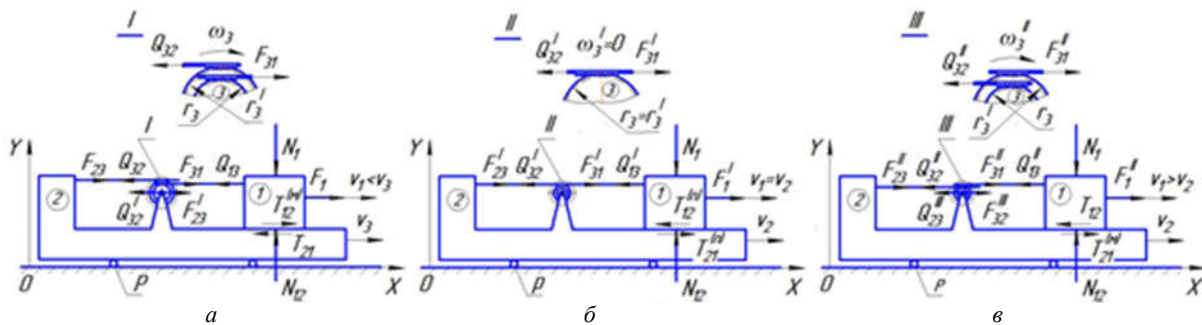


Рис. 3 – Механические модели кинематики скольжения зубьев зубчатых колес: а – на участке $L_1'P$ рабочей части линии зацепления $L_1'L_2'$; б – в полюсе зацепления P; в – на участке $PL_1'2$ рабочей части линии зацепления $L_1'L_2'$

Следовательно, модель, представленная на рис. 3, а с точки зрения взаимосвязи кинематических параметров движение тел 1 и 2 модели соответствует кинематике трения скольжения зубьев колес z_1 и z_2 (рис. 1, а) на участке линии зацепления $L_1'P$.

На основании равновесия каждого из тел 1, 2 и 3 механической модели (рис. 3, а) в системе координат XOY ($\sum X = 0$, $\sum Y = 0$ и $\sum M = 0$) с учетом опреде-

лений сил согласно табл. 1, рис. 2 и уравнений (4), (5), при $r_3^i < r_3^j$, получим:

для тела 1
$$\sum X_1 = F_1 - Q_{13} + T_{12}^{(m)} = 0; \quad (6)$$

для тела 2
$$\sum X_2 = F_{23} + F_{23}' - T_{21} = 0; \quad (7)$$

для тела 3

$$\begin{cases} \sum X_3 = F_{31} - Q_{32} - Q'_{32} = 0; \\ \sum M_3 = F_{31}r'_3 - Q_{32}r_3 = F_{31}r'_3\omega_3 - Q_{32}r_3\omega_3 = \\ = F_{31}v_1 - Q_{32}v_2 = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где $F_{31} = -Q_{13}$ – составляющие внутренней силы зубчатой рейки, связывающей блок шестерню 3 и тело 1;

$F_{32} = -Q_{23}$ – составляющие внутренней силы зубчатой рейки, связывающей блок шестерню 3 и тело 2;

F'_{23} – сила, действующая на тело 2 со стороны блок шестерни 3 в шарнирном соединении блок шестерни 3 и тела 2;

$Q'_{32} = -F'_{23}$ – сила, действующая на блок шестерню 3 со стороны тела 2 в шарнирном соединении блок шестерни 3 и тела 2.

На основании решения системы уравнений (6)–(8), следует

$$F_1 = fN_{12} \frac{v_2 - v_1}{v_2} = -fN_{12} \frac{v_1 - v_2}{v_2} = -fN_{12}\sigma_{12,m}, \quad (9)$$

где $\sigma_{12,m}$ – относительная скорость скольжения тел модели (рис. 3, а), соответствующая относительной скорости скольжения зубьев колес z_1 и z_2 на участке L_1P линии зацепления (рис. 1 а);

$$\sigma_{12,i} = \frac{v_{ck,i}}{v_{2,i}} = \frac{v_{2,i} - v_{1,i}}{v_{2,i}} = -\frac{v_{1,i} - v_{2,i}}{v_{2,i}}. \quad (10)$$

Для механической модели (рис. 3, б), соответствующей кинематике зубьев колес z_1 и z_2 (рис. 1, б), уравнения равновесия тел 1, 2 и 3, при $r'_3 = r_3$, составят:

$$\sum X_1 = F'_1 - Q'_{13} + T_{12}^{(n)} = 0; \quad (11)$$

$$\sum X_2 = F'_{23} + T_{12}^{(n)} = 0; \quad (12)$$

$$\sum X_3 = F'_{31} - Q'_{32} = 0, \quad (13)$$

где верхним индексом (') обозначены значения силовых параметров модели (рис. 1, б) при скольжении колес z_1 и z_2 в полюсе зацепления P (точка k_p).

Из (14)–(16) следует при $v_1 = v_2 \neq 0$

$$F'_1 = 0 = fN_{12} \frac{v_2 - v_1}{v_2} = fN_{12}\sigma'_{ck,m} = 0, \quad (14)$$

что соответствует условию (рис. 1 б)

$$v_{ck,p} = 0 \text{ и } \sigma_{12,p} = 0. \quad (15)$$

Для механической модели (рис. 3, в), соответствующей кинематике зубьев колес z_1 и z_2 (рис. 1, в), уравнения равновесия тел 1, 2 и 3, при $r'_3 > r_3$, составят:

$$\sum X_1 = F''_1 - Q''_{13} - T_{12} = 0; \quad (16)$$

$$\sum X_2 = F''_{23} - Q''_{23} + T_{21}^{(m)} = 0; \quad (17)$$

$$\begin{cases} \sum X_3 = F''_{31} - Q''_{32} + F''_{32} = 0; \\ \sum M_3 = F''_{31}v_1 - Q''_{32}v_2 = 0, \end{cases} \quad (18)$$

где верхним индексом (||) обозначены значения силовых параметров модели, при скольжении зубчатых ко-

лес z_1 и z_2 в текущей точке k_j на участке PL'_2 линии зацепления (рис. 1, в).

Из (16)–(18) следует

$$F''_1 = fN_{12} \frac{v_1 - v_2}{v_1} = fN_{12}\sigma''_{12,m}, \quad (19)$$

где $\sigma''_{12,m}$ – относительная скорость скольжения тел модели (рис. 3, в), соответствующая относительной скорости скольжения зубьев колес z_1 и z_2 на участке PL'_2 линии зацепления (рис. 1, в)

$$\sigma''_{12,j} = \frac{v_{ck,j}}{v_{1,j}} = \frac{v_{1,j} - v_{2,j}}{v_{1,j}}. \quad (20)$$

На основании анализа условий скольжения тел механической модели (9), (14), (19) получены уравнения (10), (15), (20) для определения относительного скольжения поверхностей прямозубых колес редуктора эвольвентного профиля (рис. 4).

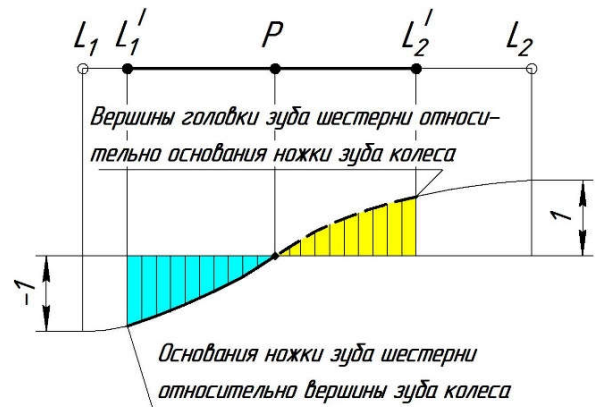


Рис. 4 – Эпюра относительного скольжения (σ_{12}) поверхностей зубьев шестерни $z_1 = 18$ и колеса $z_2 = 34$: а – ножки зуба шестерни (—) относительно головки колеса; б – головки зуба шестерни (- - -) относительно ножки колеса

Выводы:

1. Разработан метод механического моделирования кинематики скольжения прямозубых колес эвольвентного профиля с помощью двух тел с плоской поверхностью контакта, перемещающихся друг относительно друга со скоростью скольжения прямо пропорциональной скорости скольжения зубьев колес редуктора.

2. Проведенные исследования условий скольжения тел механической модели позволили установить характер относительного скольжения поверхности зуба шестерни относительно зуба колеса при перемещении точек контакта поверхностей зубьев вдоль рабочей части линии зацепления.

Список литературы

1. Бондаренко С. И. Характер и причины разрушения шестерен дорожно-строительных и сельскохозяйственных машин / С. И. Бондаренко, В. А. Карпенко, Е. А. Нестеренко [и др.] // Вестн. Харьков. нац. автомоб. дорож. ун-та. – 2011. – Вып. 54. – С. 127–133.
2. Дорофеев В. Л. Математическая модель проектирования авиационных зубчатых передач / В. Л. Дорофеев, В. В. Голованов, В. М. Ананьев // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – №10. – С. 44–49.
3. Конф И. А. Физическая модель контакта эвольвентного зацепления (заедание, износ) / И. А. Конф // Вестник машиностроения. – 1999. – № 8. – С. 141–144.
4. Кожевников С. Н. Теория механизмов и машин. 2-е изд., перераб. и доп. / С. Н. Кожевников. – Киев : Машгиз, 1964. – 674 с.

5. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие / [М. З. Коловский, А. Н. Евграфов, Ю. А. Семёнов, А. В. Слоущ]. – 3-е изд., испр. – М. : Издательский центр "Академия", 2008. – 560 с.
6. Добров И. В. Моделирование процессов внешнего трения в поступательных кинематических парах / И. В. Добров // Трение и смазка в машинах и механизмах. – 2009. – № 6. – С. 9–17.
7. ДСТУ 2823-94. Зносостійкість виробів тертя. Зношування та мащення. Терміни та визначення. – [Чинний від 1996-01-01]. – К. : Держспоживстандарт України, 1996. – 32 с.
8. Dobrov I. V. Development of scientific bases of the dynamics of machines as a section of applied mechanics / I. V. Dobrov // Procedia Engineering – V.129 – 2015 – P. 863–872.
9. Добров И. В. К вопросу классификации сил трения скольжения в поступательных кинематических парах / И. В. Добров // Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції "Механіка машин – основна складова прикладної механіки". 11–13 квітня 2017 р. – Дніпро. – 2017. – С. 223–224.
- (zaedanie, iznos) [The physical model of the involute gears (jamming, wear)]. *Vestnik mashinostroeniya*. 1999, no. 8, pp.141–144.
4. Kozhevnikov S. N. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]. 2-e izd., pererab. i dop. Kiev, Mashgiz Publ., 1964. 674 p.
5. Kolovskij M. Z., Evgrafov A. N., Semjonov Ju. A., Sloush A. V. *Teoriya mekhanizmov i mashin* [Theory of mechanisms and machines]: Ucheb. posobie.–3-e izd., ispr. Moscow, Izdatel'skij centr "Akademija" Publ., 2008. 560 p.
6. Dobrov I. V. Modelirovanie processov vneshnego treniya v postupatel'nyh kinematicheskikh parah [Modeling of the processes of external friction in translational kinematic pairs]. *Trenie i smazka v mashinah i mekhanizmah*. 2009, no. 6, pp. 9–17.
7. DSTU 2823-94. Znosostijkiest' virobiv tertja. Znoshuvannja ta mashhennja. Termini ta viznachennja [Wear-resistant friction products. Wear and lubrication. Terms and definitions. Chinnij vid 1996-01-01]. Kiev, Derzhspozhivstandart Ukraini Publ., 1996. 32 p.
8. Dobrov I. V. Development of scientific bases of the dynamics of machines as a section of applied mechanics. *Procedia Engineering*. 2015, Vol. 129, pp. 863–872.
9. Dobrov I. V. K voprosu klassifikacii sil trenija skol'zhenija v postupatel'nyh kinematicheskikh parah [To the question of classification of sliding friction forces in translational kinematic pairs]. *Materiali Vseukrains'koj naukovo-tehnichnoj konferencii "Mekhanika mashin – osnovna skladova prikladnoj mekhaniki"* [Ukrainian Scientific and technical Conference "Mechanics of machines – the main component of Applied Mechanics" (11–13 of April 2017, Dnipro)]. Dnipro, 2017, pp. 223–224.

References (transliterated)

1. Bondarenko S. I., Karpenko V. A., Nesterenko E. A. Harakter i prichynu razrushenija shesteren dorozhno-stroitel'nyh i sel'skohozjajstvennyh mashin [The nature and causes of the destruction of the gears of road-building and agricultural machinery]. *Vestn. Har'kov. nac. avtomob. dorozh. un-ta*. 2011, Vol. 54, pp. 127–133.
2. Dorofeev V. L., Golovanov V. V., Anan'ev V. M. Matematicheskaja model' proektirovanija aviacionnyh zubchatyh peredach [Mathematical model for the design of aircraft gears]. *Aviacionno-kosmicheskaja tehnika i tehnologija*. 2012, no. 10, pp. 44–49.
3. Kopf I. A. Fizicheskaja model' kontakta jevol'ventnogo zacepljenja

Поступила (received) 30.06.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Механічна модель кінематики ковзання зубчастих коліс редуктора / І. В. Добров, А. В. Сьомічев, О. В. Коптілій, І. І. Гетьман // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – X. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 48–52. – Библиогр.: 9 назв. – ISSN 2079-0791.

Механическая модель кинематики скольжения зубчатых колес редуктора / И. В. Добров, А. В. Семичев, А. В. Коптилий, И. И. Гетьман // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – X. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 48–52. – Библиогр.: 9 назв. – ISSN 2079-0791.

Mechanical model of the sliding kinematics of spur gears / I. V. Dobrov, A. V. Semichev, A. V. Koptilyj, I. I. Get'man // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – No. 25 (1247). – P. 48–52. – Bibliogr.: 9. – ISSN 2079-0791.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Добров Ігор Вячеславович – доктор технічних наук, професор, Національна металургійна академія України, завідувач кафедри прикладної механіки, м. Дніпро; тел.: (050) 452-74-11; e-mail: igordobrov@yahoo.com.

Добров Игорь Вячеславович – доктор технических наук, профессор, Национальная металлургическая академия Украины, заведующий кафедрой прикладной механики, г. Днепр; тел.: (050) 452-74-11; e-mail: igordobrov@yahoo.com.

Dobrov Igor Vyacheslavovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, National Metallurgical Academy of Ukraine, Chief of the Department of Applied Mechanics, Dnipro; tel.: (050) 452-74-11; e-mail: igordobrov@yahoo.com.

Сьомічев Андрій Вікторович – кандидат технічних наук, Національна металургійна академія України, доцент кафедри прикладної механіки, м. Дніпро.

Семичев Андрей Викторович – кандидат технических наук, Национальная металлургическая академия Украины, доцент кафедры прикладной механики, г. Днепр.

Semichev Andriy Victorovich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), National Metallurgical Academy of Ukraine, Associate Professor at the Department of Applied Mechanics, Dnipro.

Коптілій Олександр Васильович – Національна металургійна академія України, асистент кафедри прикладної механіки, м. Дніпро.

Коптилий Александр Васильевич – Национальная металлургическая академия Украины, ассистент кафедры прикладной механики, г. Днепр.

Koptilyu Oleksandr Vasilovich – National Metallurgical Academy of Ukraine, Assistant at the Department of Applied Mechanics, Dnipro.

Гетьман Ірина Ігорівна – ПП "ДІВ-ПБ", інженер, м. Дніпро.

Гетьман Ирина Игоревна – ЧП "ДИВ-ПБ", инженер, г. Днепр.

Getman Irina Igorivna – PE "DIV-PB", Engineer, Dnipro.