

**Мірослав Бошански** – професор, доктор філософії, професор інституту транспортних технологій та машинобудування, факультет інженерної механіки словацького технологічного університету в Братиславі, Словаччина; e-mail: miroslav.bosansky@stuba.sk

**Мірослав Бошански** – профессор, доктор философии, профессор института транспортных технологий и машиностроения, факультет инженерной механики словацкого технологического университета в Братиславе, Словакия; e-mail: miroslav.bosansky@stuba.sk

**Miroslav Bošanský** – Prof. Ing., Ph. D., professor at The Institute of Transport Technology and Designing, Faculty of Mechanical Engineering Slovak University of Technology in Bratislava, Slovakia; e-mail: miroslav.bosansky@stuba.sk

УДК 621.01:621.913:621.633

**Б. С. ВОРОНЦОВ, А. В. КРИВОШЕЯ, В. Е. МЕЛЬНИК, Т. Е. ТРЕТЬЯК**

### СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАНИЯ И ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГЛОБАЛЬНОЙ СПЛАЙН-ИНТЕРПОЛЯЦИИ

У статті представлені особливості та основні завдання які необхідно вирішувати при теоретичному і технологічному синтезі зубчастих передач. При вирішенні цих завдань доводиться коригувати поверхню зубчастих вінців при призначенні її конструкторської, технологічної та експлуатаційної модифікації і багаторазово вирішувати пряму і обернену задачі формоутворення, а також визначати параметри відносної установки і відносного руху вихідного інструментального тіла. Показано, що існуючі інформаційні технології синтезу зубчастих передач не в повній мірі задовольняють виробництво при наскрізній підтримки на всіх етапах життєвого циклу передач. Запропоновано при чисельному вирішенні питань теоретичного і технологічного синтезу зубчастих передач використовувати сплайн-інтерполяцію сплайновими кривими Безьє 3-го порядку. Наведено приклад інтерполяції чисельно заданих поверхонь зубчастих вінців.

**Ключові слова:** сплайн, зубчасті передачі, інтерполяція, формоутворення.

В статье представлены особенности и основные задачи которые необходимо решать при теоретическом и технологическом синтезе зубчатых передач. При решении этих задач приходится корректировать поверхность зубчатых венцов при назначении ее конструкторской, технологической и эксплуатационной модификации и многократно решать прямую и обратную задачи формообразования, а также определять параметры относительной установки и относительного движения исходного инструментального тела. Показано, что существующие информационные технологии синтеза зубчатых передач не в полной мере удовлетворяют производство при сквозной поддержки на всех этапах жизненного цикла передачи. Предложено при численном решении вопросов теоретического и технологического синтеза зубчатых передач использовать сплайн-интерполяцию сплайновыми кривыми Безье 3-го порядка. Приведен пример интерполяции численно заданных поверхностей зубчатых венцов.

**Ключевые слова:** сплайн, зубчатые передачи, интерполяция, формообразования.

The article presents the features and main tasks that need to be addressed at the theoretical and technological synthesis of gears. When solving these problems, it is necessary to correct the surface of the gear rims when defining its design, technological and operational modification and repeatedly solve the direct and inverse problems of shaping, as well as determine the parameters of the relative setting and the relative motion of the original body of the tool. It is shown that the existing information technologies for the synthesis of gears do not fully satisfy production using end-to-end support at all stages of the transmission life cycle. It was proposed to use the spline interpolation with spline Bezier curves of the third order when solving numerically the problems of theoretical and technological synthesis of gears. An example of interpolation of numerically given surfaces of toothed rims is given.

**Keywords:** spline, gearing, interpolation, shaping.

**Постановка проблеми.** В настоящее время в отечественной промышленности распространяются новые информационные технологии сквозной поддержки сложной наукоемкой продукции на всех этапах ее жизненного цикла, в т.ч. на этапах проектирования и производства [1, 2].

Эти информационные технологии позволяют существенно снизить трудоемкость проектирования и производства сложных механизмов и повысить производительность труда на многих этапах жизненного цикла, как минимум, на 30% [1].

В то же время, эти информационные технологии сквозной поддержки этапов жизненного цикла продукции можно использовать не только для повышения эффективности, производительности и рентабельности процессов хозяйственной деятельности предприятия, но и для совершенствования известных и создания новых механизмов [3].

В данной статье мы представляем особенности совершенствования математических моделей задания, а

также теоретического и технологического формообразования зубчатых передач для информационных технологий поддержки этапов их проектирования и изготовления, как одной из массовых и наиболее сложных вышних кинематических пар.

Многообразие различных классов, типов и видов зубчатых передач, расширение сфер применения и предназначения, необходимость повышения функциональных, эксплуатационных, энергетических, экономических, экологических (шум и вибрации) и массогабаритных показателей требует более совершенных подходов к разработке математических моделей для информационных технологий поддержки этапов их жизненного цикла в том числе этапов проектирования и изготовления, что является актуальной задачей отечественного машиностроения.

**Формулировка цели статьи (постановка задачи).** Целью данной статьи является совершенствование математических моделей задания, а также теоретического и технологического формообразования зубча-

тых передач для информационных технологий поддержки этапов их проектирования и изготовления.

Существующие информационные технологии (Catia, Ingraphics, ProEngineer, PowerSOLUTION, SolidWorks, Sprut, Компас, T-FLEX и др.) используемые на этапах проектирования и производства различных машин и механизмов конечно можно использовать для совершенствования некоторых этапов жизненного цикла зубчатых передач, однако они рассчитаны на широкий класс деталей и не учитывают многие особенности жизненного цикла и синтеза зубчатых передач.

Информационные теоретического и технологического синтеза зубчатых передач значительно ограничены ГОСТами, стандартными методиками расчета, известными классификациями, известными способами теоретического и технологического синтеза, способами обработки, и т.д.

При теоретическом и технологическом синтезе зубчатых передач приходится решать целый комплекс задач:

1. Необходимо спроектировать и изготовить не отдельное зубчатое колесо, а сопряженную пару зубчатых колес, а также группу последовательно работающих зубообрабатывающих инструментов, обрабатывающих каждое зубчатое колесо передачи. Эта задача решается в рамках синтеза технической системы синтеза зубчатых передач [3].

2. В процессе проектирования зубчатой передачи и группы последовательно работающих зубообрабатывающих инструментов необходимо многократно решать прямую и обратную задачи формообразования.

3. В процессе решения прямой и обратной задач формообразования приходится дифференцировать уравнения сложной поверхности зубчатого колеса или исходного формообразующего тела (прототипа инструмента) состоящих из объединенных ("сшитых") отсеков различных поверхностей. Для этого необходимо чтобы поверхность была задана аналитически, например, в параметрическом виде.

4. При аналитическом решении задач прямого и обратного формообразования для разных классов зубчатых передач получаются довольно громоздкие аналитические зависимости, что усложняет создание обобщенных моделей формообразования. Намного проще решать задачи прямого и обратного формообразования численными методами с использованием ПЭВМ. Однако при численном решении задач формообразования получаем точечное описание формообразуемой поверхности и последующее ее дифференцирование невозможно.

5. При оптимальном синтезе зубчатой передачи для повышения эксплуатационных и др. показателей, приходится редактировать геометрию ее базового варианта и оценивать синтезируемую передачу по качественным показателям (коэффициент перекрытия, коэффициент скольжения, коэффициент ускоренного скольжения, приведенный радиус кривизны, коэффициент формы зуба, коэффициент характеризующий размещение полюса зубчатой передачи в зоне двухпарного касания) [4, 5].

6. При изготовлении, сборке и эксплуатации зубчатой передачи зачастую необходимо вносить незначительную (в пределах сотых долей миллиметра) коррекцию в профиль и линию зуба уже спроектированной зубчатой передачи (модифицировать рабочую поверхность зубчатой передачи), а затем повторно решать задачи теоретического и технологического формообразования [6].

7. При изготовлении зубчатой передачи следует учитывать, что поверхность зубьев при обработке фор-

мируется группой последовательно работающих зубообрабатывающих инструментов и припуски, которые задаются на каждую из технологических операций различны не только по величине, но и по форме [6].

8. Следует учитывать наметившуюся тенденцию использования при изготовлении зубчатых колес простых дисковых инструментов и серийных станков с ЧПУ. Однако при этом возникает проблема создания управляющей программы для станка. Главной сложностью при создании этой управляющей программы является описание профиля зубчатого колеса с требуемой точностью [7, 8].

9. При проектировании и изготовлении зубчатых передач со сложными поверхностями зачастую необходимо представление зубчатой передачи и зубообрабатывающих инструментов в виде их виртуальных 3-D моделей на каждом из этапов их теоретического и технологического формообразования. Для этого поверхности зубчатых передач на каждом из этапов должны быть описаны аналитически. Это, например, позволит использовать технологию рапид-прототайпинг для выраживания твердотельных моделей или функциональных образцов зубчатых передач и зуборезных инструменты любой сложности [9].

Следовательно, для создания и решения обобщающих моделей формообразования зубчатых передач более эффективным является численный метод, а для построения 3-D моделей – аналитический. Необходимо предложить компромиссный вариант. Приведенные выше особенности, анализ литературных источников и существующих пакетов прикладных программ позволил установить, что для математического описания поверхности зубчатых венцов и решения вопросов их теоретического и технологического формообразования компромиссным является метод который позволяет на необходимых этапах жизненного цикла зубчатой передачи представить точно заданные отсеки поверхностей зубчатых передач и исходных производящих тел (прототипов зубообрабатывающих инструментов) в аналитическом виде [10, 11]. Наиболее рационально для этого использовать интерполяционные многочлены и, в частности, использование сплайн-интерполяцию [11].

Сплайн-интерполяция используется для представления точно заданных отрезков отрезками полиномов невысокой степени — чаще всего третьей. При этом кубическая интерполяция обеспечивает непрерывность первой и второй производных в узловых точках. Из этого вытекают следующие свойства кубической сплайн-интерполяции:

- график кусочно-полиномиальной аппроксимирующей функции проходит точно через узловые точки;
- в узловых точках нет разрывов и резких перегибов функции;
- благодаря низкой степени полиномов погрешность между узловыми точками обычно достаточно мала;
- связь между числом узловых точек и степенью полинома отсутствует.

В настоящее время сплайны являются весьма популярным аппаратом приближения точно заданных линий и поверхностей ("туман точек").

Несмотря на недостаток этого метода интерполяции (сложность и большой объем вычислений), он имеет ряд следующих достоинств:

- график построенной функции проходит через каждую точку массива, степень многочлена не зависит от числа узлов сетки и, следовательно, не изменяется при его увеличении;

– построенная функция имеет непрерывные производные первого и второго порядка и обладает хорошими аппроксимирующими свойствами;

– сплайн является методом аппроксимированного описания сложной криволинейной траектории.

Задача сплайновой интерполяции состоит из двух подзадач: расчет коэффициентов сплайна и расчет значений функции сплайна в отдельных его точках. Использование сплайн-интерполяции позволяет значительно упростить математические модели, при решении, вопросов задания, формообразования, коррекции и модификации рабочих поверхностей зубчатых передач, проектирования зуборезных инструментов для каждого зубчатого колеса передачи, программировать траекторию относительного движения при обработке зубчатых колес на станках с ЧПУ обычными дисковыми инструментами.

Использование обобщающих кинематических схем и математических моделей формообразования, а также глобальной сплайн-интерполяции позволяет совершенствовать известные и разрабатывать новые геометро-кинематические схемы зубчатых передач и способы обработки назначать величину и форму припуска на последовательных операциях технологического формообразования проектировать группу последовательно работающих зубообрабатывающих инструментов. Использовать для обработки зубчатых передач универсальные станки с ЧПУ [7].

При синтезе зубчатой передачи в большинстве случаев основное внимание уделяется исследованию и проектированию активного участка производящего контура для формообразования профиля зубчатых колес без профиля переходной поверхности и поверхности впадин зубьев зубчатых колес. Кривые, описывающие головку и ножку исходного производящего контура, не исследуются и просто стыкуются по касательной к кривой, описывающей рабочий участок исходного производящего контура (рис. 1.) [8, 12].

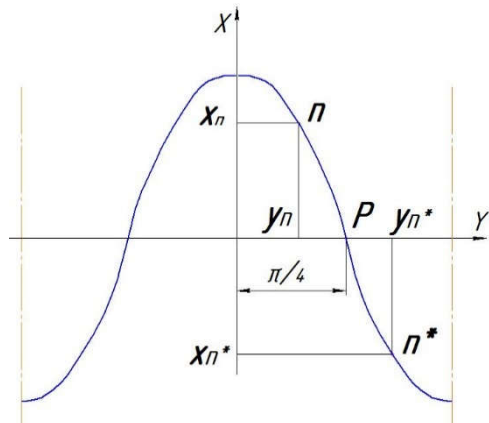


Рис. 1 – Полный исходный производящий профиль, состыкованный по касательной

На рис. 2 показан симметричный профиль исходного производящего дискового контура, полупрофиль которого состоит из трех кривых, заданных сплайновыми кривыми Безье 3-го порядка [2]. Как видно из рисунка, вспомогательные кривые представляют результат интерполяции дуг окружностей, касательных к кривой, описывающей активный участок профиля.

В работе [13] анализируются контактные линии в паре инструмент–деталь при формообразовании (рис. 3) исходным производящим контуром в котором профиль поверхности вершин и профиль впадин описаны

окружностью. Поверхность зуба гиперболоидного колеса (рис. 4), полученного производящей поверхностью с таким исходным производящим контуром.

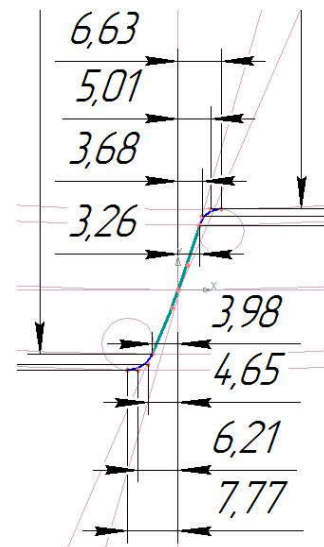


Рис. 2 – Комбинированная кривая полного профиля, интерполированная сплайном Безье

Как видно из рис. 3, контактные линии в месте стыковки кривых резко меняют свое направление, хотя поверхность зуба (рис. 4) получается гладкой. Такое резкое изменение направления контактных линий может негативно отразиться на процессе механической обработки, качестве получаемого изделия, стойкость инструмента.



Рис. 3 – Контактные линии

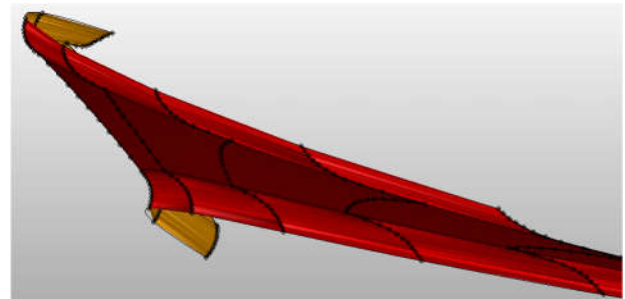


Рис. 4 – Поверхность зуба гиперболоидного колеса

Если задать профиль вершин и впадин, а также профиль активного профиля исходного производящего тела в виде точечной диаграммы, а затем интерполиро-

вать кубическими сплайнами Безье и в точках стыковки обеспечить равенство первой и второй производной мы получим "сшитый" и гладкий полный профиль поверхности исходного производящего тела.

Покажем, как могут меняться качественные характеристики пары инструмент-деталь при задании полного профиля исходного производящего контура кривыми Безье.

В данных исследованиях кривые, описывающие активный участок профиля (участок профиля который фоמוобразует профиль глобоидного зубчатого колеса) и участки профиля исходного производящего контура описаны кривыми Безье 3-го порядка:

$$\bar{r} = (1-\lambda)^3 P_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda P_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 P_2 + \lambda^3 P_3,$$

или в параметрическом виде:

$$x(\lambda, P_x) = (1-\lambda)^3 x_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda x_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 x_2 + \lambda^3 x_3;$$

$$y(\lambda, P_y) = (1-\lambda)^3 y_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda y_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 y_2 + \lambda^3 y_3,$$

где  $P_x = (x_0, x_1, x_2, x_3)$ ,  $P_y = (y_0, y_1, y_2, y_3)$  – радиус-векторы координат опорных  $P_0, P_3$  и управляющих  $P_1, P_2$  точек;

$\lambda = 0 \dots 1$  – текущий параметр, определяющий точку на кривой.

Обозначим начальную кривую через  $\bar{r}_n$ , а конечную –  $\bar{r}_k$ . Стыковка будет происходить в опорной точке  $P_{3n}$  начальной кривой при  $\lambda_n = 1$  и в опорной точке  $P_{0k}$  конечной кривой при  $\lambda_k = 0$ . Соответственно координаты этой опорной точки должны быть равны:

$$x_{3n} = x_{0k}; \quad y_{3n} = y_{0k}. \quad (1)$$

Для того, чтобы кривые стыковались по касательной, необходимо, чтобы первые производные кривых в этой точке были равны.

Первые производные функций  $x(\lambda, P_x)$  и  $y(\lambda, P_y)$  по  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} x'(\lambda, P_x) &= 3(-x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3)\lambda^2 + \\ &+ 6(x_0 - 2x_1 + x_2)\lambda + 3(x_1 - x_0); \\ y'(\lambda, P_y) &= 3(-y_0 + 3y_1 - 3y_2 + y_3)\lambda^2 + \\ &+ 6(y_0 - 2y_1 + y_2)\lambda + 3(y_1 - y_0). \end{aligned}$$

Первые производные начальной кривой при  $\lambda_n = 1$  равны:

$$x'_n(1, P_{xn}) = -3x_{2n} + 3x_{3n}; \quad y'_n(1, P_{yn}) = -3y_{2n} + 3y_{3n}.$$

Первые производные конечной кривой при  $\lambda_k = 0$  равны:

$$x'_k(0, P_{xk}) = -3x_{0k} + 3x_{1k}; \quad y'_k(0, P_{yk}) = -3y_{0k} + 3y_{1k}.$$

Таким образом, для стыковки по касательной должны выполняться равенства координат первых производных в точке стыковки:

$$-x_{2n} + x_{3n} = -x_{0k} + x_{1k}; \quad (2) \quad -y_{2n} + y_{3n} = -y_{0k} + y_{1k}. \quad (3)$$

На рис. 5 показано, что если мы учитываем только равенство первых производных, то в точке сопряжения происходит скачек кривизны кривых, что приводит к резкому изменению направления контактных линий и может отрицательно сказаться на стойкости инструмента.

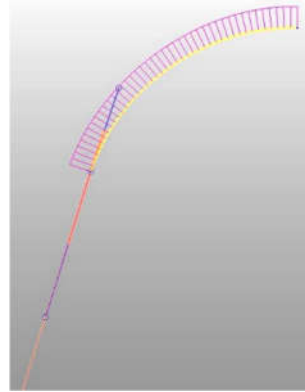


Рис. 5 – Скачек кривизны в точке стыка объединенных кривых главного профиля и профиля поверхности впадин.

Для того чтобы уменьшить это негативное последствие, необходимо уравнивать значение кривизн кривых в точке их объединения.

Для плоской кривой кривизна определяется по формуле:

$$K(\lambda, P_x, P_y) = \frac{y''(\lambda, P_y) \cdot x'(\lambda, P_x)}{\left[ (x'(\lambda, P_x))^2 + (y'(\lambda, P_y))^2 \right]^{3/2}} - \frac{x''(\lambda, P_x) \cdot y'(\lambda, P_y)}{\left[ (x'(\lambda, P_x))^2 + (y'(\lambda, P_y))^2 \right]^{3/2}}.$$

Вторые производные кривой Безье 3-го порядка равны:

$$\begin{aligned} x''(\lambda, P_x) &= 6(-x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3)\lambda + 6(x_0 - 2x_1 + x_2); \\ y''(\lambda, P_y) &= 6(-y_0 + 3y_1 - 3y_2 + y_3)\lambda + 6(y_0 - 2y_1 + y_2). \end{aligned}$$

Вторые производные начальной кривой при  $\lambda_n = 1$  равны:

$$\begin{aligned} x''_n(1, P_{xn}) &= 6x_{1n} - 12x_{2n} + 6x_{3n}; \\ y''_n(1, P_{yn}) &= 6y_{1n} - 12y_{2n} + 6y_{3n}. \end{aligned}$$

Вторые производные конечной кривой при  $\lambda_k = 0$  равны:

$$\begin{aligned} x''_k(0, P_{xk}) &= 6x_{0k} - 12x_{1k} + 6x_{2k}; \\ y''_k(0, P_{yk}) &= 6y_{0k} - 12y_{1k} + 6y_{2k}. \end{aligned}$$

После подстановки и преобразований кривизна начальной кривой в точке стыковки равна:

$$\begin{aligned} K_n(1, P_{xn}, P_{yn}) &= \frac{2 \cdot [x_{1n} \cdot (y_{2n} - y_{3n}) + x_{2n} \cdot (y_{3n} - y_{1n})]}{3 \cdot [(x_{3n} - x_{2n})^2 + (y_{3n} - y_{2n})^2]^{3/2}} + \\ &+ \frac{2 \cdot x_{3n} \cdot (y_{1n} - y_{2n})}{3 \cdot [(x_{3n} - x_{2n})^2 + (y_{3n} - y_{2n})^2]^{3/2}}. \end{aligned}$$

Кривизна конечной кривой:

$$\begin{aligned} K_k(0, P_{xk}, P_{yk}) &= \frac{2 \cdot [x_{0k} \cdot (y_{1k} - y_{2k}) + x_{1k} \cdot (y_{2k} - y_{0k})]}{3 \cdot [(x_{1k} - x_{0k})^2 + (y_{1k} - y_{0k})^2]^{3/2}} + \\ &+ \frac{2 \cdot x_{2k} \cdot (y_{0k} - y_{1k})}{3 \cdot [(x_{1k} - x_{0k})^2 + (y_{1k} - y_{0k})^2]^{3/2}}. \end{aligned}$$

В том случае, если будут выполняться условия равенств (1), (2), (3) и кривизны в точке стыковки начальной и конечной кривой будут равны:

$$K_n(1, P_{xn}, P_{yn}) = K_k(0, P_{xk}, P_{yk}).$$

Тем самым удастся сгладить переход от кривой, описывающей рабочий участок исходного профиля производящей поверхности к кривой, описывающей поверхность его вершин (рис. 6).

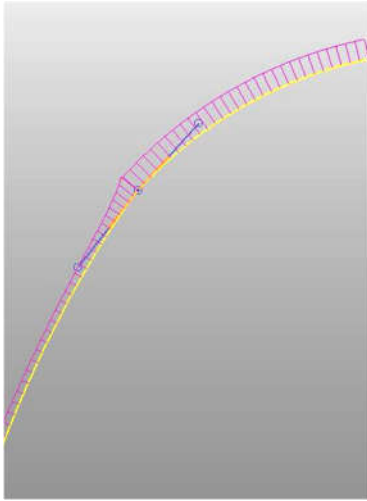


Рис. 6 – Уравнивание кривизн на стыке двух участков профиля

#### Выводы и программа дальнейших исследований:

1. Установлено, что сплайн интерполяция поверхностей зубчатых передач кривыми Безье 3-го порядка является универсальным методом интерполяции сложных поверхностей зубчатых передач разных классов и может служить математическим аппаратом для описания поверхностей зубчатых передач и зуборезных инструментов состоящих их объединенных отсеков разных поверхностей.

2. Доказано, что при интерполяции полного профиля исходного производящего контура сплайнами Безье в точках объединения можно обеспечить равенство первой и второй производной, что улучшить качественные показатели зацепления инструмент-деталь.

3. В дальнейшем необходимо показать как с помощью управления формой сплайнов Безье аппроксимирующих полный профиль зубчатых передач или исходных производящих тел на разных этапах теоретического и технологического синтеза можно задавать модификацию поверхностей зубчатых передач, а также задавать величину и форму припуска на последовательных операциях изготовления зубчатых передач.

#### Список литературы:

1. Медведев Ф. В., Нагаев И. В. Автоматизированное проектирование и производство деталей сложной геометрии на базе программного комплекса PowerSolution: Учеб. пособие / Под общ. ред. А. Г. Громашева. – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2005 – 167 с.
2. Тернюк Н. Э., Дудукалов Ю. В., Федченко В. В., Гладка Н. Н. Системно-процессное моделирование технических систем в calst-технологиях // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2011. – № 49. – С. 124–133.
3. Кривошея А. В., Сторчак М. Г., Данильченко Ю. М., Тернюк Н. Э., Воронцов Б. С., Устиненко А. В. Разработка концепции, структуры и принципов создания и функционирования новой технической системы синтеза зубчатых передач // Вісник НТУ "ХПИ". Зб. наук. праць. Тем. вип. "Проблеми механічного привода". – Харків : НТУ"ХПИ". – 2015. – № 34 – С.64–74.
4. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. Под ред. И. А. Болотовского. – М. : Машиностроение, 1986. – 448 с.

5. Воронцов Б. С. Интерактивное управление синтезом зубчатых передач // Вісник НТУ "ХПИ": Сборник научных трудов. Тем.вип. "Проблеми механічного привода". – Харків : НТУ "ХПИ", 2005. – № 40. – С.182–187.
6. Сухоруков Ю. Н. Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колес. – Киев : Техника, 1992. – 197 с.
7. Данильченко Ю. М., Кривошея А. В., Пастернак С. І., Короткий Є. В. Кінематика формоутворення циліндричних зубчастих коліс з заданим профілем дисківим інструментом // Вісник НТУУ "КПІ". – Київ, 2005. – № 46. – С. 104–108.
8. Сердюк А. А., Лещенко Г. А. Повышение производительности обработки зубчатых колес на станках с ЧПУ // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – № 2 (33). – 2014. – С. 89–93.
9. Кривошея А. В., Сторчак М. Г. и др. Изготовление моделей и функциональных опытных образцов алмазных зубообрабатывающих инструментов с использованием метода ускоренного лазерного прототипирования // Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. – Харків : НТУ "ХПИ", 2007. – Вып. 73. – С.124–135.
10. Журавлев Г. А. О развитии формы профиля зубьев зубчатых колес // Сб. Теория реальных передач зацеплением: Информационные материалы 6 Международного симпозиума. 4.2. Проблемы оценки и повышения работоспособности реальных передач зацеплением. 30 сентября – 2 октября 1997 г. – Курган : Изд-во Курганского гос. ун-та, 1997. – С. 53–56.
11. Панкратов Ю. М. САПР режущих инструментов: Учебное пособие. – СПб. : Изд-во "Лань", 2013. – 336 с.:ил. – (Учебники для вузов. Специальная литература).
12. Воронцов Б. С. Допоміжні ділянки вихідного контуру зубчастих коліс / Б. С. Воронцов, І. А. Бочарова // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків : ХДУХТ, 2005. – Вип. 13. – С. 179–185.
13. Витренко В. А. Поверхностное моделирование гиперболических инструментов в системе PowerSHAPE / В. А. Витренко, Б. С. Воронцов, С. Г. Кириченко // Вісник Національного Технічного університету "ХПИ": зб. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного привода". – Харків : НТУ "ХПИ", 2011. – № 29. – С. 30–35.

#### References (transliterated)

1. Medvedev F V, Nagaev I. V. *Avtomatizirovannoe proektirovanie i proizvodstvo detalej slozhnoy geometrii na baze programmnoy kompleksa PowerSolution* [Automated design and production of parts of complex geometry based on the PowerSolution software package]. Irkutsk, Publishing House of IrSTU, 2005, 167 p.
2. Terniuk N. E., Dudukalov Yu. V., Fedchenko V. V., Gladka N. N. *Sistemno-processnoe modelirovanie tekhnicheskikh sistem v calst-tekhnologiyah* [System-process modeling of technical systems in calst-technologies]. *Open information and computer integrated technologies*, 2011, no. 49, pp. 124–133.
3. Krivosheya A. V., Storchak M. G., Danilchenko Yu. M., Terniuk N. E., Vorontsov B. S., Ustinenko A. V. *Razrabotka koncepcii, struktury i principov sozdaniya i funkcionirovaniya novoy tekhnicheskoy sistemy sinteza zubchatykh peredach* [Development of the concept, structure and principles of the creation and operation of a new technical system for the synthesis of gears]. *Visnik Nacional'nogo Politehnichnogo Institutu "Harkivsk'ij Politehnichnij Institut": zbirnik naukovih prac': tematichnij випуск "Problemi mehanichnogo privodu"* [Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2015, no. 34, pp. 64–74.
4. *Spravochnik po geometricheskomu raschetu ehvol'ventnykh zubchatykh i chervyachnykh peredach* [Handbook on the geometric calculation of involute gear and worm gears]. Ed. I. A. Bolotovskiy, Moscow, Machine Building, 1986, 448 p.
5. Vorontsov B. S. *Interaktivnoe upravlenie sintezom zubchatykh peredach [Interactive control of the synthesis of gears]. Visnik Nacional'nogo Politehnichnogo Institutu "Harkivsk'ij Politehnichnij Institut": zbirnik naukovih prac': tematichnij випуск "Problemi mehanichnogo privodu"* [Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2005, no. 40, pp. 182–187.
6. Sukhorukov Yu. N. *Modifikaciya ehvol'ventnykh cilindricheskikh zubchatykh kolos* [Modification of involute cylindrical gears]. Kiev, Engineerin, 1992, 197 p.
7. Danilchenko Yu. M., Krivosheya A. V., Pasternak S. I., Short C. V. *Kinematika formoutvorenniya cilindrichnih zubchatih kolis z zadanim profilem diskovim instrumentom* [Kinematics formation of cylindrical tooth wheels with required profile by the disk tool]. *Bulletin of NTUU "KPI"*, Kiev, no. 46, 2005, pp. 104–108.
8. Serdyuk A. A., Leshchenko G. A. *Povyshenie proizvoditel'nosti obrabotki zubchatykh kolyosna stankah s CHPU* [Increase in the productivity of machining of tooth wheels with CNC] *Visnik Donbas'koi derzhavnoi mashinobudivnoyi akademii* [News of Donbass State Power Machines and Academy], no. 2 (33), 2014, pp. 89–93.
9. Krivosheya A. V., Storchak M. G. *Izgotovlenie modelej i funkcionálnykh opytnykh obrazcov almaznykh zubobrabatyvayushchih instrumentov s ispol'zovaniem metoda uskorennoho lazernogo prototipirovaniya* [Manufacture of models and functional prototypes of diamond gear-



- processing tools using the accelerated laser prototyping method]. *Rezanie i instrument v tekhnologicheskikh sistemah* [Cutting and the tool in technological systems]. Intern. Scientific-techn. Sat. Kharkov, NTU "KhPI", 2007, no.73, pp.124–135.
10. Zhuravlev G. A. O razvitiy formy profilya zub'ev zubchatykh koles [On the development of the shape of the profile of the teeth of tooth wheels]. *Sat. The theory of real gear gearing: Information materials of the 6th International Symposium. 4.2. The problem of assessing and improving the operability of real gear gears. 30 September – 2 October 1997*. Kurgan, From the Kurgan state. University, 1997, pp. 53–56.
11. Pankratov Yu. M. *SAPR rezhushchih instrumentov: Uchebnoe posobie* [CAD of cutting tools: Training aid]. SPb., Publishing House "Lan", 2013. 336 p.
12. Vorontsov B. S., Bocharova B. S. Dopomizhni dilyanki vihdnogo konturu zubchastih kolis [Auxiliary areas of the outermost contour of toothed wheels]. *Geometrical and computer simulation*, Kharkiv, KhDUHT, 2005, no.13n, pp. 179–185.
13. Vitrenko V. A., Vorontsov B. S., Kirichenko S. G. Poverhnostnoe modelirovanie giperboloidnykh instrumentov v sisteme PowerSHAPE [Surface modeling of hyperboloid tools in the PowerSHAPE system]. // *Visnik Nacional'nogo Politehnichnogo Institutu "Harkiv's'kij Politehnichnij Institut": zbirnik naukovih prac': tematicnij vipusk "Problemi mehanichnogo privodu"* [Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2011, no. 29, pp. 30–35.

Поступила (received) 20.06.2017

*Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions*

**Удосконалення математичних моделей завдання і теоретичного формоутворення зубчастих передач з використанням глобальної сплайн-інтерполяції / Б. С. Воронцов, А. В. Кривошея, В. Є. Мельник, Т. Є. Третяк // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – X. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 19–24. – Бібліогр.: 13 назв. – ISSN 2079-0791.**

**Совершенствование математических моделей задания и теоретического формообразования зубчатых передач с использованием глобальной сплайн-интерполяции / Б. С. Воронцов, А. В. Кривошея, В. Е. Мельник, Т. Е. Третяк // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – X. : НТУ "ХПІ", 2017. – № 25 (1247). – С. 19–24. – Библиогр.: 13 назв. – ISSN 2079-0791.**

**Perfection of mathematical models of the task and theoretical shaping of gears using global spline interpolation / B. S. Vorontsov, A. V. Krivosheya, V. E. Melnik, T. E. Tretyak // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Problem of mechanical drive. – Kharkiv : NTU "KhPI", 2017. – No. 25 (1247). – P. 19–24. – Bibliogr.: 13. – ISSN 2079-0791.**

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Воронцов Борис Сергійович** – кандидат технічних наук, доцент, НТУ України "КПІ", старший науковий співробітник кафедри "Інтегровані технології машинобудування", м. Київ; тел.: (095) 310-26-05; e-mail: vorontsov@gmail.com.

**Воронцов Борис Сергеевич** – кандидат технических наук, доцент, НТУ Украины "КПИ", старший научный сотрудник кафедры "Интегрированные технологии машиностроения", г. Киев; тел.: (095) 310-26-05; e-mail: vorontsov@gmail.com.

**Vorontsov Boris Sergeevich** – candidate of technical sciences, associate professor, senior researcher of the Department of Integrated Technologies of Machine Building NTU of Ukraine "KPI", Kyiv; tel.: (095) 310-26-05; e-mail: vorontsov@gmail.com.

**Кривошея Анатолій Васильович** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, ІНМ НАН України, старший науковий співробітник відділу "Формування прецизійних елементів складнопрофільних виробів", м. Київ; тел.: (044) 467-58-22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net.

**Кривошея Анатолий Васильевич** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, ИСМ НАН Украины, старший научный сотрудник отдела "Формирование прецизионных элементов сложнопрофильных изделий", г. Киев; тел.: (044) 467 58 22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net.

**Krivosheya Anatoly Vasilievich** – candidate of technical sciences, senior researcher, ISM NAS of Ukraine, senior researcher of the department "Formation of precision elements of composite products", Kiev; tel.: (044) 467 58 22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net.

**Мельник Володимир Євгенійович** – кандидат технічних наук, ІНМ НАН України, старший науковий співробітник відділу "Формування прецизійних елементів складнопрофільних виробів", м. Київ; тел.: (044) 467-58-22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net.

**Мельник Владимир Евгеньевич** – кандидат технических наук, ИСМ НАН Украины, старший научный сотрудник отдела "Формирование прецизионных элементов сложнопрофильных изделий", г. Киев; тел.: (044) 467-58-22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net.

**Melnik Vladimir Evgenievich** – candidate of technical sciences, ISM NAS of Ukraine, senior researcher of the department "Formation of precision elements of composite products", Kiev; tel.: (044) 467-58-22; e-mail: krivosheyatolja@ukr.net.

**Третяк Тетяна Євгенівна** – Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", старший викладач кафедри інтегрованих технологій машинобудування ім. М. Ф. Семка, м. Харків; тел.: (050) 268-61-64; e-mail: mir@soliy.com.ua.

**Третяк Татьяна Евгеньевна** – Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", старший преподаватель кафедры интегрированных технологий машиностроения им. М. Ф. Семко, г. Харьков; тел.: (050) 268-61-64; e-mail: mir@soliy.com.ua.

**Tretyak Tatyana Evgen'evna** – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Senior Lecturer at the Department of Integrated technologies of machine building named after M. F. Semko, Kharkiv; tel.: (050) 268-61-64; e-mail: mir@soliy.com.ua.