

А. А. БОЕВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ УИЗЕМА

Розглядається розповсюдження плоскої магнітогазодинамічної ударної хвилі в неоднорідному плазмовому середовищі. Дослідження проводилося методом Уізема, який був застосований на випадок поперечного магнітного поля. Отримано диференціальне рівняння для знаходження швидкості фронту ударної хвилі. В результаті чисельного рішення знайдено залежність швидкості ударної хвилі, що розповсюджується в адиабатичній атмосфері, при різних значеннях магнітного параметру. На підставі співвідношень на розриві знайдені залежності швидкості фронту ударної хвилі, характеристики збуреного газу (швидкість, тиск, щільність) за фронтом від координати вздовж траси розповсюдження.

Ключові слова: газодинаміка, магнітне поле, ударна хвиля, рівняння характеристик, метод Уізема, співвідношення на розриві.

Рассматривается распространение плоской магнитогазодинамической ударной волны в неоднородной плазменной среде. Исследование проводилось методом Уизема, который был использован для случая поперечного магнитного поля. Получено дифференциальное уравнение для нахождения скорости фронта ударной волны. В результате численного решения найдена зависимость скорости ударной волны, распространяющейся в адиабатической атмосфере, при различных значениях магнитного параметра. На основании соотношений на разрыве найдены зависимости скорости фронта ударной волны, характеристики возмущенного газа (скорость, давление, плотность) за фронтом от координаты вдоль трассы распространения.

Ключевые слова: газодинамика, магнитное поле, ударная волна, уравнение характеристик, метод Уизема, соотношения на разрыве.

The propagation of a plane magnetohydrodynamical shock wave in non-homogeneous plasma medium is considered. The investigation is based on Whitham method which was used for the case of transverse magnetic field. The differential equation for the shock wave velocity front as a function of the coordinate along the propagation path was derived. The numerical solution was obtained in the case of the wave propagating in adiabatic atmosphere. On the basis of jump relations the characteristics (velocity, pressure, density) behind the wave were obtained at arbitrary magnetic field and initial Mach number. It is shown that a magnetohydrodynamical shock wave accelerates in comparison with an ordinary one at small values of magnetic parameter β . At large values of β the influence of magnetic parameter on the wave velocity and gas characteristics behind the wave is insignificant.

Keywords: hydrodynamics, magnetic field, shock wave, characteristic equation, Whitham method, jump relations.

Введение. В работе рассматривается движение магнитогазодинамических ударных волн – поверхностей, на которых испытывают скачок параметры газа (скорость, давление, плотность, величина магнитного поля). Теория распространения МГД ударных волн необходима при изучении многих космических явлений, таких как, Сверхновые и солнечный ветер [1], течение газа в оболочках звезд и солнечной хромосфере [1, 2, 3, 4], взаимодействие остатков Сверхновых с молекулярными облаками др. Во всех этих явлениях влияние неоднородности межзвездной среды, а также магнитное поле существенно влияют на рассматриваемые процессы. Кроме того, теория МГД ударных волн нужна при изучении движения ударных волн в лабораторных ударных трубах [5].

Анализ основных достижений и литературы. Теория распространения ударных волн в неоднородных средах достаточно хорошо изучена, этому вопросу в разное время были посвящено большое число работ. А. С. Компанец в 1960 г. [6] рассмотрел задачу о точечном взрыве в неоднородной атмосфере и получил уравнение, описывающее движение фронта ударной волны. Это уравнение сыграло важную роль в дальнейшем исследовании движения ударных волн и получило название уравнения А. С. Компанейца. В последующих работах С. А. Силича и П. И. Фомина, 1982 г. [7, 8] рассматривается задача о точечном взрыве в экспоненциальной атмосфере с ненулевой асимптотой и находится его точное решение. В. М. Конторович и С. Ф. Пименов, 1998 г. [9], исследовали

распространение ударного фронта в неоднородной среде со степенным законом изменения плотности в приближении А. С. Компанейца и получили простое точное решение. В работе А. В. Карнаушенко, 2012 г. [10] найдено аналитическое решение уравнения А. С. Компанейца в плоско-стратифицированной среде с плотностью, изменяющейся по закону гиперболического тангенса, моделирующее границу молекулярного облака с межзвездной средой. В меньшей степени изучены МГД ударные волны, что связано с большей сложностью системы уравнений магнитной газодинамики.

Существующие методы решения подобных задач. Для изучения распространения МГД ударных волн применялись как численные методы [1], так и приближенные методы. В работе [11] для изучения движения ударной волны использовался метод Бринкли-Кирквуда с учетом влияния магнитного поля, рассматривались либо сильные ударные волны с большими числами Маха M ($M \gg 1$), а также относительно малые магнитные поля (магнитное давление $P_m = H^2 / (8\pi)$ мало по сравнению с тепловым $P : H^2 / (8\pi P) \ll 1$).

Цель работы. В данной работе будет исследоваться поперечная магнитогазодинамическая ударная волна при произвольном значении числа Маха и различном соотношении магнитного и теплового давлений.

Постановка задачи. Рассмотрим плазменную среду с постоянной температурой T_0 , находящуюся в

равновесии под действием силы тяжести и перпендикулярного к ней магнитного поля. Будем считать, что плотность ρ_0 и значение магнитного поля H_0 рассматриваемой среды в начальный момент связаны соотношением

$$\frac{H_0}{\rho_0} = b = \text{const} \quad (1)$$

Выберем ось z направленной в сторону, противоположную силе тяжести. Полагая в уравнении движения скорость $\dot{v} = 0$, получим для равновесных параметров среды уравнение [12]:

$$\frac{d}{dz} \left(P_0 + \frac{H^2}{8\pi} \right) + \rho_0 g = 0. \quad (2)$$

Здесь g – ускорение силы тяжести; P_0 , ρ_0 – давление и плотность равновесной среды.

Проинтегрируем данное уравнение, вводя в рассмотрение параметры среды P_{00} , ρ_{00} , H_{00} в некоторой начальной точке с координатой $z = 0$:

$$\ln \frac{\rho_0}{\rho_{00}} + 2\beta \left(\frac{\rho_0}{\rho_{00}} - 1 \right) = -\frac{z}{h}, \quad (3)$$

где $h = RT_0 / g$ – приведенная высота атмосферы;

$$\beta = \frac{H^2}{8\pi P_0} = \frac{b^2 \rho_0}{8\pi RT_0} \quad \text{– магнитный параметр, по}$$

смыслу равный отношению магнитного и теплового давлений.

Также можно рассмотреть случай адиабатической атмосферы с уравнением состояния

$$P_0 = A \rho_0^\gamma, \quad (4)$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ – показатель изэнтропы;

C_p и C_v – соответственно удельные теплоемкости при постоянных давлении и объеме.

Модель адиабатической атмосферы используется при рассмотрении ударной волны, движущейся за другой ударной волной. Распределение начальной плотности такой атмосферы задается уравнением:

$$\left(\frac{\rho_0}{\rho_{00}} \right)^{\gamma-1} + 2\beta(\gamma-1) \left(\frac{\rho_0}{\rho_{00}} - 1 \right) = 1 - \frac{z}{h}, \quad (5)$$

где $h = \frac{a_{00}^2}{g}$ – приведенная высота атмосферы;

a_{00} – скорость звука.

Решение этого уравнения, задающее распределение плотности в атмосфере представлено при различных β штриховыми линиями. Согласно соотношению (1) распределение магнитного поля будет пропорционально равновесной плотности.

Пусть теперь в среде вдоль оси z из точки $z = 0$ в одном из двух направлений распространяется плоская поперечная МГД-волна. Согласно [12, 13]

соотношение $\frac{H}{\rho} = b$, известное как условие

«вмороженности» магнитного поля в вещество среды, будет выполняться во все время движения. Пусть задача состоит в нахождении законов измерения скорости волны U , величины скачков параметров на ее фронте вдоль пути распространения.

Метод исследования. Для этой цели был использован аналитический метод Уизема [14] с учетом влияния поперечного магнитного поля. Следуя методу для определения зависимости параметров волны от координаты z использовалось уравнение характеристики C_+ , переносящей возмущение от частицы газа вперед по потоку на фронт ударной волны:

$$\rho C \frac{du}{dz} + \frac{dP^*}{dz} - \frac{g\rho C}{u+C} = 0 \quad \text{вдоль } C_+, \quad (6)$$

где $\frac{d}{dz} = \frac{\partial}{\partial t} + (u+C) \frac{\partial}{\partial z}$ – производная вдоль характеристики C_+ ;

$$P^* = P + \frac{\rho^2 b^2}{8\pi} \quad \text{– сумма магнитного и теплового}$$

давлений;

$$C = (a^2 + V_a^2)^{1/2},$$

где $V_a^2 = \frac{H^2}{4\pi\rho}$;

$$a^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s \quad \text{– квадрат обычной скорости звука.}$$

Все параметры в уравнении характеристики (6) относятся к потоку газа за ударной волной. В точке пересечения характеристики C_+ с фронтом ударной волны параметры газа в уравнении (6) будут связаны с параметрами неоднородного газа перед волной соотношениями на фронте волны [12]:

$$j^2 = (P^* - P_0^*) / \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right), \quad U\rho_0 = (U-u)\rho,$$

$$\varepsilon^* - \varepsilon_0^* + \frac{P^* + P_0^*}{2} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) = 0, \quad (7)$$

где j – плотность потока газа через поверхность волны;

U – скорость распространения ударной волны;

P , ρ , u – параметры газа за ударной волной;

P_0 , ρ_0 , u_0 – параметры газа перед ударной волной;

$$\varepsilon^* = \frac{P^*}{(\gamma-1)\rho} + \frac{\beta a_0^2 (\gamma-2)}{\rho_0 (\gamma-1)} \rho.$$

Для \bar{U}^2 можно получить следующее уравнение:

$$(\gamma + 1)\bar{U}^2\bar{u}^2 - \left\{ \bar{U}^2(\gamma - 1) + \frac{2\bar{P}_0}{\rho_0 M_0^2} + \frac{2\gamma\beta\bar{\rho}_0}{M_0^2} \right\} \bar{u} + \frac{2(\gamma - 2)\beta\rho_0}{M_0^2} = 0, \quad (8)$$

где $\bar{U} = \frac{U}{U_0}$, $\bar{P}_0 = \frac{P_0}{P_{00}}$, $\bar{\rho}_0 = \frac{\rho_0}{\rho_{00}}$, $M_0 = \frac{U_0}{a_{00}}$.

Здесь U_0 , P_0 , ρ_{00} , M_0 – параметры газа в начальный момент времени.

Параметры газа за волной можно найти по формулам:

$$u = (1 - \bar{u})\bar{U}U_0, \quad \rho = \frac{\rho_0}{M_0}, \quad (9)$$

$$P^* = \bar{U}^2 U_0^2 \rho_0 (1 - \bar{u}) + P_0^*.$$

Получим уравнение для определения относительной скорости \bar{U} ударной волны:

$$\frac{d\bar{U}}{dz} (1 - \bar{u}) \left[\frac{E}{\bar{u}} + 2\bar{U} \right] - \frac{d\bar{u}}{dz} \left[\frac{E\bar{U}}{\bar{u}} + \bar{U}^2 \right] + \frac{d\bar{\rho}_0}{dz} \frac{1}{\bar{\rho}_0} \left[\bar{U}^2 (1 - \bar{u}) + \frac{2\beta}{M_0^2} \bar{\rho}^2 \right] + \frac{d\bar{\rho}_0}{dz} \frac{1}{\bar{\rho}_0 \gamma M_0^2} - \frac{E}{[(1 - \bar{u})U + E]} \left[\frac{d\bar{\rho}_0}{dz} \frac{1}{\bar{\rho}_0 \gamma M_0^2} + \frac{2\beta}{M_0^2} \frac{d\bar{\rho}_0}{dz} \right] = 0, \quad (10)$$

где $E = \sqrt{\bar{U}^2 \gamma \bar{u} (1 - \bar{u}) + \frac{\bar{u}}{M_0^2} \frac{\bar{P}_0}{\bar{\rho}_0} + \frac{\beta \rho_0}{M_0^2} \left(\gamma \bar{u} - \frac{\gamma}{\bar{u}} + \frac{2}{\bar{u}} \right)}$.

Система уравнений достаточно громоздка, и поэтому исследовалась численно. На рис. 1 показаны зависимости скорости ударной волны от координаты вдоль пути распространения при различных значениях магнитного параметра β : 1 – при $\beta = 0$, 2 – при $\beta = 1$, 3 – при $\beta = 5$.

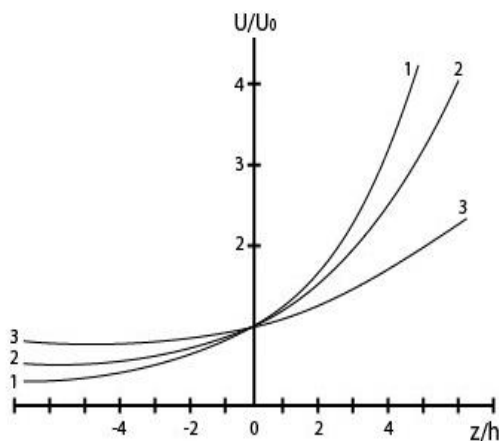


Рис. 1 – Скорость ударной волны: 1 – при $\beta = 0$; 2 – при $\beta = 1$; 3 – при $\beta = 5$

Результаты исследования. Как видно из рисунка (рис. 1), скорость обычной ударной волны без учета влияния магнитного поля (кривая, соответствующая значению параметра $\beta = 0$) убывает при ее распространении в более плотную среду при $\frac{z}{h} < 0$. Этот результат согласуется с полученными в работах [7, 8, 9, 10] для обычных ударных волн. С появлением магнитного поля (кривые, соответствующие значениям параметра $\beta = 1$ и $\beta = 5$) скорость магнитогазодинамической ударной волны также убывает, но более плавно с ростом величины магнитного поля H .

На рис. 2 показаны зависимости перепадов плотности, магнитного поля, скорости газа и числа Маха на фронте ударной волны в зависимости от различных значений параметра β : 1 – скорости волны U/U_0 , 2 – давления $P^*/100P_{00}$, 3 – плотности ρ/ρ_0 , 4 – перепада скоростей газа на фронте волны u_2/u_1 .

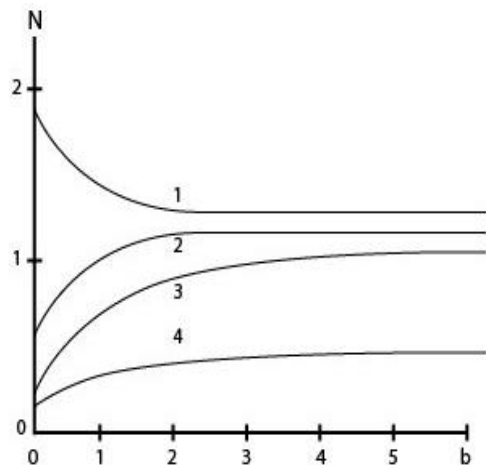


Рис. 2 – Зависимости перепадов параметров на фронте волны: 1 – U/U_0 , 2 – $P^*/100P_{00}$, 3 – ρ/ρ_0 , 4 – u_2/u_1

Скачки параметров при $\beta = 0$ соответствуют их значениям для обычной ударной волны [12]. Эти зависимости отражают отличие магнитогазодинамической ударной волны по сравнению с обычной ударной волной. Это отличие связано, во-первых, с тем, что магнитное поле порождает силу Лоренца, которая ускоряет фронт волны:

$$F = \frac{1}{4\pi} \int_z^{z+\delta} [\text{rot}H, H] dz = \frac{1}{8\pi} \langle H^2 \rangle \frac{\beta a_{00}^2}{\rho_{00}} \langle \rho^2 \rangle. \quad (11)$$

Во-вторых, магнитное поле приводит к изменению противодействия невозмущенного газа, которое также влияет на скорость волны:

$$P_0^* = P_0(\beta) + \frac{\beta a_{00}^2}{\rho_{00}} \rho_0^2(\beta). \quad (12)$$

Сила Лоренца и противодействие зависят от параметра β . При малых значениях β сила Лоренца и противодействие возрастают с ростом β , при больших β перепад плотностей уже не зависит от β , а сила Лоренца и разность противодействий практически компенсируют друг друга, и в результате скорость ударной волны \bar{U} почти не зависит от β . Скорость ударной волны определяет и другие параметры на поверхности разрыва.

В качестве примера сделаем оценки для ударной волны, индуцируемой вспышкой в солнечной короне. С поперечными ударными волнами связывают появление радиовсплесков 2-го типа [3, 15, 16]. При наблюдениях было установлено, что траектории ударных волн, возбуждающих всплески 2-го типа, отличаются от прямолинейных, что указывает на влияние неоднородности невозмущенной среды. Скорости ударных волн при этом составляют 200–2000 км/с, что превышает скорости звуковых и альфвеновских волн и они характеризуются достаточно большим разбросом чисел Маха и магнитного параметра β . Условие «вмороженности» магнитного поля также широко используется в различных задачах астрономии и астрофизики. Образование магнитосферы Земли, в которую не проникает плазма солнечного ветра, объясняется условием «вмороженности»; одним из аргументов в пользу спиральных структур галактик является условие «вмороженности» магнитного поля в межзвездный газ; этим же условием объясняют явление «вытягивания» собственного магнитного поля из Солнца солнечным ветром [13].

Из рис. 2 видно, что, распространяясь в сторону уменьшения плотности, магнитогазодинамические ударные волны могут оставаться нечувствительными к изменению параметра β , связанного с неоднородностью магнитного поля и плотностью. Этот факт согласуется с данными спутниковых наблюдений радиовсплесков 2-го типа.

Список литературы

1. Лозинская Т. А. Сверхновые звезды и звездный ветер. Взаимодействие с газом галактики [Текст] / Т. А. Лозинская. – М.: Наука, 1986. – 304 с.
2. Климишин И. А. Ударные волны в оболочках звезд [Текст] / И. А. Климишин. – М.: Физматгиз, 1984. – 216 с.
3. Крюгер А. Солнечная радиоастрономия и радиофизика [Текст] / А. Крюгер. – М.: Мир, 1984. – 470 с.
4. Маловичко П. П. Свойства диспергирующих альфвеновских волн. 1. Кинетика (плазма очень низкого, промежуточного и низкого давлений) [Текст] / П. П. Маловичко // Кинематика и физика небесных тел. – 2013. – 29, № 6. – С. 20–44.
5. Великович А. Л. Физика ударных волн в газах и плазме [Текст] / А. Л. Великович, М. А. Либерман. – М.: Наука, 1987. – 295 с.
6. Компанец А. С. Точечный взрыв в неоднородной атмосфере [Текст] / А. С. Компанец // Докл. АН СССР. – 1960. – Т. 130, №5. – С. 1001–1004.
7. Силич С. А. О распространении изотермических ударных волн в средах с неоднородной плотностью [Текст] / С. А. Силич. – Киев, 1980. – 96 с. (Препринт / АН УССР. Ин-т. теор. физики; с. 80–93).
8. Силич С. А. Точечный взрыв в экспоненциальной атмосфере с ненулевой асимптотой [Текст] / С. А. Силич, П. И. Фомин // Докл. АН СССР. – 1983. – Т. 268, №4. – С. 861–864.
9. Конторович В. М. Точное решение уравнения Компанейца для сильного точечного взрыва в среде с квадратичным законом убывания плотности [Текст] / В. М. Конторович, С. Ф. Пименов // Изв. вузов. Радиофизика. – 1998. – Т. XLI, №6. – С. 683–698.
10. Карнаушенко А. В. Решение уравнения Компанейца для ударного фронта в среде с плотностью, изменяющейся по закону гиперболического тангенса (промежуточная область и эволюция в реальном времени) [Текст] / А. В. Карнаушенко // Радиофизика и радиоастрономия. – 2012. – 17, №4. – С. 311–319.
11. Силич С. А. О методе Бринкли-Кирквуда в магнитной газодинамике [Текст] / С. А. Силич // Астрономия и астрофизика. – 1987. – Вып. 35. – С. 67–76.
12. Ландау Л. Д. Электродинамика сплошных сред [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. – М.: Физматлит, 2003. – 656 с.
13. Баранов В. Б. Гидродинамическая теория космической плазмы [Текст] / В. Б. Баранов, К. В. Краснобаев. – М.: Наука, 1977. – 336 с.
14. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны [Текст] / Дж. Уизем. – М.: Мир, 1977. – 622 с.
15. Malitson H. H. A density scale for the interplanetary medium from observations of a type solar radio burst out to 1 astronomical unit [Text] / H. H. Malitson, J. Fainberg, R. G. Stone // Astroph. J. Letters. – 1973. – 183, no. 1. – P. L35–L38.
16. Saito M. Transport of mechanical energy in the solar atmosphere [Text] / M. Saito // Publ. Astroph. Soc. Japan. – 1964. – 16. – P. 179–188.

References (transliterated)

1. Lozinskaya T. A. *Sverkhnovye zvezdy i zvezdnyy veter. Vzaimodeystvie s gazom galaktiki* [Supernova and Solar Wind. Interaction with the Gas of the Galaxy]. Moscow, Nauka Publ., 1986. 304 p.
2. Klimishin I. A. *Udarnye volny v obolochkakh zvezd* [Shock waves in star shells]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1984. 216 p.
3. Krjuger A. *Solnechnaja radioastronomija i radiofizika* [Solar Radioastronomy and Radiophysics]. Moscow, Mir Publ., 1984. 470 p.
4. Malovichko P. P. *Svoystva dispergirujushhh al'fvenovskih voln. 1. Kinetika (plazma ochen' nizkogo, promezhutochnogo i nizkogo davlenij)* [Some properties of dispersive Alfvén waves. 1. Kinetics (very low-, intermediate- and low- pressure plasma)]. *Kinematika i fizika nebesnyh tel* [Kinematics and Physics of Celestial Bodies]. 2013, vol. 29, no. 6, pp. 20–44.
5. Velikovich A. L., Liberman M. A. *Fizika udarnykh voln v gazakh i plazme* [Physics of shock waves in gas and plasma]. Moscow, Nauka Publ., 1987. 295 p.
6. Kompaneets A. S. *Tochechnyy vzryv v neodnorodnoy atmosfere* [A point explosion in a nonhomogeneous atmosphere]. *Dokl. AN SSSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1960, vol. 130, no. 5, pp. 1001–1004.
7. Silich S. A. *O rasprostraneni izotermicheskikh udarnykh voln v sredakh s neodnorodnoy plotnost'yu* [To the propagation of isothermal shock waves in media with non-homogeneous density]. Kyiv, 1980. 96 p. (Preprint / AN USSR. In-t. teor. Fiziki [Preprint/The Academy of Sciences of the Ukrainian SSR. Institute of Theoretical Physics]; pp. 80–93).
8. Silich S. A., Fomin P. I. *Tochechnyy vzryv v jeksponencial'noj atmosfere s nenulevoj asimptotoj* [A point explosion in exponential atmosphere with a nonzero asymptote]. *Dokl. AN SSSR* [Reports of the Academy of Sciences of the USSR]. 1983, vol. 268, no. 4, pp. 861–864.
9. Kontorovich V. M., Pimenov S. F. *Tochnoe reshenie uravneniya Kompaneetsa dlya sil'nogo tochechnogo vzryva v srede s kvadrachnym zakonom ubyvaniya plotnosti* [Strict solution of Kompaneets equation for a strong point explosion in a medium with quadratic density decrease]. *Izv. vuzov. Radiofizika* [The News of High School. Radiophysics]. 1998, vol. XLI, no. 6, pp. 683–698.
10. Karnauschenko A. V. *Reshenie uravneniya Kompaneetsa dlya udarnogo fronta v srede s plotnost'yu, izmenyayushcheyasya po zakonu giperbolicheskogo tangensa (promezhutochnaya oblast' i evolyutsiya v real'nom vremeni)* [Solution of Kompaneets equation for shock front in the inhomogeneous medium with density changing in a form of the hyperbolic tangent (intermediate region and real

- time evolution)]. *Radiofizika i radioastronomiya* [Radiophysics and Radioastronomy]. 2012, vol. 17, no. 4, pp. 311–319.
11. Silich S. A. O metode Brinkli-Kirkvuda v magnitnoy gazodinamike [On Brinkley-Kirkwood method in magnetic gas dynamics]. *Astronomiya i astrofizika* [Astronomy and Astrophysics]. 1987, issue 35, pp. 67–76.
 12. Landau L. D., Livshic E. M. *Jelektrodinamika sploshnyh sred* [Electrodynamics of continuous media. – Moscow, Fizmatlit Publ., 2003. 656 p.
 13. Baranov V. B., Krasnobaev K. V. *Gidrodinamicheskaya teoriya kosmicheskoy plazmy* [Hydrodynamic theory of cosmic plasma]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 336 p.
 14. Whitham G. B. *Linear and nonlinear waves*. New York, Wiley Publ., 1974. 635 p. (Rus. ed.: Uizem Dzh. *Lineynye i nelineynye volny*. Moscow, Mir Publ., 1977. 622 p.).
 15. Malitson H. H., Fainberg J., Stone R. G. A density scale for the interplanetary medium from observations of a type solar radio burst out to 1 astronomical unit. *Astroph. J. Letters*. 1973, vol. 183, no. 1, pp. L35–L38.
 16. Saito M. Transport of mechanical energy in the solar atmosphere. *Publ. Astroph. Soc. Japan*. 1964, vol. 16, pp. 179–188.

Поступила (received) 14.11.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Дослідження руху магнітогазодинамічних ударних хвиль в неоднорідному плазмовому середовищі методом Уізема / А. А. Боева // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Х. : НТУ «ХПІ», 2017. – № 55 (1276). – С. 21–25. – Бібліогр.: 16 назв. – ISSN 2079-0023.

Исследование движения магнитогазодинамических ударных волн в неоднородной плазменной среде методом Уизема / А. А. Боева // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Системний аналіз, управління та інформаційні технології. – Х. : НТУ «ХПІ», 2017. – № 55 (1276). – С. 21–25. – Бібліогр.: 16 назв. – ISSN 2079-0023.

Investigation of magnetohydrodynamical shock waves propagation in nonhomogeneous plasma medium by Whitham method / А. А. Boyeva // Bulletin of National Technical University "KhPI". Series: System analysis, control and information technology. – Kharkov : NTU "KhPI", 2017. – No. 55 (1276) . – P. 21–25. – Bibliogr.: 16. – ISSN 2079-0023.

Відомості про автора / Сведения об авторе / About the Author

Боева Анна Анатоліївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних НТУ «ХПІ», тел. 095-323-85-33, e-mail: annaboeva19@gmail.com

Боева Анна Анатольевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры компьютерной математики и анализа данных НТУ «ХПИ», тел. 095-323-85-33, e-mail: annaboeva19@gmail.com

Boyeva Anna Anatoliyivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Ph. D.), Associate Professor of the Computer Mathematics and Data Analysis Department of the National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute"; tel.: 095-323-85-33; e-mail: annaboeva19@gmail.com