

В. И. АЗАРЕНКОВ, И. М. МАЙКО

ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИИ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ АППАРАТУРЫ НА НАЧАЛО РЕГУЛЯРНОГО ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА

Проблема анализа температурных полей элементов конструкций радиоэлектронной аппаратуры является основной для обеспечения эксплуатационной надежности последних. В работе изложены результаты разработки методов расчёта температурных полей проектируемых и действующих изделий, основанные на аналитическом решении уравнения теплопроводности для основных форм конструкций. Предложено общее выражение решения уравнения теплопроводности для анизотропных тел с объёмным, плоским, линейным или точечным источниками тепла. Изложен метод оценки начала регулярного теплового режима в теле произвольной конфигурации с внутренними источниками энергии. Приведены расчетные зависимости решения уравнения теплопроводности при граничных условиях III рода. Дана оценка результатов расчетов по полученным графическим данным путем сравнения их с результатами расчетов по аналитическим зависимостям и с экспериментальными данными о влиянии конструкции радиоэлектронной аппаратуры на начало регулярного теплового режима. Показано, что результаты исследования могут быть распространены и на решение уравнения теплопроводности анизотропного тела с внутренними источниками энергии.

Ключевые слова: математическая модель, тепловая модель, тепловое поле, температурное поле, радиоэлектронная аппаратура, тепловой режим, регулярный тепловой режим.

Актуальность. Экспериментальные и теоретические исследования нестационарных температурных полей радиоэлектронных аппаратов (РЭА) [1-10] допускают возможность применения теории регулярного теплового режима для разработки инженерных методов расчета нестационарного температурного режима различных конструкций РЭА. Простота используемых методов осложняется трудностью вычисления времени начала регуляризации – τ_p . Пренебрежение численным значением этой переменной (т. е. предположение значения $\tau_p = 0$) может привести к серьезным ошибкам в расчетах [3, 4, 10, 11].

Постановка задачи. Оценить связь времени начала регуляризации теплового режима конструкции с размещением источников теплоты, оценив τ_p для различных практических случаев.

Методы исследования. Теоретически оценка времени τ_p связана с исследованием скорости сходимости ряда, представляющего общее решение уравнения теплопроводности анизотропного тела формы параллелепипеда с объёмным внутренним источником энергии W аналогичной формы, при нулевых начальных и граничных условиях III рода, полученное впервые [12]:

$$\vartheta(x, y, z, \tau) = \sum_{a_x=1}^{\infty} \sum_{a_y=1}^{\infty} \sum_{a_z=1}^{\infty} \frac{64WT_{a_i}(\tau)}{\sum_{i=x,y,z} \left(\frac{\mu_{a_i}}{L_i}\right)^2 \lambda_i + q} \times \prod_{i=x,y,z} \frac{\sin \mu_{a_i} \frac{p_i}{L_i} \cos \mu_{a_i} \left(\frac{i}{L_i} - \frac{1}{m_i}\right) \cos \left(\frac{r_i}{L_i} - \frac{1}{m_i}\right)}{\mu_{a_i} + \sin \mu_{a_i} \cos \mu_{a_i} \left(1 - \frac{2}{m_i}\right)}, \quad (1)$$

где $\vartheta(x, y, z, \tau)$ – перегрев, °C ($\vartheta = t - t_c$);
 t – искомая температура теплового поля в интересующей точке конструкции, °C;
 t_c – температура окружающей среды, °C;
 W – удельная мощность рассеивания источника энергии, Вт/м³;

τ – время, с.

$T_{a_i}(\tau)$ – функция разогрева источника (при стационарном температурном режиме работы $\tau \rightarrow \infty$ и $T_{a_i}(\tau) = 1$):

$$T_{a_i}(\tau) = 1 - \exp \left\{ -\frac{\tau}{C\gamma} \left[\sum_{j=x,y,z} \left(\frac{\mu_{a_j}}{L_j}\right)^2 \lambda_j + q \right] \right\};$$

q – коэффициент температурной зависимости источников тепла;

μ_i – корни характеристического уравнения

$$\text{ctg} \mu_i = \frac{\mu_i^2 - \text{Bi}_{1i} \text{Bi}_{2i}}{\mu_i (\text{Bi}_{1i} + \text{Bi}_{2i})}; \quad (2)$$

$\text{Bi}_i = \frac{k_i}{\lambda_i} L_i$ – критерий Био;

$\text{Bi}_{1i}, \text{Bi}_{2i}$ – критерии Био на противоположных гранях параллелепипеда вдоль i -й координаты;
 k_i – суммарный коэфф. теплообмена, Вт м² °C⁻¹;
 λ_i – коэфф. теплопроводности, Вт м⁻¹ °C⁻¹;
 L_i – соответствующий координате i размер параллелепипеда, м;

$i = x, y, z$ – координаты.

Решение получено путём замены независимых переменных, классических преобразований координат и функции температуры с использованием метода разделения переменных. Если таких источников много (например, N) и они температурнезависимы ($q = 0$), то по принципу суперпозиции полей [12] можно записать

$$\vartheta(x, y, z) = \sum_{j=1}^N \vartheta_j(x, y, z), \quad (3)$$

где $\vartheta_j(x, y, z)$ рассчитывается по (1).

Для температурозависимых источников тепла (на практике весьма редкий для радиоэлектроники случай, так как обычно по определению мощность эле-

ментов-источников не должна зависеть от температуры, или зависимость выражена очень слабо) можно также вычислить параметры температурного поля в нагретой зоне, применяя методы последовательных приближений и суперпозиции полей одновременно.

Решение уравнения теплопроводности (1) [12] допускает преобразование итогового результата и позволяет получить более общую запись выражения для расчета температурного поля параллелепипеда с объёмным, плоским, линейным или точечным источниками тепла. Для удобства и краткости записи в дальнейшем обозначим символом надчеркивания любую переменную, нормированную относительно значения L , например: $\frac{\mu_i}{L} = \bar{\mu}_i$. Для сокращения изложения из общего решения (1) выделим только те множители, которые будут в результате преобразования изменяться. Раскрывая неопределенности с помощью свойства первого замечательного предела и подставляя полученный результат в (1), получим общее аналитическое выражение решения уравнения теплопроводности параллелепипеда с объёмным, плоским (один из габаритных размеров источника стремится к нулю), линейным (два из габаритных размеров источника стремятся к нулю) или точечным источниками тепла (все габаритные размеры источника стремятся к нулю):

$$\vartheta(x, y, z) = \sum_{a_x=1}^{\infty} \sum_{a_y=1}^{\infty} \sum_{a_z=1}^{\infty} P G_{a_{x,y,z}} T_{a_{x,y,z}}(\tau) \prod_{i=x,y,z} M_{a_i},$$

где

$$T_{a_{x,y,z}}(\tau) = 1 - \exp(-c^{-1} \gamma^{-1} G_{a_{x,y,z}}^{-1} \tau), \quad G_{a_{x,y,z}} = \frac{1}{\sum_{i=x,y,z} R_{a_i}},$$

$$M_{a_i} = \frac{d_i \mu_{a_i}^{n_1} \sin^{n_2} 0,5 \mu_{a_i} \bar{p}_i}{\bar{p}_i^{n_2} l_i^{n_3} [\mu_{a_i} + \sin \mu_{a_i} \cos \mu_{a_i} (1 - 2b_{a_i})]^{n_3}} \times$$

$$\times [\cos \mu_{a_i} (\bar{r}_i - b_{a_i}) \cos \mu_{a_i} (\bar{i} - b_{a_i})]^{n_3};$$

d_i, n_1, n_2, n_3, n_4 , и R_{a_i} – значения параметров приведены в табл. 1;

b – определяется из преобразованного характеристического уравнения (2) [12]

$$b_i = \frac{1}{\mu_i} \operatorname{arccotg} \frac{\mu_i}{Bi_{li}};$$

p_i – размер источника тепла, м.

Таким образом, мы получили математическую модель, позволяющую анализировать температурные поля различных элементов конструкций формы параллелепипеда с источниками тепла, в частности РЭА.

Таблица 1 – Значения коэффициентов $d_i, n_1, n_2, n_3, n_4, R_{a_i}$

Параметры	$Bi_{li} > 0$		$Bi_{li} = 0$
	$p_i > 0$	$p_i = 0$	
d_i	4	2	1
n_1	0	1	0
n_2	1	0	0
n_3	1	1	0
n_4	0	1	1
R_{a_i}	$(\bar{\mu}_{a_i})^2 \lambda_i$	$(\bar{\mu}_{a_i})^2 \lambda_i$	$\bar{k}_{li} b_{a_i}^{-1} l^{-1}$

Допущения, сделанные при поиске решения уравнения теплопроводности, являются стандартными, правомерность которых неоднократно описана и доказана различными исследователями. Использование вычислительной техники при расчётах, на первый взгляд, снимает вопрос сложности вычислений суммы бесконечного ряда. Справедливости ради отметим, что сходимость подобной суммы неоднократно доказана в исследовательской литературе, а использование для анализа только первого члена ряда, в случае быстрой сходимости последнего, дает в руки конструкторов инструмент для экспресс-анализа достаточной точности для принятия проектировочных решений по конструкции.

Но существует проблема иного рода: как определить скорость сходимости полученного решения? Другими словами, когда можно с допустимой погрешностью для итогов анализа температур-

ного поля воспользоваться первым членом полученной суммы бесконечного ряда, или как определить с количеством подлежащих учету членов ряда и оценкой остатка (точности)? Анализ литературы показал, что вопрос сходимости временных рядов при малых значениях времени остро обсуждается среди исследователей и пока не нашел простого разрешения.

В нашем случае можно утверждать, что использование современных ЭВМ позволяет преодолеть эти недостатки, а полученное выражение решения уравнения легко позволяет алгоритмизировать процесс вычислений. Причем, необходимое количество членов ряда может определяться программой «самостоятельно» в процессе вычислений до заданной точности.

Существует другой выход из создавшегося положения при малых значениях времени: иная форма записи аналитического решения той же краевой задачи теплопроводности, например, использование свойств тета-функции Якоби [13]:

$$\vartheta(x, \tau) = 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} e^{-k^2 \pi^2 \tau} \cos(2k\pi x) = \frac{1}{\sqrt{\pi\tau}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-k)^2}{4\tau}}$$

Первый ряд быстро сходится при больших значениях времени τ , второй – при малых. Остается только свести полученное решение к виду обеих форм записи и пользоваться при расчетах в соответствии со значением параметра τ . Даже в нашем, в общем-то, простом случае, это может оказаться нелегко и породить ещё одну проблему преобразований исходного выражения.

Нам представляется заманчивым вместо разрешения этих трудоёмких вопросов использовать третий путь к решению нашей задачи: возможность применения теории регулярного режима для определения момента времени, начиная с которого температура в любой точке тела будет определяться, по существу, первым членом ряда. Это является весьма важным для разработки инженерных методов анализа температурных полей различных конструкций. Остается при этом решить вопрос вычисления самого времени начала регуляризации (τ_p) теплового режима конструкции. Задача тоже не из простых.

Решение. Для простоты и наглядности объяснения вопроса рассмотрим сначала общее решение уравнения теплопроводности тела с внутренними источниками энергии W , при граничных условиях III рода с постоянными коэффициентами и постоянной температурой окружающей среды t_c , [3, 8–10, 14]:

$$\varepsilon = \sum_{j=0}^{\infty} NA_j^* U_j e^{-M_j F_{\text{о,сп}}}; \quad (4)$$

где $A_j^*(\Phi, Bi_o, \vartheta_{\text{ст}}, \vartheta_0)$ – безразмерные коэффициенты;

N – постоянный нормирующий множитель, °C;

$U_j(\Phi, Bi_o, \frac{r}{L})$ – собственные функции задачи;

$M_j(\Phi, Bi_o) = \frac{m_j}{m_\infty}$ – обобщенные критерии

тепловой инерции;

Φ – параметр, характеризующий форму тела;

$F_{\text{о,сп}} = \frac{a\tau}{K}$ – обобщенный критерий Фурье;

$\varepsilon = \vartheta_{\text{ст}} - \vartheta$ – разностная температура, °C;

m_j – положительные числа (c^{-1}), связанные условием $0 < m_0 < m_1 < \dots$;

$m_\infty = \frac{a}{K}$ – предельное значение $m_0 (j=0)$ при

$Bi_o = \infty, c^{-1}$;

K – коэффициент формы тела, m^2 ;

$Bi_o = \frac{kSK}{\lambda V}$ – обобщенный критерий Био;

a – коэффициент температуропроводности, $m^2 c^{-1}$;

S – площадь поверхности тела, m^2 ;

V – объём тела, m^3 .

Существующие методы количественной оценки времени τ_p разработаны применительно к случаю простого охлаждения ($W = 0$) для тел основных форм (шар, цилиндр, параллелепипед, пластина) при равномерном начальном поле температуры [3, 4, 9, 14, 15]. Поэтому представляет практический интерес разработка методов количественной оценки τ_p для тел с внутренними источниками энергии и с деформированной (по отношению к основным формам) поверхностью при различных законах распределения источников.

На стадии регулярного режима, опуская индекс «0», получим из (4)

$$\varepsilon = NA^* U e^{-M F_{\text{о,сп}}} \quad (5)$$

Воспользовавшись определением относительной ошибки $\delta\varepsilon$ как отношения предельной максимальной абсолютной ошибки $\Delta\varepsilon_{\text{max}}$ расчета по (5) к максимальной температуре ε_{max} в момент начала регулярного теплового режима ($\tau_p=0$), получим

$$\delta\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon_{\text{max}}}{\varepsilon_{\text{max}}} \leq \frac{\max_{i,j} |A_j^* U_{ij}|}{\max_i (A_j^* U_i)} e^{-\left(1 - \frac{M}{M_i}\right) M_i F_{\text{о,сп}\tau_p}} \times \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\max_i |A_j^* U_{ij}|}{\max_{i,j} |A_j^* U_{ij}|} e^{-\left(\frac{M_j}{M_i} - 1\right) M_i F_{\text{о,сп}\tau_p}} \leq \delta\varepsilon_{\text{доп}}, \quad (6)$$

где $F_{\text{о,сп}\tau_p}$ – значение обобщенного критерия Фурье при $\tau = \tau_p$;

$i\left(\frac{r}{L}\right)$ – местоположение точки в теле.

Из определения $\Delta\varepsilon_{\text{max}}$ следует, что неравенство (6) позволяет оценить предельное время τ_p , характеризующее начало регулярного режима во всех точках тела, с абсолютной ошибкой, не превышающей $\Delta\varepsilon_{\text{max}}$.

С целью упрощения расчетных зависимостей введем некоторые ограничения.

1. Согласно теории приближенного подобия [3, 11], разобьем исследуемые тела произвольной конфигурации на три группы. Тела каждой группы равновелики по объему с простейшим телом (шаром, цилиндром, пластиной). Коэффициент формы в критериях Bi_o и $F_{\text{о,сп}}$ будет характеризовать приближенное подобие температурных полей исследуемого и простейших тел [16], а неравенство (6) распадается при этом на три неравенства, соответствующие одномерным температурным полям шара, цилиндра и пластины при значениях Bi_o и $F_{\text{о,сп}}$ исследуемого тела.

Для озвученных выше простейших тел имеют место следующие соотношения [11, 14]:

$$|U_{ij}| \leq 1; M_j = \frac{\mu_j^2}{\mu_\infty^2}; \mu_{j+1} \approx \pi; \mu_j = \pi\mu_1 + (j-1)\pi. \quad (7)$$

2. Начальное температурное поле равномерно, и $\vartheta_0 \equiv 0$. Источники энергии имеют постоянную мощность и распределены равномерно при $b \gg 1$ [16, 17], сконцентрированы в центре при $b \ll 1$ [16] или сосредоточены на периферии тела при $b \ll 1$ [17]:

$$W = W_0 e^{-\frac{r}{Lb}}; \quad (8)$$

$$W = W_0 e^{-\left(1 - \frac{|r|}{L}\right)^{\frac{1}{b}}}. \quad (9)$$

Решение уравнения стационарной теплопроводности при условии (8), (9) и граничных условиях III рода позволяет получить выражение для $\vartheta_{ст}$ простейших тел при различных законах распределения источников энергии. После подстановки $\vartheta_{ст}$ в интегралы для вычисления A_j^* [1, 9] получим, с учетом (7), следующее выражение для отношений коэффициентов в (6):

$$\frac{|A_j^*|}{A^*} = \frac{|A_j|}{A} \left(\frac{M}{M_j} \right)^n, \quad (10)$$

где n – коэффициент, учитывающий характер распределения источников:
 $n = 1, 0$ – равномерное распределение источников;

$n = 0, 5$ – центральное распределение источников при $Bi_0 \gg 1$;

$n = 0, 0$ – периферийное и центральное распределение источников при $Bi_0 < 1$;

A_j – постоянные коэффициенты [11] при $W \equiv 0$ (простое охлаждение).

Для всех простейших тел в выражении (6)

$$\max_{j \geq 1} |A_j| = |A_1|. \quad (11)$$

Учитывая указанные ограничения, рассмотрим два наиболее интересных с практической точки зрения случая.

Случай 1. $F_{0,кр} \approx 0$.

Тогда из (6) при условии (7), (10), (11) имеем

$$\delta \varepsilon_x = \xi \frac{|A_1|}{A} \left(\frac{M}{M_1} \right)^n \leq \delta \varepsilon_{доп}, \quad (12)$$

где «к» – шар, цилиндр, пластина;

$$\xi = \sum_{j=2}^{\infty} 1 + \frac{|A_j|}{|A_1|} \left(\frac{M_1}{M_j} \right)^n.$$

Значения суммы ξ , полученные согласно выражений для $|A_j|$ (табл. 2, рис. 1) и соотношений (7), приведены в табл. 3.

Таблица 2 – Расчетные зависимости для $|A_j|$ (здесь J_0, J_1 – функции Бесселя)

Форма тела	Пластина		Цилиндр		Шар		Примечание
	$Bi_0 < 1$	$Bi_0 > 10$	$Bi_0 < 1$	$Bi_0 > 10$	$Bi_0 < 1$	$Bi_0 > 10$	
$ A_j $	$\frac{2Bi}{\mu_j^2}$	$\frac{2}{\mu_j}$	$\frac{2Bi}{\mu_j^2 J_0(\mu_j)}$	$\frac{2}{\mu_j J_1(\mu_j)}$	$\frac{2Bi}{\mu_j}$	2	$j \geq 1$

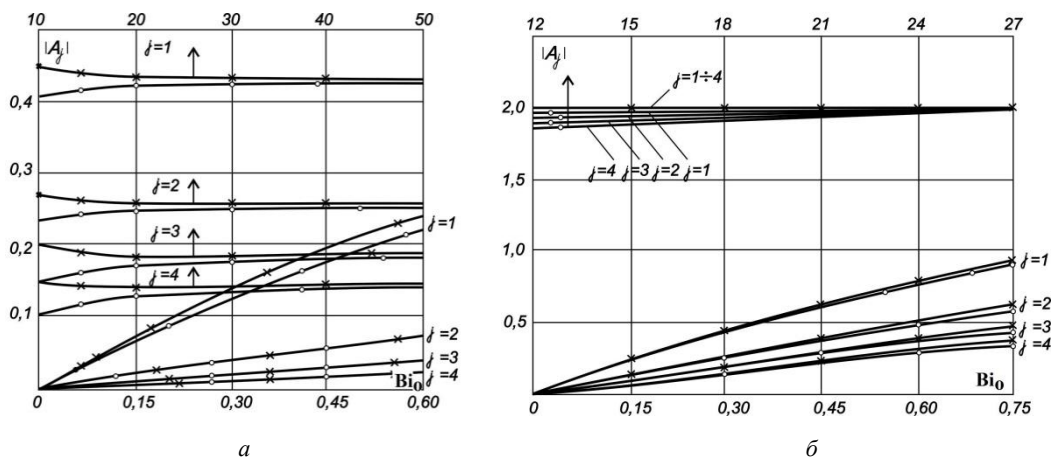


Рис. 1 – Зависимость $|A_j|=f(Bi_0)$:

a – для пластины; b – для шара.

○ – расчет по аналитическим зависимостям [11]; × – расчет по приближенным формулам табл. 1

Случай 2. $F_{0,кр} \geq 0,5$. Анализ значений M_j [11] и их отношений во всем диапазоне критерия Био показывает, что сумма ряда в (6) при условии (7), (10), (11) значительно меньше единицы и ею можно пренебречь. Тогда из (6) имеем

$$\delta \varepsilon_x = \frac{|A_1|}{A} \left(\frac{M}{M_1} \right)^n e^{-\left(1 - \frac{M}{M_1}\right) M_1 F_{0,кр}} \leq \delta \varepsilon_{доп}. \quad (13)$$

Нетрудно показать, что зависимости (12) и (13) справедливы для случая тературозависимых равномерно распределённых источников, если ввести постоянную поправку к M_j [5].

На рис. 2 приведены результаты расчета по формулам (12) и (13) при различных законах распределения источников ($n = 1; 0$) и сравнительные данные для выбранных тел простейших форм.

На рис. 3 дана оценка времени τ_p по (13) для нагретых зон РЭА с неравномерным распределением источников энергии ($n = 0$). Здесь же для сравнения приведены экспериментальные данные и расчеты по методу элементарных балансов [17].

Таблица 3 – Значения параметров (13) $|A_1|/A$, M , M_1 , M/M_1 для шара (как пример)

Форма тела	Шар			
	$ A_1 /A$	M	M_1	M/M_1
0	0,000	0,000	2,050	0,000
0,010	0,015	0,010	2,060	0,050
0,05	0,073	0,051	2,088	0,024
0,10	0,131	0,093	2,117	0,044
0,20	0,213	0,161	2,181	0,072
0,30	0,296	0,229	2,245	0,100
0,40	0,376	0,297	2,309	0,128
0,50	0,461	0,366	2,372	0,155
1,00	0,659	0,554	2,657	0,206
2,00	0,815	0,735	3,062	0,240
3,00	0,902	0,810	3,276	0,247
4,00	0,941	0,855	3,460	0,247
5,00	0,955	0,883	3,534	0,250
10,00	0,985	0,941	3,745	0,251
20,00	0,998	0,970	3,881	0,251
∞	1,000	1,000	4,000	0,250

Выводы. Анализ выражений (12), (13) и рис. 2, 3 показывают следующее.

1. Внутренние источники энергии способствуют ускорению начала регулярного режима. Количественно это выражается тем, что относительная ошибка

расчета по выражению (5) уменьшается в $\left(\frac{M_1}{M_j}\right)^n$ раз

при тех же значениях критерия $F_{окр}$. Так, для пластины при $F_{окр} \approx 0$ и $Bi_0 = 0,4$ ошибка уменьшается в 20 раз (рис. 2, в, з), а при $Bi_0 > 10$ – в 10 раз. Для шара при простом нагревании ($n = 0$) ошибка теоретически равна ∞ (табл. 2), а при $n = 1$ и $Bi_0 = 0,4$ она составляет 6% (рис. 2, б).

2. На процесс регуляризации существенное влияние оказывает характер распределения источников в теле. В (12) и (13) это влияние выражается изменением показателя n . Наиболее ускоряется регуляризация при равномерном распределении ($n = 1$). При крайне неравномерном распределении источников ($n = 0$) регуляризация практически наступает так же, как при простом нагревании, т. е. значительно медленнее. Поэтому применение теории регулярного режима для исследования нестационарных тепловых режимов РЭА наиболее эффективно при равномерном

распределении источников. Исходя из этого, можно сделать следующее предложение для разработчиков конструкций, в частности РЭА: для ускорения регуляризации теплового режима изделия необходимо при проектировании обеспечить максимально возможное равномерное распределение источников тепла по объему. Хорошим решением для «выравнивания» распределения энергии внутри объема является размещение наиболее мощных источников теплоты на монтажных шинах конструкции с высокими и очень высокими показателями теплопроводности, например, тепловых трубах. При этом размер шин может простираться на всё монтажное пространство конструкции как вдоль одной координаты, так и вдоль нескольких.

3. Расчеты по (12) дают завышенные значения ошибок, что вытекает из структуры ряда для ξ , где не учитываются знаки при A_j . При малых уровнях ошибок это завышение для практической оценки времени $\tau_p=0$ несущественно (рис. 2, б, з). При больших уровнях ошибок (рис. 2, а, в) возникает необходимость перехода к расчету τ_p по (13). Расчеты по (13) для случая простого нагревания практически совпадают с существующими методами оценки для тел простейшей формы (рис. 2, д), а также удовлетворительно согласуются с экспериментальными и расчетными данными для нагретых зон РЭА с неравномерным (рис. 3) и равномерным распределением источников [3].

4. Количественная оценка τ_p по (12) и (13) для тел произвольной конфигурации основывается на теории приближенного подобия, поэтому строго выполняется для центральной зоны тела и может быть распространена на периферию по мере приближения формы исследуемого тела к простейшему.

5. Задача оценки начала регулярного теплового режима в теле с внутренними источниками теплоты решена. Получены рекомендации по проектированию и анализу температурных полей конструкций с источниками тепла. Проведена аналитическая сравнительная оценка полученных результатов исследований. Для визуализации исследуемых процессов и результатов анализа построены графики, облегчающие понимание рассмотренных явлений и результатов исследований.

В работах Г. М. Кондратьева и Г. Н. Дульнева изложенная до них теория регулярного теплового режима при простом нагреве или охлаждении тел и систем получила дальнейшее развитие и обобщена на случай нагрева или охлаждения тел или систем с внутренними источниками или стоками энергии [2]. При этом предполагалось, что мощность источников или стоков неизменна во времени, температура среды постоянна, а теплофизические свойства тела изотропны и с коэффициентом теплопередачи не зависят от температуры.

Покажем, что приведенные нами ранее в этой работе результаты изучения вопросов регуляризации теплового поля конструкции справедливо не только для решения уравнения теплопроводности изотропного тела с внутренними источниками энергии для тел простейшей формы (параллелепипед, цилиндр, шар)

Таблиця 4 – Значения суммы ξ (значение ∞ означает, что ряд ξ в (12) расходится)

Закон распределения источников	Пластина		Цилиндр		Шар	
	$Bi_0 < 1$	$Bi_0 > 10$	$Bi_0 < 1$	$Bi_0 > 10$	$Bi_0 < 1$	$Bi_0 > 10$
Равномерный	1,08	1,40	1,20	1,80	1,40	2,36
Центральный	1,64	2,11	3,12	4,24	∞	∞
Периферийный	1,64	∞	3,12	∞	∞	∞

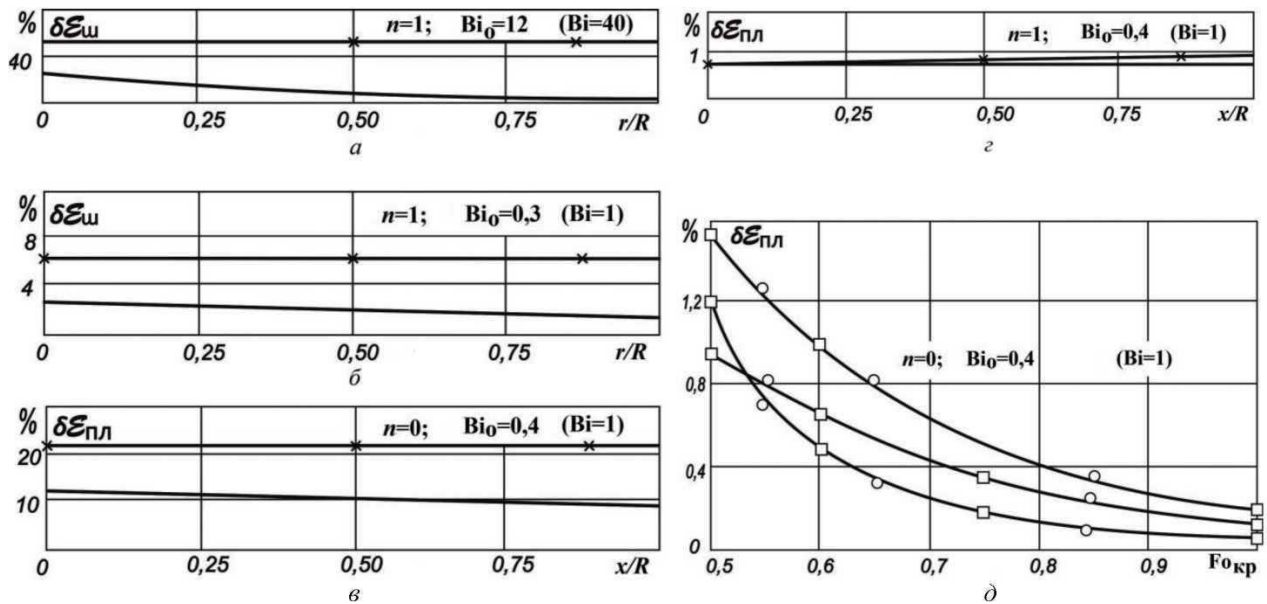


Рис. 2 – Значения ошибок $\delta\epsilon_k = f(F_{0кр}, Bi_0)$:

— — расчет по аналитическим зависимостям [11]; × — расчет по (12); а, б — для шара; в, г, д — для пластины.
□ — расчет по (10); ○ — расчет по методу Олейника [3]

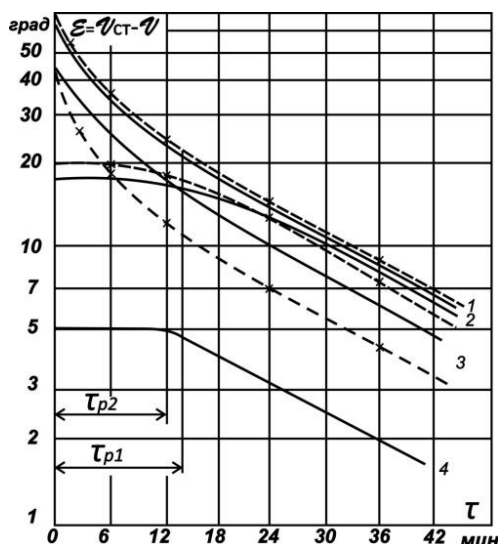


Рис. 3 – Характер регуляризации температурного поля в РЭА с неравномерным распределением источников энергии ($n = 0$): 1, 2 – цилиндрический блок; 3, 4 – блок в форме параллелепипеда; — — расчет по методу тепловых балансов [17]; τ_1, τ_2 – расчет по (13); × – опыт

при граничных условиях III рода с постоянными коэффициентами и постоянной температурой окружающей среды (4), а может быть распространено и на наше решение уравнения теплопроводности (1) анизотропного твердого тела формы параллелепипеда (а так же цилиндра и шара [12]) с источниками или стоками энергии аналогичной формы при нулевых начальных и граничных условиях III рода. Это становится возможным в результате перехода к новым координатам [3] в исходном уравнении теплопроводности

$$x^* = x \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_x}}; y^* = y \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_y}}; z^* = z \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_z}}. \quad (14)$$

Таким образом, определение начала регулярного режима тел с анизотропными теплофизическими свойствами (каковыми являются конструкции радио-электронной аппаратуры) может производиться по зависимостям, что и для изотропных тел. Различие заключается только в выражении для вычисления коэффициента формы, которое с учетом (14) будет иметь следующий вид, например для параллелепипеда:

$$K^* = \left\{ \pi^2 \left[\left(L_x \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_x}} \right)^{-2} + \left(L_y \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_y}} \right)^{-2} + \left(L_x \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_x}} \right)^{-2} \right] \left(L_x \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_x}} \right)^{-2} \right\}^{-1}.$$

Список литературы: 1. Кондратьев Г. М. Регулярный тепловой режим / Г. М. Кондратьев. – М.: Гостехиздат, 1954. – 408 с. 2. Дульнев Г. Н. Обобщенная теория регулярного режима / Г. Н. Дульнев, Г. М. Кондратьев // Известия АН СССР, ОТН, 1956. – № 7. – С. 27–33. 3. Дульнев Г. Н. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах / Г. Н. Дульнев, Э. М. Семьякин. – Л.: «Энергия», 1968. – 361 с. 4. Ярышев Н. А. Теоретические основы измерения нестационарных температур / Н. А. Ярышев. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение, 1990. – 256 с. 5. Вессельман С. Г. Регулярный тепловой режим в радиоэлектронных аппаратах с переменной мощностью / С. Г. Вессельман, И. М. Майко, А. Л. Оксман // Изв. высш. учебн. заведений. Радиоэлектроника. – 1969. – № 12. – С. 35–41. 6. Григорьев Б. А. Теплообмен: учеб. пособие / Б. А. Григорьев, Ф. Ф. Цветков. – М.: МЭИ, 2005. – 550 с. 7. Брюханов О. Н. Теплообмен: учеб. пособие / О. Н. Брюханов, С. Н. Шевченко. – М.: АСВ, 2005. – 461 с. 8. Дульнев Г. Н. Основы теории теплообмена: учеб. пособие / Г. Н. Дульнев, С. В. Тихонов. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2010. – 93 с. 9. Дульнев Г. Н. Теория тепло- и массообмена: учеб. пособие / Г. Н. Дульнев. – СПб.: НИУ ИТМО, 2012. – 195 с. 10. Начало регулярного теплового режима в теле с внутренними источниками энергии / И. М. Майко, И. М. Брынецев, А. М. Синотин, В. А. Шатилов // Вопросы радиоэлектроники. Серия ТРТО. – 1972. – Вып. 1. – С. 26–33. 11. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 392 с. 12. Азаренков В. И. Аналитическое решение уравнения теплопроводности в задачах анализа и синтеза температурных полей радиоэлектронной аппаратуры: Дис... канд. техн. наук: 01.05.02 / В. И. Азаренков. – Харьков, 2015. – 190 с. 13. Ланс Д. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин / Д. Н. Ланс. – М.: Иностранная литература, 1962. – 216 с. 14. Лыков А. В. Теплообмен: справочник / А. В. Лыков. – М.: Энергия, 1978. – 480 с. 15. Черпаков П. В. Теория регулярного теплообмена / П. В. Черпаков. – М.: Энергия, 1975. – 224 с. 16. Майко И. М. Приближенный метод определения коэф-

фициента формы тел / И. М. Майко // Изв. высш. учебн. заведений. Приборостроение. – 1970. – № 11. – С. 41–47. 17. Чернышенко А. А. Расчет нестационарного теплового режима радиоэлектронных аппаратов по методу тепловых балансов / А. А. Чернышенко, И. М. Майко, А. Л. Оксман // Изв. высш. учебн. заведений. Приборостроение. – 1970. – № 7. – С. 35–39.

Bibliography (transliterated): 1. Kondrat'ev, G. M. *Reguljarnyj teplovoj rezhim*. Moscow: Gostehizdat, 1954. Print. 2. Dul'nev, G. N. and G. M. Kondrat'ev. "Obobshhennaja teorija reguljarnogo rezhima." *Izvestija AN SSSR, OTN*. No. 7. 1956. 27–33. Print. 3. Dul'nev, G. N. and Je. M. Semjashkin. *Teploobmen v radioelektronnyh apparatah*. Leningrad: "Jenergija". 1968. Print. 4. Jaryshev, N. A. *Teoreticheskie osnovy izmerenija nestacionarnyh temperature*. Leningrad: Jenergoatomizdat. Leningr. old-nie, 1990. Print. 5. Vessel'man, S. G., I. M. Majko and A. L. Oksman. "Reguljarnyj teplovoj rezhim v radioelektronnyh apparatah s peremennoj moshhnost'ju." *Izv. vyssh. uchebn. zavedenij. Radioelektronika*. No. 12. 1969. 35–41. Print. 6. Grigor'ev, B. A. *Teplo-massoobmen: ucheb. posobie*. Moscow: MJeI. 2005. Print. 7. Brjuhanov, O. N., and S. N. Shevchenko *Teplo-massoobmen: ucheb. posobie*. Moscow: ASV. 2005. Print. 8. Dul'nev, G. N., and S. V. Tihonov. *Osnovy torii teploobmena: ucheb. posobie*. St. Petersburg: SPbGU ITMO. 2010. Print. 9. Dul'nev, G. N. *Teorija teplo- i massooobmena: ucheb. posobie*. St. Petersburg: NIU ITMO. 2012. Print. 10. Majko, I. M., I. M. Bryncev, A. M. Sinotin and V. A. Shatilov. "Nachalo reguljarnogo teploвого rezhima v tele s vnutrennimi istochnikami jenerгии". *Voprosy radioelektroniki. Serija TRTO*. Vyp. 1. 1972. 26–33. Print. 11. Lykov, A. V. *Teorija teploprovodnosti*. M Moscow: Vysshaja shkola. 1967. Print. 12. Azarenkov, V. I. *Analiticheskoe reshenie uravnenija teploprovodnosti v zadachah analiza i sinteza temperaturnyh polej radioelektronnoj apparatury. Dis... kand. tehn. Nauk*. Kharkov, 2015. Print. 13. Lans, D. N. *Chislennye metody dlja bystrodejstvujushih vychislitel'nyh mashin*. Moscow: Inostrannaja literatura, 1962. Print. 14. Lykov, A. V. *Teploobmen. Spravochnik*. Moscow: Jenergija, 1978. Print. 15. Cherpakov, P. V. *Teorija reguljarnogo teploobmena*. Moscow: Jenergija, 1975. Print. 16. Majko, I. M. "Priblizhennyj metod opredelenija koeficienta formy tel." *Izv. vyssh. uchebn. zavedenij. Priboro-stroenie*. No. 11. 1970. 41–47. Print. 17. Chernyshenko, A. A., I. M. Majko and A. L. Oksman. "Raschet nestacionarnogo teploвого rezhima radioelektronnyh apparatov po metodu teplovyh balansov." *Izv. vyssh. uchebn. zavedenij. Priboro-stroenie*. No. 7. 1970. 35–39. Print.

Поступила (received) 15.11.2015

Азаренков Владимир Ильич – кандидат технических наук, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», старший преподаватель кафедры системного анализа и управления; тел.: (050) 524–84–84; e-mail: azarnikov@ukr.net.

Azarenkov Vladimir Ilyich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute", Senior Lecturer of the Department of system analysis and management; tel.: (050) 524–84–84; e-mail: azarnikov@ukr.net.

Майко Игорь Макарович – кандидат технических наук, доцент, пенсионер; тел.: (050) 524–84–84; e-mail: azarnikov@ukr.net.

Maiko Igor Makarovich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, pensioner; tel.: (050) 524–84–84; e-mail: azarnikov@ukr.net.