

М. М. РЕЗИНКИНА, д-р техн. наук, вед. науч. сотр., НТЦ МТО НАН Украины, Харьков;

О. Л. РЕЗИНКИН, д-р техн. наук, зав. каф., НТУ «ХПИ»;

Е. Е. СВЕТЛИЧНАЯ, аспирант, НТУ «ХПИ»

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ДЛИННЫХ ПРОВОДЯЩИХ КАНАЛОВ

Приведены аналитические выражения для потенциалов и напряженностей электрического поля в окрестности тонких электропроводных стрежней, которые имитируют лидерный канал молнии. Рассмотрены случаи замены канала равномерно заряженной нитью, а также электропроводным эллипсоидом, на котором есть свободный заряд, и эллипсоидом, который находится в равномерном внешнем электрическом поле. Оценено влияние различных моделей лидерного канала молнии на величины таких параметров как емкость, заряд, распределение потенциалов и напряженностей электрического поля.

Ключевые слова: потенциалы и напряженности электрического поля, тонкие электропроводные стрежни, электропроводный эллипсоид, емкость, заряд.

Введение. При нахождении распределения вероятности поражения молнией защищаемой территории и выборе средств молниезащиты требуется информация об уровнях напряженности электрического поля (ЭП) в рассматриваемых системах. Такие системы содержат тонкие вытянутые проводящие объекты, длина которых на несколько порядков превышает их диаметр. К таким объектам относятся как лидерный канал молнии, продвигающийся к земле в условиях грозовой обстановки, так и молниеотводы.

Значение емкости лидерного канала молнии C_L необходимо для определения связи между его зарядом Q_L , разрядным током возвратного удара главной стадии молнии I_L и ее потенциалом U_L . Величина тока возвратного удара главной стадии молнии может быть измерена. В настоящее время систематизированы экспериментальные данные о вероятности удара молнии с определенной величиной разрядного тока [1]. Из экспериментальных данных получены также зависимости, связывающие заряд, переносимый к земле лидерным каналом молнии, с током возвратного удара – см. рис. 1 [2 - 4].

1 Аналитические представления ЭП и емкости лидерного канала молнии. В инженерных расчетах для оценки параметров ЭП в окрестности тонкого проводящего канала, как правило, используется его замена нитью, вдоль которой равномерно распределен заряд (см. например [5, 6]). При этом выражение для потенциала тонкой заряженной нити длиной $2a$ записывается в виде [6, с. 96]:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0\epsilon a} \cdot \ln \frac{\sqrt{(y_1 + a)^2 + x_1^2 + z_1^2} + y_1 + a}{\sqrt{(y_1 - a)^2 + x_1^2 + z_1^2} + y_1 - a}, \quad (1)$$

где Q – заряд нити; x, y, z – координаты точки наблюдения; x_1, y_1, z_1 – расстояния между центром нити и точкой наблюдения в направлениях X, Y, Z соответственно (нить расположена параллельно оси OY); ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится заряженная нить; $\epsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11}$ Ф/м.

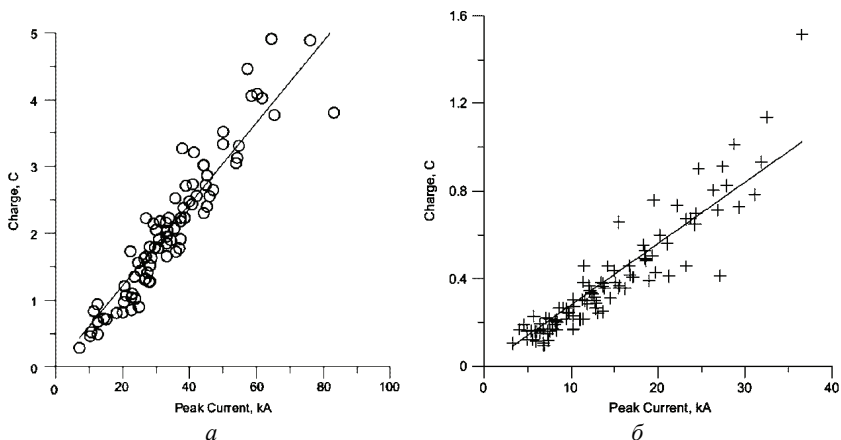


Рисунок 1 – Заряд лидерного канала молнии, нейтрализованный в первые 100 мкс (*a*) и 50 мкс (*б*) возвратного удара [2 - 4]

Этот подход используется для определения емкости провода, имеющего длину L и радиус r , причем его потенциал полагается равным потенциалу на поверхности провода в его середине [6, с. 99]):

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln(L/r)} \cdot L. \quad (2)$$

Данная формула используются также для нахождения параметров лидерного канала молнии [7, 8].

При таком подходе не учитывается реальная ситуация, когда постоянным вдоль длины стержня остается потенциал, а не плотность заряда. Проводимость лидерного канала молнии достаточно велика. Так, в [7, с. 61] отмечается, что уровень напряженности ЭП в канале лидера для тока порядка 1 А не превышает 10^4 В/м, а значит величина его погонного сопротивления составляет порядка 10^4 Ом/м. Таким образом, падение напряжения на лидерном канале при его длине, например, в 1 км составляет до 10 МВ, в то время, как уровни потенциала молнии достигают 100 МВ. Это значит, что при оценке электрических параметров лидерного канала молнии в некотором приближе-

нии его допустимо полагать эквипотенциальным.

С учетом вышеизложенного, при определении электрических параметров лидерного канала молнии более корректным представляется использование аналитического решения для потенциала ЭП свободных зарядов на проводящем эллипсоиде [9, с. 189]:

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{R_{\xi}}, \quad (3)$$

где Q – полный заряд эллипсоида; $R_{\xi} = \sqrt{(\xi + a^2)(\xi + b^2)(\xi + c^2)}$ (см. [9, с. 62]); a, b, c - полуоси эллипсоида.

После некоторых преобразований, выражения для потенциала и поверхностной плотности зарядов (σ) на вытянутом эллипсоиде при $a \gg b = c$ (большая полуось параллельна оси OY), уравнение которого имеет вид (при $\xi = 0$):

$$\frac{x^2}{b^2 + \xi} + \frac{y^2}{a^2 + \xi} + \frac{z^2}{b^2 + \xi} = 1, \quad (4)$$

записываются следующим образом [9, с. 190]:

$$\varphi = \frac{1}{8\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{Q}{\sqrt{a^2 - b^2}} \cdot \ln \frac{\sqrt{\xi + a^2} + \sqrt{a^2 - b^2}}{\sqrt{\xi + a^2} - \sqrt{a^2 - b^2}}; \quad (5)$$

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi ab^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{x^2}{b^4} + \frac{y^2}{a^4} + \frac{z^2}{b^4}}}. \quad (6)$$

При расчете емкости лидерного канала молнии следует учитывать, что реальному ЭП в условиях грозовой обстановки соответствует система, представляющая собой две бесконечные проводящие плоскости (земля с нулевым потенциалом и находящиеся над ней на высоте H_L имеющие потенциал U_L грозовые облака), в области между которыми средняя напряженность ЭП $E_0 = U_L/H_L$. Из верхней плоскости к нижней распространяется лидерный канал молнии, имеющий длину L_L и радиус поперечного сечения r_L , потенциал которого близок к U_L . При этом для достаточно больших расстояний между вершиной лидерного канала и землей структура ЭП будет такой же, как при расположении в ЭП с напряженностью E_0 проводящего канала длиной $2 \cdot L_L$, середина которого находится на высоте H_L над землей. Тогда, учитывая, что длина и заряд такого канала в 2 раза меньше, чем провода длиной $2L_L$, получим из (5) выражение для его заряда (при $\xi = 0, a \gg b = c$):

$$Q = \varphi \cdot \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln(2 \cdot L_L / r_L)} \cdot L_L. \quad (7)$$

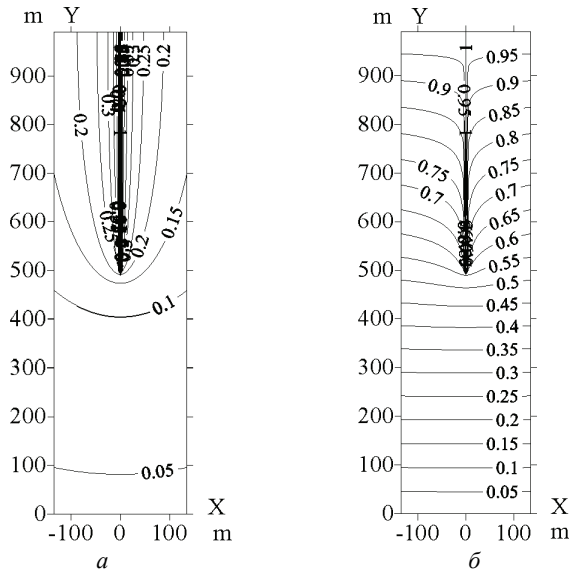


Рисунок 2 – Рассчитанные распределения линий равного потенциала $\varphi^* = \varphi/U_L$:
 а - модель «заряженный эллипсоид»; б - модель «эллипсоид во внешнем однородном ЭП»

Распределение линий равного потенциала ЭП, рассчитанное в соответствии с (5) и совпадающее с распределением, рассчитанным с помощью (1), представлено на рис. 2, а. Расчет выполнен для системы, имитирующей приближающийся к земле в условиях грозовой обстановки лидерный канал молнии при следующих параметрах: $L_L = a = 500$ м – длина лидера, $r_L = b = c = 0,005$ м – эквивалентный радиус поперечного сечения лидерного канала, $H = 500$ м – расстояние от края эллипсоида до нижней плоскости (земли), $H_L = Y_{max} = a + H = 1000$ м - расстояние между находящимися под потенциалом плоскостями (землей и облаками), $U_{ellips} = U_L$ - потенциал эллипсоида, полагаемый равным потенциалу грозовых облаков, $\varphi^* = \varphi/U_L$ - потенциал в относительных единицах, $E^* = E/E_{baz}$ - напряженность ЭП в относительных единицах, $E_{baz} = 1$ В/ H_L , $U_L = 10$ МВ. При этом полный заряд эллипсоида рассчитывается в соответствии с (7) при $\varphi = U_L$.

На рис. 3, а и 3, б показаны распределения потенциала, рассчитанные по (1) и (5) соответственно. Из этих распределений видно, что для весьма длинных проводящих стержней распределения потенциалов для случаев равномерно заряженной нити (см. рис. 3, а) и проводящего эллипсоида (см. рис. 3, б) практически совпадают не только во внешней области (см. рис. 2, а), но и на самих стержнях за исключением зоны вблизи края стержня. Совпадают также значения емкости (2) и заряда (7).

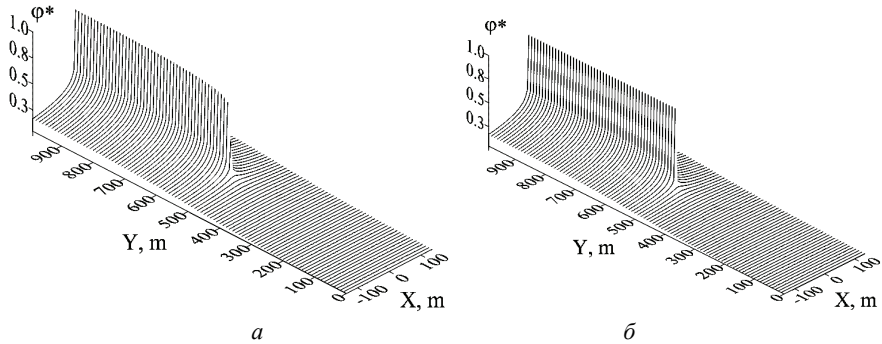


Рисунок 3 – Рассчитанные распределения потенциала. *a* - модель «заряд, равномерно распределенный по нити»; *б* - модель «заряженный эллипсоид»

2 Представление лидерного канала молнии в виде электропроводного эллипсоида во внешнем ЭП. Структура ЭП, когда его источником является заряд, распределенный по лидерному каналу молнии, не соответствует описанной выше модели, включающей две потенциальные плоскости. Для описания такого ЭП может быть использовано другое известное аналитическое решение для проводящего стержня, находящегося во внешнем электрическом поле (см. например [9, с. 190]). Если центр эллипсоида совпадает с началом координат, и он находится в однородном ЭП напряженностью E_0 , выражение для потенциала вне эллипсоида имеет вид [9, с. 191]:

$$\varphi = E_0 \cdot y \cdot \left[1 - \frac{1}{\int_0^\infty \frac{d\xi}{(\xi + a^2)R_\xi}} \int_\xi^\infty \frac{d\xi}{(\xi + a^2)R_\xi} \right]. \quad (8)$$

Распределение линий равного потенциала ЭП, рассчитанное в соответствии с (8) для ранее описанной системы, имитирующей приближающийся к земле в условиях грозовой обстановки лидерный канал молнии, представлено на рис. 2б. Как видно из сравнения рис. 2, *a* и 2, *б*, характерные особенности распределения ЭП для случая представления проводящего канала в виде заряженного эллипсоида, а также эллипсоида во внешнем ЭП существенно отличаются.

Проинтегрировав по x и y выражения для потенциала (5), получим компоненты напряженности ЭП в окрестности заряженного эллипсоида:

$$|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2},$$

где
$$E_x = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x}; \quad E_z = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial z}; \quad E_y = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial y};$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{Q}{8\pi \epsilon_0 \epsilon} \cdot \frac{1}{\sqrt{\xi + a^2} \cdot (\xi + b^2)}; \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = x \cdot \left[1 - \frac{f_1 - a^2}{\sqrt{f_1^2 - f_2}}\right]; \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = z \cdot \left[1 - \frac{f_1 - a^2}{\sqrt{f_1^2 - f_2}}\right];$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = y \cdot \left[1 - \frac{f_1 - b^2}{\sqrt{f_1^2 - f_2}}\right]; \quad f_1 = -\frac{(a^2 + b^2) - [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]}{2};$$

$$f_2 = a^2 b^2 - b^2 \cdot [(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2] - a^2 \cdot (y - y_0)^2; \quad \xi = -f_1 \pm \sqrt{f_1^2 - f_2},$$

$\xi > -b^2$ [9, с. 61]; x_0, y_0, z_0 – координаты центра эллипсоида.

Проинтегрировав (8) по x и y , получим аналогичные выражения для проводящего эллипсоида в параллельном поле напряженностью E_0 .

На рис. 4 представлены результаты расчета модуля напряженности ЭП для случаев использования формул, полученных в предположении, что источником ЭП является заряд на проводящем эллипсоиде (см. рис. 4, а), а также формул, полученных для случая, когда эллипсоид располагается во внешнем ЭП с напряженностью E_0 (см. рис. 4, б). Как видно из сравнения рис. 4, а и 4, б, напряженности ЭП для данных представлений проводящего канала существенно отличаться. Можно показать, что суммарный заряд стержней, имеющих одинаковый потенциал, в $0,5 \cdot H_L/L$ раз больше для моделей «равномерно распределенный по нити заряд» и «заряженный эллипсоид», чем для модели «эллипсоид во внешнем однородном ЭП».

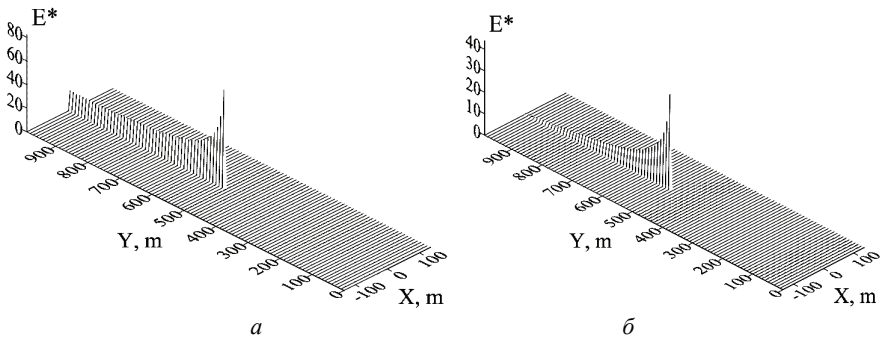


Рисунок 4 – Рассчитанные распределения напряженности ЭП $E = |E|/E_{\text{вaz}}$: а - модель «заряженный эллипсоид»; б - модель «эллипсоид во внешнем однородном ЭП»

Заключение. На основе анализа использования различных представлений лидерного канала молнии показано, что применение модели заряженного проводящего эллипсоида и модели равномерно распределенного по нити заряда дает практически одинаковые результаты электрических параметров длинных стержней. Данные результаты существенно отличаются от полученных при использовании модели «эллипсоид во внешнем однородном ЭП». Так, для рассмотренной системы, содержащей лидерный канал молнии в условиях грозовой обстановки, величина суммарного

заряда при том же потенциале разрядного канала в первом случае в 4 раза больше, чем во втором.

Список литературы: 1. IEC 62305-1. International standard «Protection against lightning – Part 1: General principles». – Geneva: IEC, 2010. – 67 p. 2. *Cooray V., Rakov V., Theethayi N.* The lightning striking distance – Revisited // J. Electrostatics. – 2007. – № 65. – P. 296-306. 3. *Berger K.* Methods and results of lightning records at Monte SanSalvatore from 1963–1971 // Bull. Schweiz. Elektrotech. – 1972. – Ver. 63. – P. 21403–21422. 4. *Berger K., Vogelsanger* Measurement and results of lightning records at Monte San Salvatore from 1955–1963 // Bull. Schweiz. Elektrotech. – 1965. – Ver. 56. – P. 2–22. 5. *Кучинский Г.С., Кизеветтер В.Е., Пинталь Ю.С.* Изоляция установок высокого напряжения. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 368 с. 6. *Круг К. А.* Физические основы электротехники. – М.-Л.: Государственное энергетическое издательство, 1946. – 472 с. 7. *Базелян Э.М., Ражанский И.М.* Искровой разряд в воздухе. – Новосибирск: Наука, 1988. – 165 с. 8. *Базелян Э.М., Райзер Ю.П.* Физика молнии и молниезащиты. – М.: Физматлит, 2001. – 319 с. 9. *Стрэттон Дж.А.* Теория электромагнетизма. – М.-Л.: ОГИЗ, Гостехиздат, 1948. – 539 с.

Поступила в редколлегию 28.10.2013

УДК 621.317.42

Электрические параметры длинных проводящих каналов / М.М. Резинкина, О.Л. Резинкин, Е.Е. Светличная // Вісник НТУ «ХП». Серія: Техніка та електрофізика високих напруг. – Х.: НТУ «ХП», 2013. – № 60 (1033). – С. 108-114. – Бібліогр.: 9 назв.

Наведено аналітичні вирази для потенціалів і напруженостей електричного поля поблизу тонких електропровідних стрижнів, що імітують лідерний канал блискавки. Розглянуто випадки заміни каналу рівномірно зарядженою ниткою, а також електропровідним еліпсоїдом, на якому є вільний заряд, та еліпсоїдом, що знаходиться в рівномірному зовнішньому електричному полі. Оцінено вплив різних моделей лідерного каналу блискавки на значення таких параметрів як ємність, заряд, розподіл потенціалів та напруженостей електричного поля.

Ключові слова: потенціали та напруженості електричного поля, тонкі електропровідні стрижні, електропровідний еліпсоїд, ємність, заряд.

The analytical expressions for potentials and electric field intensity in the vicinity of thin conducting rods, simulating lightning leader channel have been presented. The cases of channel representation as a uniformly charged thread as well as a conducting ellipsoid with free charge and ellipsoid, located in uniform external electric field have been considered. Influence of the different representations of the lightning leader channel on the values of capacitance, charge, potentials' and electrical stress' distributions has been estimated.

Key words: potentials and electric field intensity, thin conducting rods, conducting ellipsoid, capacitance, charge.