

4. Appel' P. *Teoreticheskaya mekhanika* [Theoretical Mechanics]. Vol. 2. Moscow, Publ. Fiziko-matematicheskoy literatury, 1960, 487 p.
5. Dobronravov V. V. *Osnovy mekhaniki negolonomykh sistem* [Fundamentals of mechanics of non-holonomic systems]. Moscow, 1970.
6. Beloutov G. S. Metod matematicheskogo modelirovaniya perekhodnykh protsessov v transportnykh gusenichnykh mashinakh [Method of mathematical modeling of transient processes in transport crawlers]. *Vestnik bronetankovoy tekhniki* [Bulletin of armored vehicles]. 1975, no. 5, pp. 22–24.
7. Isakov P. P. *Elektromekhanicheskie transmissii gusenichnykh traktorov. Teoriya i raschet* [Electromechanical transmissions of caterpillar tractors. Theory and calculation]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1981, 302 p.
8. Chernyshev V. L. Issledovanie dinamiki silovoy peredachi tanka T-64B v rezhimakh razgona i tormozheniya na sukhoy gruntovoy dorozhe [Investigation of the dynamics of power transmission of the T-64B tank in the modes of acceleration and braking on a dry dirt road]. *Visnik NTU "KhPI". Zbirnik naukovikh prats'. Seriya: Problemi mekhanichnogo privodu* [Bulletin of the Kharkiv Polytechnic Institute. Series: Mechanical drive problems]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2013, no. 41 (1014), 193 p.

Посмутила (received) 15.06.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Аналіз динаміки неголономних механічних систем методом динамічного стану / В. Л. Чернишов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 164–169. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0791.

Анализ динамики неголономных механических систем методом динамического состояния / В. Л. Чернышев // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 164–169. – Библиогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0791.

The analysis of the dynamics of nonholonomic mechanical systems using method of dynamic condition / V. L. Chernyshev // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – No. 25 (1247). – P. 164–169. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2079-0791.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Чернишов Володимир Леонідович – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", професор кафедри "Деталі машин та мехатронні системи"; тел.: (057) 707-64-55.

Чернышев Владимир Леонидович – кандидат технических наук, доцент, Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", профессор кафедры "Детали машин и мехатронные системы"; тел.: (057) 707-64-55.

Chernyshev Vladimir Leonidovich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Professor at the Department of "Machine elements and Mechatronic systems"; tel.: (057) 707-64-55.

УДК 621.833; 62.652

В. П. ЯГЛІНСЬКИЙ, С. С. ГУТИРЯ, А. М. ЧАНЧІН, В. М. ЖЕГЛОВА

ВПЛИВ ПАРАМЕТРИЧНИХ КОЛИВАНЬ НА ВТОМНУ МІЦНІСТЬ ЕПІЦИКЛУ КОЛІСНОГО РЕДУКТОРА

Встановлено, що при роботі планетарних колісних редукторів (ПКР) троллейбусів на параметричних резонансних режимах внутрішні динамічні навантаження на зубці зростають у 2...4 рази, що спричиняє зародження і розвиток утомних тріщин у тонкостінному ободі епіциклу. Дослідженнями на скінчено-елементних (СЕ) моделях виявлено, що згинальні коливання ободу спричиняють максимальні розтягувальні напруження у впадинах не тих зубців епіциклу, що знаходяться у зацепленнях з зубцями сателітів, а у зонах максимального прогину ободу. Підтверджено ефект позитивного впливу нерівномірного колового розташування осей сателітів на глибину пульсації жорсткості передачі та звуження області нестійкості параметричних коливань епіциклу. Результати розрахунків на прикладі ПКР типу *Raba 118.77*, що широко застосовуються у трансмісії колісного електричного та автотранспорту, підтвердили можливість підвищення втомної міцності епіциклу шляхом нерівномірного колового розташування осей сателітів.

Ключові слова: пульсації жорсткості зацеплення, резонанс, обід епіциклу, головні частоти.

Установлено, что при работе планетарных колесных редукторов (ПКР) троллейбусов на параметрических резонансных режимах внутренние динамические нагрузки на зубцы повышаются в 2...4 раза, что приводит к зарождению и развитию усталостных трещин в тонкостенном ободе эпицикла. Исследованиями на конечно-элементных (КЭ) моделях обнаружено, что изгибные колебания венца эпицикла вызывают максимальные растягивающие напряжения не во впадинах зубьев, находящихся в зацеплении с зубьями сателлитов, а в областях максимального прогиба обода. Подтвержден эффект позитивного влияния неравномерного окружного расположения осей сателлитов на глубину пульсации жесткости передачи и сужения области неустойчивости параметрических колебаний эпицикла. Результаты расчетов на примере ПКР типа *Raba 118.77*, широко применяемых в трансмиссии колесного электрического и автотранспорта, подтвердили возможность повышения усталостной прочности эпицикла путем неравномерного окружного расположения осей сателлитов.

Ключевые слова: пульсации жесткости зацепления, резонанс, обод эпицикла, главные частоты.

It is established that at parametric resonance modes of work of the planetary wheel gear (PWG) of trolleybuses internal dynamic load increase in 2...4 times, which can lead to the emergence and development of fatigue cracks in thin-walled epicycle rim. On FEM-models found that flexural vibrations of the crown of the epicycle rim cause the maximum tensile stresses not in the cavities of the teeth which are in meshing with the teeth of the satellites but in the zones of maximum deflection of the rim. Confirmed the effect of positive influence of non-uniform circumferential arrangement of the axles of the satellites to the depth of the pulsation of meshing stiffness and narrowing the region of instability of parametric oscillation of the epicycle. The results of the calculations on the example of the PWG type *Raba 118.77* used in the composition of the transmission wheel electrical and automobile transport confirmed the possibility of enhance the fatigue strength of epicycle rim by the uneven circumferential location of the axes of the satellites.

Keywords: pulsations of meshing stiffness, resonance, epicycle rim, main frequencies.

© В. П. ЯгліНСЬКИЙ, С. С. ГутирЯ, А. М. ЧанчІн, В. М. Жеглова, 2017

Вступ. Практикою експлуатації планетарних колісних редукторів (ПКР) у складі трансмісії тролейбусів вітчизняного виробництва виявлено появу і розвиток утомних тріщин, що спричиняють руйнування ободу епіциклу (рис. 1) [1]. При цьому розрахунковий рівень статичних напружень у впадинах зубців не перевищує допустимих значень [2]. Врахування впливу внутрішніх динамічних навантажень на показники міцності циліндричних евольвентних зубчастих передач при проектуванні виконують за рекомендаціями стандартів ISO 6336, DIN 3990 через коефіцієнт динамічності в залеж-



Рис. 1 – Фото утомних руйнувань епіциклів ПКР типу *Raba 118.77*

ності від колової швидкості і точності виготовлення коліс [3]. Для планетарних передач типу $2k-h$ у складі колісних редукторів ймовірність параметричних резонансів, зумовлених циклічно змінною у часі жорсткістю зачеплень, вельми висока, що впливає на процеси накопичення втомних ушкоджень зубців і ободу епіциклу [4]. Проблема обмеження вібраційної активності всіх елементів трансмісії в умовах структурних пружних коливань як пасажирського, вантажного так і військового колісного автотранспорту зумовлена об'єктивною необхідністю підвищення надійності експлуатації, показників ергономічності та комфортності, отже є актуальною. Врахування нестационарних позиційних сил, що збуджують пружні коливання основних ланок механізму та функціонально залежать від деформацій зубців і часу, значно ускладнює отримання практичних рекомендацій.

Постановка проблеми і мета роботи. У сучасних дослідженнях віброактивності зубчастих передач велику увагу приділяють моделюванню та аналізу впливу характерних параметрів багатомасової пружної системи з кінцевим числом ступенів свободи на головні частоти, характеристики вимушених коливань і динаміку розрахункової моделі. При цьому статична жорсткість зубчастих зачеплень, як правило, усереднюється і приймається постійною, що істотно спрощує вирішення подібних задач [5, 6]. Недостатньо дослідженими на сьогодні залишаються питання впливу змінної у часі жорсткості зубчастих зачеплень, а також основних геометричних параметрів багатопоточних планетарних передач на характеристики вимушених і структурних параметричних коливань, безпосередньо пов'язан-

них з вібростійкістю й утомною міцністю найбільш навантажених деталей і елементів трансмісії [7]. За результатами досліджень динаміки зубчастих передач виявлено, що на резонансних режимах роботи ПКР динамічні навантаження зростають у 2...4 рази і супроводжуються розмиканням зубців [8]. Експериментально встановлено, що під час експлуатації тролейбусів МАЗ-103Т у міському циклі на довгій (менш навантаженій) піввісі тягового мосту спостерігаються скачки крутного моменту при гальмуванні й подоланні дорожніх перешкод (рис. 2) [9].

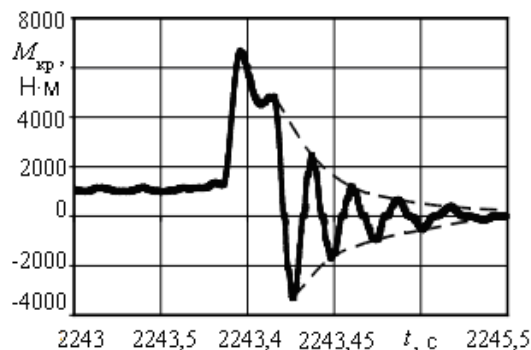


Рис. 2 – Фрагмент часової діаграми крутного моменту на півосі мосту тролейбусу при подоланні перешкоди [9]

Найбільш ймовірним чинником такого явища уявляється виникнення параметричного резонансу. При гальмуванні швидкість тролейбусу поступово зменшується, трансмісія виходить за межі діапазону резонансних частот, що супроводжується затухаючими коливаннями з декрементом 0,48...0,57.

За результатами комп'ютерного СЕ-моделювання виявлено, що згинальні коливання ободу епіциклу можуть спричинити розтягувальні напруження у впадинах зубців не під час їх зачеплення з зубцями сателітів, а після виходу їх із зачеплення при максимальному прогині ободу (рис. 3). Аналогічні результати встановлено для планетарного редуктора привода вентилятора гелікоптера [8]. Мета даного дослідження – визначення умов звуження області нестійкості параметричних коливань тонкостінного ободу для забезпечення утомної міцності та нормативного ресурсу епіциклу ПКР.

Багатопарність та багатопоточність планетарної зубчастої передачі. Багатопарність зачеплення характеризується коефіцієнтом торцевого перекриття ε_α , що визначається відношенням кута перекриття φ_α (кута повороту зубчастого колеса від положення входу пари зубців у зачеплення до виходу їх із зачеплення) до кутового кроку зубців $2\pi/z$.

Індекси в позначеннях розрахункових параметрів вказують на їх належність до: "s" – сонячної шестерні (англ. *sun*); "p" – сателітів (*planeten*); "r" – епіциклу (*ring*). Для серійних ПКР типу *Raba 118.77* розрахункове значення коефіцієнта торцевого перекриття в зачепленні "епіцикл – сателіт" $\varepsilon_\alpha = 1,42$.

Для моделювання циклічної функції жорсткості зачеплення $c(t)$ можна прийняти, що при повороті сателіта навколо своєї вісі в межах кута $(\varepsilon_\alpha - 1)\varphi_{ar}$ навантаження передають дві пари зубців $N_z = 2$, а при повороті на кут $(2 - \varepsilon_\alpha)\varphi_{ar}$ – одна пара $N_z = 1$ (рис. 4, а). Відповідно, період зміни в часі $T_c = \varphi_{ar}/\omega$ функції жорсткості $c_\Sigma(t)$ можна представити у вигляді суми двох доданків $T_1 = (\varepsilon_\alpha - 1)T_c$ та $T_2 = (2 - \varepsilon_\alpha)T_c$ (рис. 4, б).

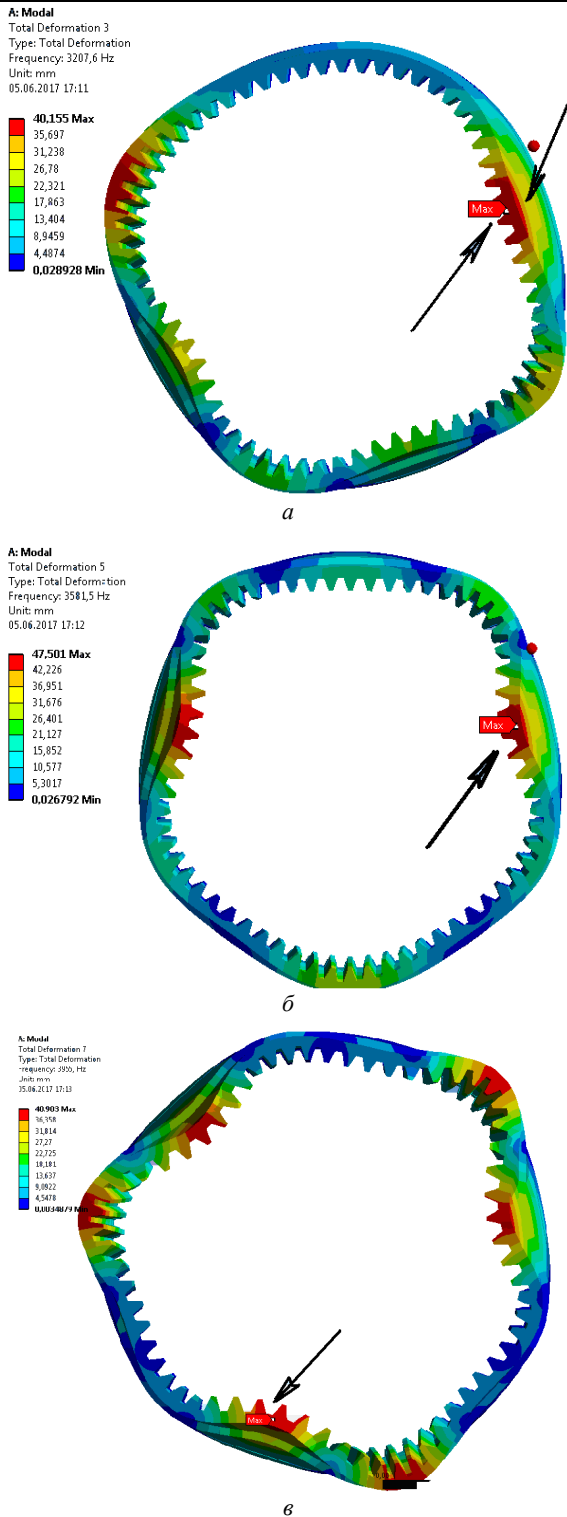


Рис. 3 – СЕ-модельовання деформацій епіциклу ПКР Raba 118.77 для форм коливань: а – четвертої; б – п'ятої; в – шостої

Частоту ω зміни зведеної жорсткості зачеплення "сателіт – епіцикл" визначено за відомими залежностями [4]:

$$\omega_s z_s = \omega_p 2z_p; \omega_H(z_s + z_p) = \omega_p z_p; V_T = \omega_H R,$$

$$\omega = \omega_p z_p = \frac{z_s z_r}{z_r - z_s} \omega_s = \frac{(z_r - z_p) z_r}{z_p} \cdot \frac{V_T}{R}, \quad (1)$$

де V_T, R – швидкість руху транспорту і радіус колеса тролейбуса;
 ω_H – кутова швидкість водила (рушійного колеса).

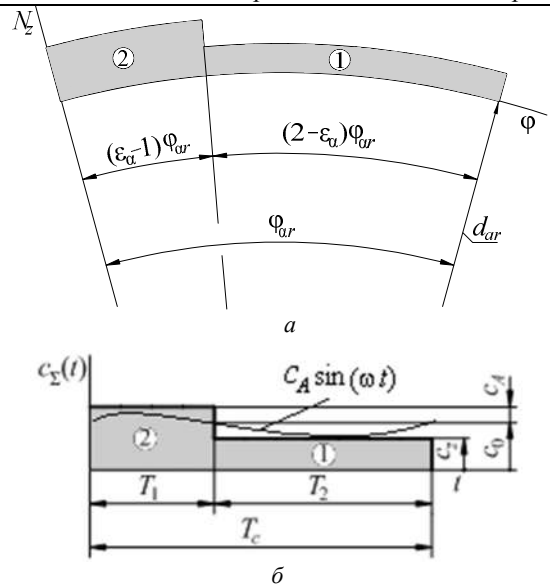


Рис. 4 – Колова діаграма (а) парності N_z зачеплення "сателіт – епіцикл" та графіки (б) функції зведеної жорсткості $c_\Sigma(t)$

Середнє і амплітудне значення функції $c_\Sigma(t)$ дорівнюють $c_0 = 1,5c_z$ і $c_A = 0,5c_z$ (c_z – усереднена сумарна жорсткість пари зубців, див рисунок 4, б). Для передачі з n_p числом сателітів аналогічно

$$c_0 = 1,5n_p c_z; \quad c_A = 0,5n_p c_z. \quad (2)$$

Періодичні пульсації функції зведеної жорсткості двох-поточної передачі $c_\Sigma(t)$ визначаються коефіцієнтом глибини пульсації $\mu = c_A/c_0 = 1/3$, мінімізація якого сприяє звуженню області нестійкості параметричних коливань.

Для планетарних передач з $n_p = (3; 4; 5)$ у складі головних редукторів військових гелікоптерів та автоматичних коробок передач легкових автомобілів теоретично обґрунтовано застосування нерівномірного колового розташування сателітів для зниження вібраційної активності трансмісії [10, 11].

Кутове зміщення осі i -го сателіта відносно осі j -го сателіта представлено у вигляді

$$\Delta\varphi_{i,j} = k_{i,j} \varphi_{ar} = k_{i,j} 2\pi \varepsilon_\alpha / z_r, \quad (3)$$

де $k_{i,j} = \Delta\varphi_{i,j} / \varphi_{ar} \in [-1, 0; 1, 0]$ – коефіцієнт відносного кутового зміщення осей сусідніх сателітів.

З урахуванням (3) кутова орієнтація осей сателітів визначається за формулою

$$\theta_{i,j} = 2\pi/n_p + \Delta\varphi_{i,j}. \quad (4)$$

З умови $\sum_{i,j=1}^{n_p} \theta_{i,j} = 360^\circ$ випливає $\sum_{i,j=1}^{n_p} k_{i,j} = 0$.

Модельовання та аналіз пульсацій функції жорсткості зубчастих зачеплень. Побудову діаграми парності зачеплень $N_z(\varphi)$ і визначення функції зведеної жорсткості $c_\Sigma(t)$ для планетарної передачі з нерівномірним коловим розташуванням сателітів виконують за наступним алгоритмом:

– розраховують номінальне значення коефіцієнта перекриття ε_α з урахуванням особливостей і додатко-

вих параметрів геометрії зубців епіциклу і зуборізного інструменту;

– розраховують кут перекриття φ_{ar} і ділять його на ціле число ξ однакових дискретних кутів (наприклад, $\xi=10$, значення $\Delta\varphi$ і число ξ залежать від заданої відносної похибки рішення $\delta = \pm 50/\xi$, %);

– розраховують доданки кута перекриття $(\varepsilon_\alpha - 1)\varphi_{ar}$ і $2 - (\varepsilon_\alpha)\varphi_{ar}$, що пропорційні фазам двопарного і однопарного зачеплення, встановлюють числа $\xi = \xi_2 + \xi_1$ дискретних кутів $\Delta\varphi$ (ξ_2, ξ_1 – цілі числа для кожної фази зачеплення після округлення);

– будують діаграми парності зачеплення послідовно для кожного з n_p сателітів (рис. 5, а);

– розраховують за формулами (3) і (4) значення коефіцієнтів $k_{i,j}$, кутів $\Delta\varphi_{i,j}$ і $\theta_{i,j}$ послідовно для кожної пари сусідніх сателітів;

– графік ступінчастої функції зведеної жорсткості $c_\Sigma(\varphi) = c_z N_z(\varphi)$ отримують підсумовуванням значень характеристики N_z для всіх n_p сателітів послідовно за ділянками зачеплення (рис. 5, б);

– функцію $c_\Sigma(t)$ отримують у результаті заміни змінної $\varphi = \omega t$ для функції $c_\Sigma(\varphi) = c_z N_z(\varphi)$.

За результатами розрахунків згідно наведеному алгоритму для ПКР Raba 118.77 ($\varepsilon_\alpha = 1,42$, $z_s = 26$, $z_p = 19$, $z_r = 64$, $m = 3,25$ мм, $n_p = 3$) визначено коефіцієнти зміщення осей сателітів $k_{i,j} = (0,4; 0,2; -0,6)$, кути зміщення $\Delta\varphi_{i,j} = (2^\circ 15'; 1^\circ 7'; -3^\circ 38')$ і орієнтації $\theta_{i,j}$ (рис. 5, 6).

При цьому характеристики функції жорсткості $c_\Sigma(t)$ мають такі середнє $c_0 = 4,5 c_z$ і амплітудне $c_A = 0,5 c_z$ значення, коефіцієнт $\mu = c_A/c_0 = 1/9$.

За результатами моделювання встановлено, що при нерівномірному коловому розташуванні осей сателітів функція жорсткості $c_\Sigma(t)$ стає більш рівномірною, коефіцієнт пульсації μ зменшується у 3 рази, що сприяє підвищенню не тільки утомної міцності епіциклу, але й структурної вібростійкості ПКР та трансмісії у цілому.

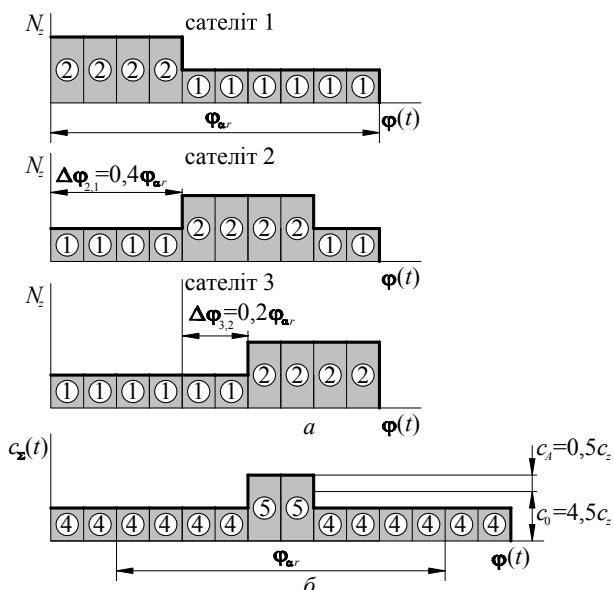


Рис. 5 – Діаграми парності зачеплень (а) і графік (б) функції зведеної жорсткості $c_\Sigma(\varphi)$ для ПКР Raba 118.77

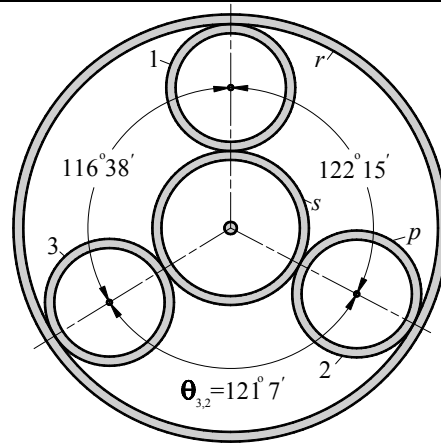


Рис. 6 – Схема оптимального колового розташування сателітів ПКР Raba 118.77

Моделювання структурних параметричних коливань епіциклу. Функцію зведеної жорсткості зубчастого зачеплення зручно відобразити функцією синуса (див. рис. 4, б), що відповідає диференційному рівнянню Мат'є–Хілла зі змінними періодичними коефіцієнтами

$$k_0^2(1 - \mu \cos \omega t)q = 0, \quad (5)$$

де I_r , $k_0^2 = c_0/I_r$ – осьовий момент інерції і частота вільних коливань епіциклу.

Рівняння (5) після заміни змінної $\tau = \omega t/2$ має вигляд

$$\frac{d^2 q}{d\tau^2} + (a - 2b \cos 2\tau)q = 0, \quad a = \frac{4k_0^2}{\omega^2}, \quad b = \frac{\mu a}{2}. \quad (6)$$

Розв'язками рівняння (5) є спеціальні функції Мат'є, що можуть бути обмеженими або необмежено зростаючими [12]. Встановлення відповідних областей значень параметрів a і b та діагностування нестійкості коливань системи виконують за діаграмою Айнса–Стретта (рис. 7). Діаграма симетрична щодо осі a , бо знак b в рівнянні (6) не впливає на її форму.

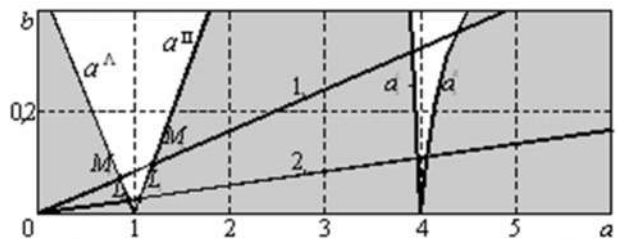


Рис. 7 – Фрагмент діаграми стійкості параметричних коливань епіциклу ПКР Raba 118.77 з рівномірним (лінія 1) і нерівномірним (2) розташуванням сателітів

Похили прямих $b = \mu a/2$ на діаграмі стійкості є характеристиками параметричних коливань епіциклу у рівнянні (5). Для наближеного визначення границь між областями стійкості і нестійкості на площині параметрів a і b застосовано метод гармонічного балансу. На границях першої області нестійкості рух є періодичним відповідно до ряду

$$q = A_1 \sin \tau + B_1 \cos \tau + A_3 \sin 3\tau + B_3 \cos 3\tau + \dots \quad (7)$$

Обмежуючись у рівнянні (7) першими двома доданками та після підстановки їх суми у рівняння (6), отримано

$$A_1 \sin \tau \left(-1 + a - 2b \frac{1 + \cos 2\tau}{2} + 2b \sin^2 \tau \right) + B_1 \cos \tau \left(-1 + a + 2b \frac{1 - \cos 2\tau}{2} - 2b \cos^2 \tau \right) = 0. \quad (10)$$

Прирівнявши нулю коефіцієнти при $\sin \tau$ і $\cos \tau$, нехтуючи величинами більшої міри малості ($\sin \tau \cos 2\tau$; $\sin^3 \tau$; $\cos \tau \cos 2\tau$; $\cos^3 \tau$), отримано однорідні рівняння

$$(a - b - 1)A_1 = 0; \quad (a + b - 1)B_1 = 0,$$

з яких визначено праву (П) і ліву (Л) границі між областями стійкості і нестійкості

$$a^\Pi = 1 + b; \quad a^\Lambda = 1 - b.$$

Значення правої і лівої границь для n -ї області нестійкості позначені a^Π і a^Λ . Відповідні рівняння з урахуванням більшого числа членів ряду (7) для границь перших двох областей нестійкості (див. рис. 7) мають вигляд

$$\left. \begin{aligned} a_0^\Pi &= -\frac{1}{2}b^2 + \frac{7}{128}b^4 - \Lambda, \\ a_1^\Pi &= 1 + b - \frac{1}{8}b^2 - \frac{1}{64}b^3 - \frac{1}{1536}b^4 + \Lambda, \\ a_1^\Lambda &= 1 - b - \frac{1}{8}b^2 + \frac{1}{64}b^3 - \frac{1}{1536}b^4 - \Lambda, \\ a_2^\Pi &= 4 + \frac{5}{12}b^2 - \frac{763}{13824}b^4 + \Lambda, \\ a_2^\Lambda &= 4 - \frac{5}{12}b^2 + \frac{5}{13824}b^4 - \Lambda, \\ a_3^\Pi &= 9 + \frac{1}{16}b^2 + \frac{1}{64}b^3 + \frac{13}{20480}b^4 + \Lambda, \\ a_3^\Lambda &= 9 + \frac{1}{16}b^2 - \frac{1}{64}b^3 + \frac{13}{20480}b^4 - \Lambda. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Якщо функцію $c_\Sigma(t)$ прийняти у вигляді ступінчастого синуса $c_\Sigma(t) = c_0 \pm c_A$ з періодом T_c (див. рис. 2, б), то модель параметричних коливань (6) для кожного з доданків періоду $T_c = T_1 + T_2$ відображується диференціальним рівнянням з постійними коефіцієнтами

$$k_0^2(1 \pm \mu)q = 0. \quad (9)$$

За результатами інтегрування рівняння (9) методом припасовування також можна отримати аналогічну типову діаграму стійкості (див. рисунок 7) [4].

При рівномірному коловому розташуванні осей сателітів нестійким коливанням відповідають точки на відрізку M_1M_2 , при нерівномірному – на відрізку L_1L_2 . Отже, при нерівномірному розташуванні сателітів досягається значне зменшення області нестійких коливань епіциклу.

Дослідження областей параметричного резонансу. Найбільш інтенсивне параметричне збурення виникає при частотних співвідношеннях, що відповідають точкам граничних кривих (див. рис. 7) з координатами

умови (10) не залежать від коефіцієнта μ , отже параметричний резонанс може виникати при будь-якій малій глибині пульсації. Такі частотні співвідношення та відповідні коливання називають резонансними. Резонанс при $a = 1$ є основним, при цьому середнє значення власної частоти вдвічі менше за частоту параметричного збудження ($k_0 = 0,5\omega$).

При значній глибині пульсації функції $c_\Sigma(t)$ та істотної відмінності коефіцієнта пульсації μ від нуля параметричний резонанс виникає при параметрі a поблизу значень (10), при цьому, чим більше значення μ , тим ширші області нестійкості. Тому запобігання параметричному резонансу є значно складнішим у порівнянні з резонансом лінійним. Для зубчастих передач параметричний резонанс уявляється найбільш небезпечним незважаючи на демпфування шаром мастила, що дещо звужує ширину областей нестійкості коливань, оскільки амплітуда коливань зростає за рівнянням геометричної прогресії, що сприяє зародженню та інтенсивному розвитку утомних тріщин.

Засобами СЕ-моделювання для ПКР *Raba 118.77* з параметрами $n_p = 3$, $\varepsilon_\alpha = 1,42$, $z_s = 26$, $z_p = 19$, $z_r = 64$, $m = 3,25$ мм, $R = 0,5$ м і рівномірним коловим розташуванням сателітів визначено наступний спектр перших шести головних частот епіциклу:

$$k_0 = (2233; 2442; 2654; 3284; 3346; 3770), \text{ Гц.}$$

За умовами (10), (6) та формулою (1) визначено частоти параметричного резонансу епіциклу та відповідні швидкості руху тролейбуса

$$\Omega = 2k_0/\sqrt{a}; \quad V_T = \frac{2\pi z_p R \Omega}{3,6(z_r - z_p) \varepsilon_r}, \quad (11)$$

де R – в м; V_T – в км/год; k_0 і Ω – в Гц.

Для трьох-сателітного ПКР *Raba 118.77* встановлені значення частот параметричних резонансів епіциклу при $a = (1; 4; 9; 16)$ і резонансних швидкостей тролейбуса (табл. 1).

Таблиця 1 – Показники параметричного резонансу епіциклу ПКР *Raba 118.77*

Головна частота епіциклу, Гц	Частоти параметричного резонансу Ω , Гц	Резонансні швидкості руху тролейбуса V_T , км/год
2233	4466; 2233; 1496; 1116	26; 13; 8,5; 6,5
2442	4844; 2442; 1636; 1221	28; 14; 9,5; 7,0
2654	5308; 2654; 1778; 1327	31; 15,5; 10,5; 7,5
3284	6568; 3284; 2200; 1642	38; 19; 12,5; 9,5
3346	6692; 3346; 2242; 1673	38,5; 19,2; 13; 10
3770	7540; 3770; 2526; 1885	43; 21,5; 15; 10,7

Статистичний діапазон експлуатаційних значень швидкості тролейбусів у міському циклі становить $[V_T] = (15 \dots 55)$ км/год [7, 9]. Отже резонансні швидкості руху тролейбуса V_T розташовані у нижній і середній областях діапазону, тобто співпадають за часом з навантаженням ПКР максимальними значеннями обертового моменту.

Висновки:

1. Встановлено, що згинальні коливання ободу епіциклу можуть спричинити максимальні розтягуювальні напруження у впадинах зубців не в процесі їх зачеплення з зубцями сателітів, а після виходу із зачеплення у положенні максимального прогину ободу.

2. Визначено частоти параметричного резонансу епіциклу ПКР Raba 118.77 і резонансні швидкості руху тролейбуса. Підтверджено можливість зростання у 2...4 рази динамічних навантажень при резонансних швидкостях руху тролейбуса, що спричиняє появу та інтенсивний розвиток утомних тріщин на ободі епіциклу.

3. Опрацьовано методику та алгоритм визначення оптимальних кутових положень осей сателітів з метою зниження амплітуди параметричних коливань епіциклу ПКР при різних значеннях коефіцієнта перекриття.

4. Обґрунтовано можливість конструктивного забезпечення нормативної втомної міцності епіциклу з тонкостінним ободом шляхом нерівномірного колового розташування осей сателітів.

Список літератури

1. Гутыря С. С. Надійність експлуатації планетарних колісних редукторів / С. С. Гутыря, Д. М. Борденюк // Вісник аграрної науки Причорномор'я. – Миколаїв : МДАУ, 2007. – Спец. вип. 2(41). – С. 130–134.
2. Гутыря С. С. Аналитическое моделирование и прочностной расчет эцицикла планетарного редуктора / С. С. Гутыря, Ю. М. Хомяк, В. М. Жеглова, А. Н. Чанчин // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Серія "Проблеми механічного приводу". – Харків : НТУ "ХПІ", 2016. – № 23 (1195). – С. 29–34.
3. Gutyrya S. S. System Modelling of Gears Design Quality / S. S. Gutyrya, K. I. Zablonsky, V. P. Yaglinsky // International Conference on Gears. VDI, Munich, Germany, 2005. – P. 417–434.
4. Yaglinsky V. Parametrical Fluctuations of Epicycle in Wheel Gearboxes / V. Yaglinsky, S. Gutyrya, A. Chanchin // British Journal of Applied Science & Technology, 2016. – 15(2). – P. 1–8. DOI: 10.9734/BJAST/2016/24685
5. Гутыря С. С. Навантаженість, точність та віброактивність колісних редукторів / С. С. Гутыря, В. П. Яглінський, А. М. Чанчин // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: 36. наук. праць. Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2015. – Вип. 24. – С. 57–69.
6. Гутыря С. С. Частотний аналіз коливань планетарного колісного редуктора / С. С. Гутыря, В. П. Яглінський, А. Н. Чанчин // Вестник Гомельского государственного технического университета им. П. О. Сухого. Научно-практический журнал. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2015. – № 2 (61). – С. 3–11.
7. Сафонов А. И. Особенности режимов нагружения и направления развития тяговых трансмиссий троллейбусов / А. И. Сафонов // Автомобильная промышленность – 2015. – № 4. – С. 8–15.
8. Калинин Д. В. Нелинейные колебания в планетарных редукторах с податливыми опорами центральных колес / Д. В. Калинин // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. – 2016. – № 10. – С. 69–84. DOI: 10.7463/1016.0848171.

9. Рукуетель О. С. Исследование нагруженности трансмиссии троллейбуса / О. С. Рукуетель, С. М. Милюкович, А. М. Захарик и др. // Вестник БНТУ. Транспорт. – 2016. – № 6. – С. 48–51.
10. Lin J. Structured vibration characteristics of planetary gears with unequally spaced planets / J. Lin, G. Parker // Journal of Sound and Vibration. – 2000. – 233 (5). – P. 921–928.
11. Parker R. G. Vibration modes of planetary gears with unequally spaced planets and elastic ring gear / R. G. Parker, Wu. Xionghua // Journal of Sound and Vibration. – 2010. – 329. – P. 2265–2275.
12. Rand R. H. Fractional Mathieu equation / R. H. Rand, S. M. Sah, M. K. Suchrsky // Commun Nonlinear Sci. Numer. Simulat. – 2010. – 15. – P. 3254–3262.

References (transliterated)

1. Gutyrya S. S., Bordenyuk D. M. Nadiynist exluatatii planetarnyh kolisnyh reduktoriv [Reliability of the operation of planetary gear-boxes]. *Visnyk agrarnoyi nauky Prychornomorja*. Mykolaiv: MDAU, Special. vyp., no. 2(41), pp. 130–134. 2007.
2. Gutyrya S. S., Homiyak Yu. M., Zheglova V. M., Chanchin A. N. Analiticheskoe modelirovanie i prochnostnoy paschet epicycla planetarnogo reduktora. [Analytical modeling and strength calculation of the epicycle planetary gear]. *Vestn. Khark. politekh. in-ta. Ser.: Problemy mehanichnogo pryvodu* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute. Series: Problems of mechanical drive]. Kharkov, no. 1195, issue 23, pp. 29–34. 2016.
3. Gutyrya S. S., Zablonsky K. I., Yaglinsky V. System Modeling of Gears Design Quality. International Conference on Gears. *VDI, Munich, Germany*, pp. 417–434. 2005.
4. Yaglinsky V., Gutyrya S., Chanchin A. Parametrical Fluctuations of Epicycle in Wheel Gearboxes. *British Journal of Applied Science & Technology*, no.15(2), pp. 1–8, 2016. doi:10.9734/BJAST/2016/24685.
5. Gutyrya S. S., Yaglinsky V. P., Chanchin A. N. Navantashenist, tochnist ta vibroaktyvnist kolisnyh reduktoriv. [Load, accuracy and vibroactivity of wheel gears] *Problemy obchysluvalnoi mehaniky i miznosti konstruktsii. Zb. nauk. praz. Dnipropetrovsk. Nauka i osvita*. [Science and education], no. 24, pp. 57–69. 2015.
6. Gutyrya S. S., Yaglinsky V. P., Chanchin A. N. Chastotnyi analiz kolebaniy planetarnogo kolesnogo reduktora. [Frequency analysis of oscillations of a planetary wheel gear]. *Vestnik Gomelskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta im. P. O. Suhogo. Nauchno-tehnicheskii shurnal, Gomel*, no. 2 (61), pp. 3–11. 2015.
7. Safonov A. I. Osobennosti pezhimov nagruzheniya i napravleniy pasvitiya tiagovykh transmissiy trolleybusov. [Features of modes of distribution and direction of development of traction transmissions of trolleybuses]. *Avtomobilnaya promyshlennost*, no. 4, pp. 8–15. 2015.
8. Kalinin D. V. Nelineinye kolebaniya v planetarnykh reduktorah s podatlivymi oporami zentralnykh koles. [Nonlinear oscillations in planetary gearboxes with compliant supports of central wheels]. *Nauka i Obrazovanie*. [Science and education]. *MGTU im. N. E. Baumana. Moscow*. Elektron. shum, no. 10, pp. 69–84, doi: 10.7463/1016.0848171. 2016.
9. Rukshetel O. S., Miniukovich P. M., Zakharik A. M. Issledovanie nagruzhenosti transmissii trolleybusa. [Investigation of the loading of the trolleybus transmission]. *Vestnik BNTU. Transport*, no. 6, pp. 48–51. 2016.
10. Lin J., Parker G. Structured vibration characteristics of planetary gears with unequally spaced planets. *Journal of Sound and Vibration*, no. 233 (5), pp. 921–928. 2000.
11. Parker R. G., Xionghua Wu. Vibration modes of planetary gears with unequally spaced planets and elastic ring gear. *Journal of Sound and Vibration*, no. 329, pp. 2265–2275. 2010.
12. Rand R. H., Sah S. M., Suchrsky M. K. Fractional Mathieu equation. *Commun Nonlinear Sci. Numer. Simulat.*, no. 15, pp. 3254–3262. 2010.

Надійшла (received) 28.06.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Вплив параметричних коливань на втомну міцність епіциклу колісного редуктора / В. П. Яглінський, С. С. Гутыря, А. М. Чанчин, В. М. Жеглова // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 169–175. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2079-0791.

Влияние параметрических колебаний на усталостную прочность эцицикла колесного редуктора / В. П. Яглинский, С. С. Гутыря, А. Н. Чанчин, В. М. Жеглова // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 169–175. – Библиогр.: 12 назв. – ISSN 2079-0791.

Effect of parametric oscillations on the fatigue strength of the epicycle for wheel gear / V. P. Yaglinsky, S. S. Gutyrya, A. M. Chanchin, V. M. Zheglova // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – No. 25 (1247). – P. 169–175. – Bibliogr.: 12. – ISSN 2079-0791.

Ягліньський Віктор Петрович – доктор технічних наук, професор, Одеський національний політехнічний університет, завідувач кафедри підйомно-транспортного і робототехнічного обладнання; тел.: (096) 767-17-17; e-mail: viknatvov@gmail.com.

Яглинский Виктор Петрович – доктор технических наук, профессор, Одесский национальный политехнический университет, заведующий кафедрой подъемно-транспортного и робототехнического оборудования; тел.: (096) 767-17-17; e-mail: viknatvov@gmail.com.

Yaglinsky Victor Petrovich – doctor of technical Sciences, Professor, Odessa National Polytechnic University, Head of the Department of conveying and robotics equipment; Odessa, Ukraine; tel.: (096) 767-17-17; e-mail: viknatvov@gmail.com.

Гутиря Сергій Семенович – доктор технічних наук, професор, Одеський національний політехнічний університет, директор Українсько-іспанського інституту; тел.: (048) 705-84-92; e-mail: huturia@opu.ua.

Гутьера Сергей Семенович – доктор технических наук, профессор, Одесский национальный политехнический университет, директор Украинско-испанского института; тел.: (048) 705-84-92; e-mail: huturia@opu.ua.

Gutyrya Sergiy Semenovich – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Odessa National Polytechnic University, Director of Ukraine-Spanish Institute; tel.: (048) 705-84-92; e-mail: huturia@opu.ua.

Чанчін Андрій Миколайович – магістр, Одеський національний політехнічний університет, асистент кафедри машинознавства і деталей машин; e-mail: rafail2@rambler.ru.

Чанчин Андрей Николаевич – магістр, Одесский национальный политехнический университет, асистент кафедри машиноведения и деталей машин; e-mail: rafail2@rambler.ru.

Chanchin Andrey Mykolajovych – Master, Odessa National Polytechnic University, Assistant at the Department of Engineering science and machine elements; Odessa, Ukraine; e-mail: rafail2@rambler.ru.

Жеглова Вікторія Михайлівна – кандидат технічних наук, Одеський національний політехнічний університет, доцент кафедри металорізальних верстатів, метрології і сертифікації; e-mail: vheglova@gmail.com.

Жеглова Виктория Михайловна – кандидат технических наук, Одесский национальный политехнический университет, доцент кафедры металлорежущих станков, стандартизации и сертификации; e-mail: vheglova@gmail.com.

Zheglova Victorija Mihailovna – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Odessa National Polytechnic University, Associate Professor at the Department of Machine tools, standardization and certification; Odessa, Ukraine; e-mail: vheglova@gmail.com.