

**Ю. В. КОСТЕНКО**, аспирант НТУ «ХПИ»

## **ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ НА ХАРАКТЕР ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМАХ: МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Для ряда виброударных машин характерным свойством их работы является то, что масса технологического груза, с которым происходит взаимодействие, не является постоянной. Это приводит к тому, что влияние на характер динамических процессов в системе «машина-груз», особенно в случае тяжелонагруженных машин, является фактором, который необходимо учитывать для получения достоверных и точных результатов. Задача о влиянии переменной массы на характер динамических процессов в виброударной системе уже была рассмотрена ранее, но в ней закон изменения массы был представлен в упрощенной форме в виде линейной и кусочно-линейной функций. В данной статье рассматривается задача о влиянии переменной массы технологического груза на характер протекающих динамических процессов. Закон изменения массы является не задаваемым априорно, а определяемым из условий колебаний корпуса виброударной машины и технологического груза, зависящим от диссипируемой энергии.

**Ключевые слова:** виброударная машина, динамические процессы, переменная масса, закон изменения массы, диссипируемая энергия, метод Рунге-Кутты.

**Введение.** Виброударные машины являются одним из тех классов машин, которые имеют весьма широкое применение в современной технике. При анализе динамики таких систем в подавляющем большинстве случаев используется достаточно простая постановка, представляющая собой двухмассовую систему, в которой присутствуют усилие ударного взаимодействия. Для такой системы решение может быть получено путем интегрирования системы дифференциальных уравнений движения. Контактная сила ударного взаимодействия обычно представляется в виде зависимости от относительной скорости и величины взаимного сближения (внедрения друг в друга) двух взаимодействующих тел. Характер этих зависимостей может иметь различный вид [1–9]. Это обусловлено рядом различных влияющих факторов (геометрической формой, свойства материала тела и т. п.) для каждого из рассматриваемых случаев.

Что характерно для этих случаев, так это то, что ключевые параметры системы – массы тел, жесткости связей, вязкости, являются постоянными в ходе интегрирования разрешающей системы уравнений. Это означает, что по результатам такого поиска можно получить характер динамического процесса лишь для какого-то конкретного набора параметров, который соответствует определенному интервалу времени. Этот интервал времени является малой частью всего временного промежутка, за который рассматриваемый объект выполняет операцию и который нас интересует как объект исследования в общей постановке задачи. Данное упрощение позволяет сделать описание процессов менее громоздкими и сложными, но при этом увеличивает степень несоответствия между моделью и реальным объектом. Такое несоответствие обусловлено тем, что для реального процесса многие из вышеперечисленных

параметров не являются константами (например, при осуществлении выбивки литейных деталей из песчано-глинистых форм снижение массы технологического груза составляет 50-70%; жесткость составных опорных пружин ступенчато может изменяться в 2 и более раз). Для повышения адекватности и степени соответствия с реальным объектом предлагается использовать в рассматриваемой модели переменные параметры, как зависящие от текущего состояния динамического процесса, так и оказывающие обратное влияние на дальнейший характер его протекания. Частично данная задача уже была реализована и более детально описана в работе [8].

Задача о моделировании динамических процессов в виброударных системах с частичным разрушением технологического груза была поставлена в статье [7]. Для того, чтобы описать силы ударного взаимодействия в простейших виброударных системах (рис. 1), применяется численное интегрирование системы уравнений

$$\{m_1 \ddot{w}_1 + C_1 \dot{w}_1 + H_1 w_1 + A \sin \omega t + m_1 g + F = 0; m_2 \ddot{w}_2 + m_2 g - F = 0, \quad (1)$$

где  $w_1$  и  $w_2$  - с точностью до направления перемещения тел 1 и 2 с массами  $m_1, m_2$  (возможно внедрение тел друг в друга);  $C_1, H_1$  - коэффициенты жесткости и вязкости системы поддресоривания тела 1;  $A, \omega$  - амплитуда и круговая частота внешней возбуждающей гармонической силы;  $g$  - ускорение свободного падения [1].

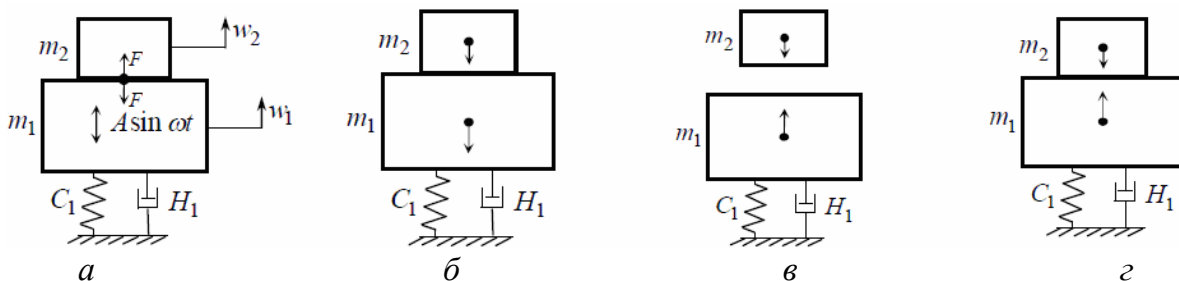


Рис. 1 – Виброударная система, состоящая из двух тел: а – г – расчетная схема.

В статье [7] предложена идея, которая состоит в новом представлении неотрицательной силы ударного взаимодействия  $F$  в виде функции относительного сближения  $\zeta = (w_1 - w_2)$  грузов 1 и 2 и скорости  $\dot{\zeta}$ , причем:

$$F = F(\zeta, \dot{\zeta}) \quad F = 0 \text{ при } \zeta < 0; \quad F = F^{\wedge} \geq 0 \text{ при } \zeta \geq 0; \quad (2)$$

$$F(\zeta, \dot{\zeta}) = F(\zeta, 0), \quad \dot{\zeta} < 0; \quad F(\zeta, \dot{\zeta}) > F(\zeta, 0) \text{ при } \dot{\zeta} > 0. \quad (3)$$

При этом в первом квадранте ( $\zeta > 0, \dot{\zeta} > 0$ ) функция  $F$  совпадает с ее представлением в виде степенного или иного функционального ряда, в частности, ряда Тейлора:

$$F^{\wedge}(\zeta, \dot{\zeta}) = \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \dot{\zeta} + \alpha_3 \zeta \dot{\zeta} + \dots \quad (4)$$

В статье [8] были описаны модификация данного подхода для случая, когда  $m_2 = m_2(t) \neq const$  и представлены результаты численного моделирования исследуемого процесса. При этом  $m_2$  представляется в виде заранее заданной функции (такое представление позволяет задать любой характер изменения массы груза, основываясь на теоретических либо экспериментальных данных).

В данной статье рассматривается движение технологического груза с медленно меняющейся (убывающей из-за частичного разрушения технологического груза) массой. Пренебрегая реактивной составляющей силы, действующей со стороны отделяемой части груза на оставшуюся его часть (вследствие малой, практически нулевой скорости разделения частей груза и того, что масса груза значительно превосходит массу отделяющихся частиц), получаем для описания динамики исследуемой системы упрощение системы уравнений

Однако при этом масса технологического груза  $m_k(t)$  не задается априори, а определяется условиями выбивки. В качестве модельного закона скорости разрушения (например, для песчано-глинистых комьев) примем следуя работе [10], дифференциальную зависимость

$$\frac{dm}{dt} = -K_e \cdot N^{\wedge}; m(0) = m_0, \quad (5)$$

где  $m_0$  - начальная масса груза;

$K_e$  - коэффициент, определяемый из экспериментов (отражает свойства материала кома и условия его изготовления);

$N^{\wedge} = \frac{dE^{\wedge}}{dt}(w_1, w_2, \dot{w}_1, \dot{w}_2)$  - мощность диссипируемой энергии  $E^{\wedge}$  в

системе во время ударного взаимодействия груза с машиной.

Учитывая, что за время единичного акта взаимодействия изменение массы груза  $\Delta m_i$  ( $i$  - номер ударного взаимодействия в серии ударов на протяжении технологической операции выбивки) незначительно по сравнению с текущей его массой, уравнение (5) можно записать в

приращениях, отнеся момент изменения массы к моменту разделения груза и машины после окончания ударного взаимодействия:

$$\Delta m_i = -K_e \cdot E_i^{\wedge}, \quad (6)$$

где  $E_i^{\wedge}$  - часть механической энергии, теряемой в ходе частичного неупругого взаимодействия за один удар.

В результате получаем связанную начальную задачу относительно переменных  $w_1, w_2, m_k$ , которую можно решать численно. В отличие от случаев, когда  $m(t)$  задается как функция, в данном случае  $m(t)$  определяется в ходе интегрирования системы разрешающих уравнений.

В качестве тестовой задачи рассмотрим случай для той же виброударной системы, что и в предыдущих работах. При этом коэффициент  $K_e$  будет варьировуемым.

**Постановка задачи.** Решение для данной задачи предлагается получить на основе тестовой виброударной системы. Рассматривается виброударная система, описанная в [1], обладающая следующими значениями параметров:  $m_1 = 15960 \text{ кг}$ ,  $m_2 = 5000 \text{ кг}$ ,  $C = 5280 \text{ кН/м}$ ,  $H = 127680 \text{ Н} \cdot \text{с/м}$ ,  $A = 293 \text{ кН}$ ,  $\nu = 16 \text{ Гц}$ ,  $C_{add} = 870 \text{ кН/м}$ .  $C_{add}$  - представляет собой компонент дополнительной жесткости, который в натурной модели реализован в виде пружины меньшего диаметра и длины, чем основная пружина. Длительность рассматриваемого процесса составляет 120с, которым соответствует 40000 шагов интегрирования. Таким образом, для моделирования одной секунды требуется прохождение 333 шагов интегрирования. На графиках и рисунках, которые будут представлены далее, продолжительность процесса представлена именно в количестве шагов интегрирования. Выбор длительности рассматриваемого процесса в 120с обусловлен тем, что по экспериментальным данным именно столько времени в среднем требуется для полного разрушения опоки.

Используя метод Рунге-Кутты для численного интегрирования системы уравнений (1) с нулевыми начальными условиями, получаем временные распределения для различных характеристик динамического процесса для исследуемой системы.

Моделирование влияния различных факторов на поведение виброударной системы (1) можно осуществить путем варьирования количества и типа членов в разложении функции  $F(4)$ . Для оценки влияния переменной массы на характер динамического процесса в системе предлагается использовать зависимость величины изменения массы от мощности диссипируемой энергии  $E^{\wedge}$  и коэффициента  $K_e$  для всего процесса движения.

**Математическая модель.** Для описания исследуемой тестовой виброударной системы используется система уравнений (1). При анализе многомассовых систем получение и последующее использование аналитического решения представляется достаточно сложным. В связи с этим, видится более целесообразным применение прямого численного интегрирования системы дифференциальных уравнений. Для этого можно воспользоваться схемой интегрирования по методу Рунге-Кутты [11], которая программно реализована в пакете символьных Maple. Для случая, когда  $\delta^* > 0$  (длительность импульса), получаем непрерывную функцию  $F_{\text{имп}}(t)$ . Если же шаг интегрирования  $\Delta$  задать значительно больше  $\delta^*$ , то можно получить численные решения, которые будут отражать поведение тестовой динамической системы с достаточной точностью.

**Результаты расчетов.** В данном подходе предлагается определять величину утраченной массы в ходе удара в зависимости от диссипируемой энергии  $E_i^{\wedge}$  и коэффициента  $K_e$  (7). При этом величина  $E_i^{\wedge}$  определяется в ходе численного интегрирования, а  $K_e$  задается на основании экспериментальных данных. На рисунке 2 представлен график, на котором отображена зависимость изменения массы от времени для текущего коэффициента  $K_e$ . Рисунок 3 представляет собой более подробную картину изменения массы на более коротком временном интервале.

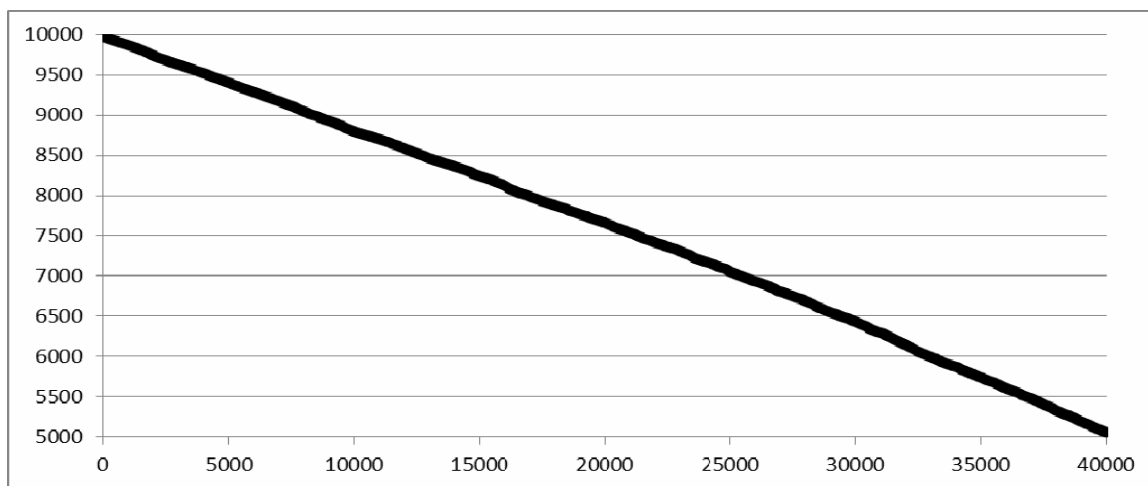


Рис. 2 – Изменение массы на интервале 120с

С целью исследования влияния коэффициента  $K_e$  на характер процесса было проведено исследование, в рамках которого данный коэффициент варьировался в обе стороны от базового значения таким образом, что максимальное отклонение составляет один порядок с разбитием каждого

интервала на 5 равных шагов. Эти шаги будут обозначены через индексы от -5 до +5. Данные исследования представлены на рисунках 4-7.

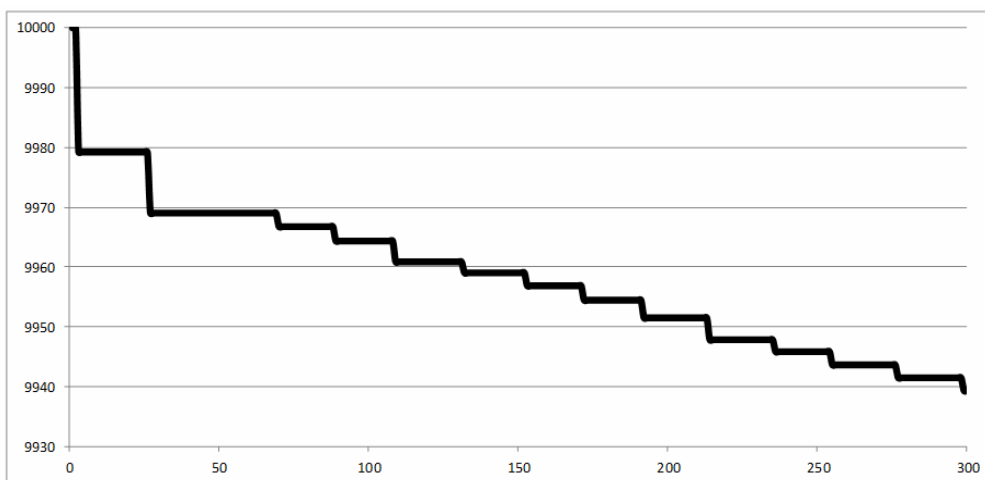


Рис. 3 – Изменение массы на интервале 1с

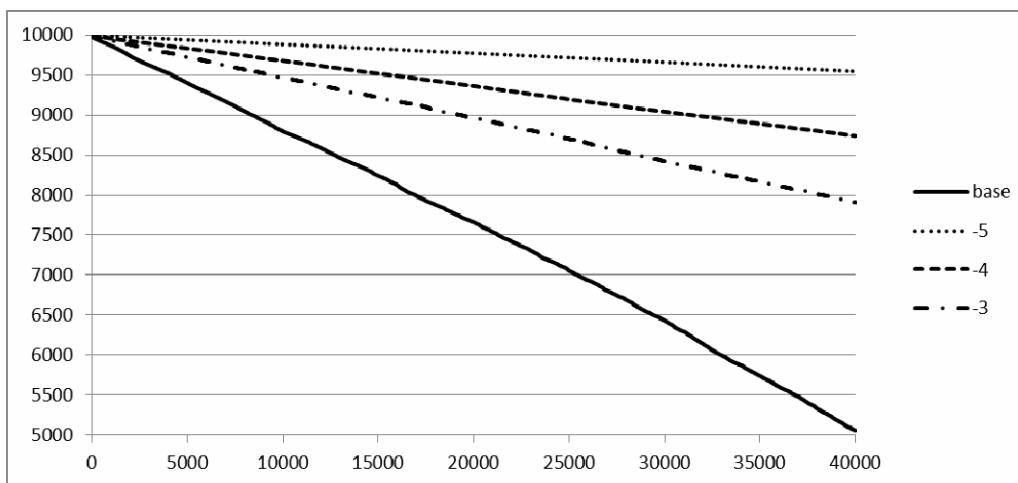


Рис. 4 - Изменение массы на шагах -5, -4, -3

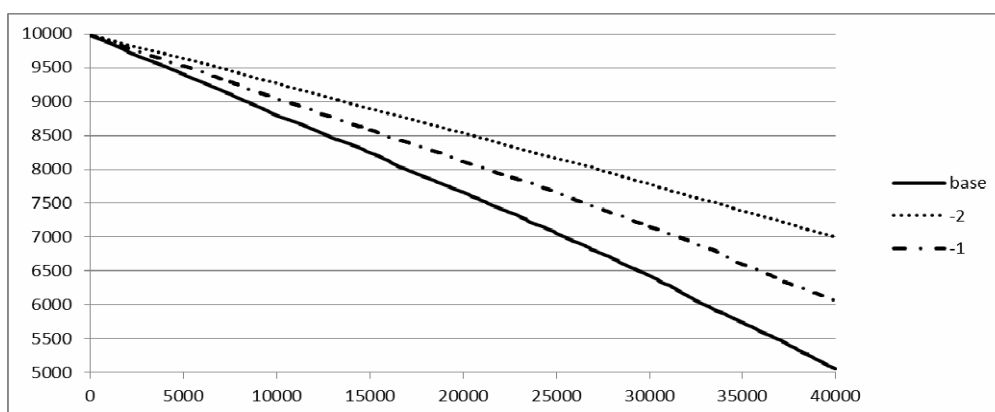


Рис. 5 - Изменение массы на шаге -2, -1

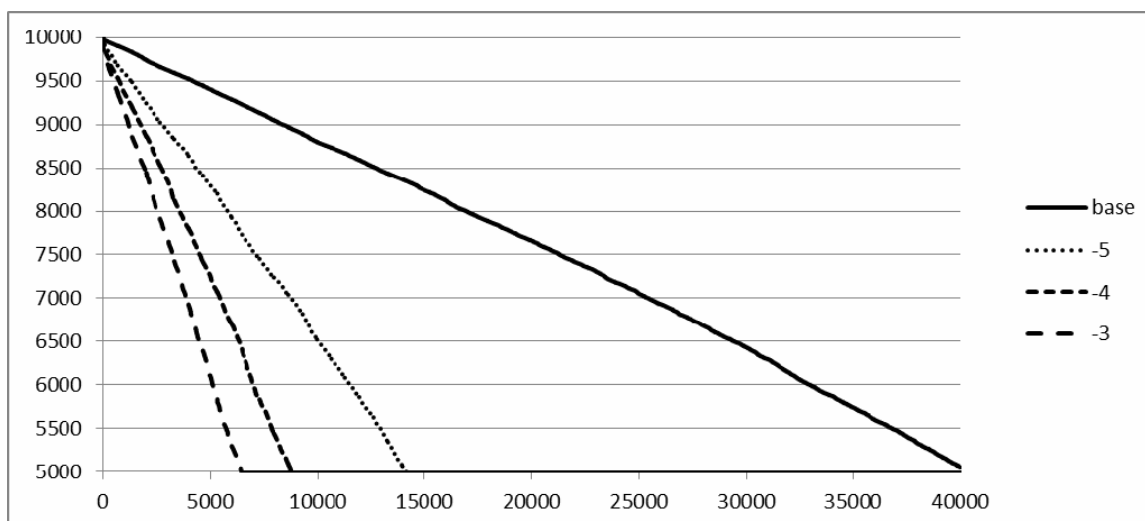


Рис. 6 - Изменение массы на шаге +1, +2, +3

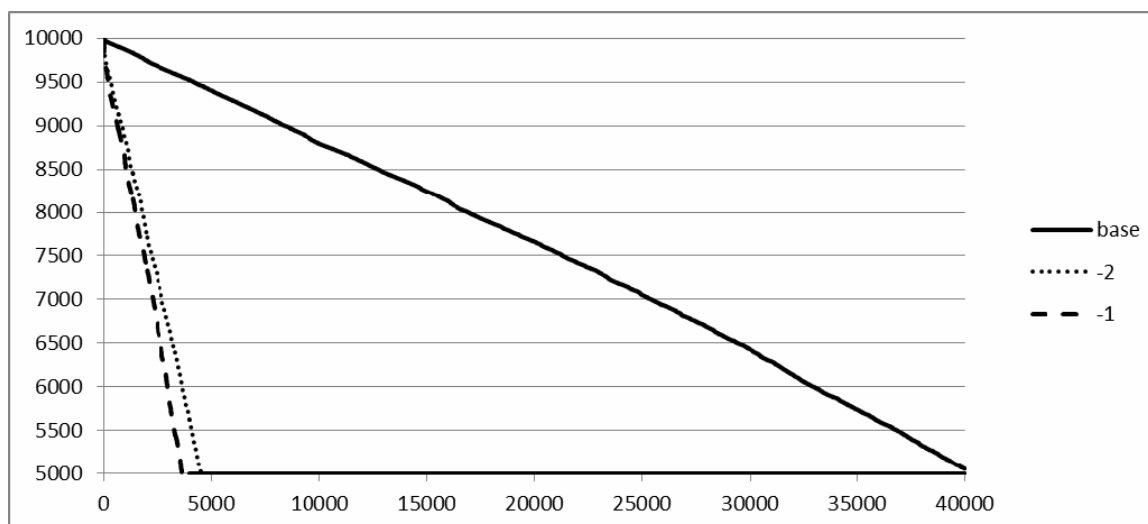


Рис. 7 - Изменение массы на шаге +4, +5

Также, было проведено сравнение результатов, полученных ранее для случая с предопределенным и жестко заданным законом изменения массы, и текущим случаем. Результаты сравнения можно увидеть на рисунках 8, 9, где  $m_E$  построена по результатам с учетом диссипируемой энергии, а  $m_L$  - заданный линейный закон изменения.

Как можно увидеть из рисунка 8, общий характер процесса, что для первого, что для второго случая очень схож, хотя и обладает некоторыми незначительными различиями, рисунки 8, 9 отражают характер изменения  $m_E$ ,  $m_L$  (в частности, наблюдается более быстрое изменение массы кома в начале процесса выбивки для второго случая).

Таким образом, можно утверждать, что одна из первоначальных гипотез о характере изменения массы нашла свое подтверждение по результатам дальнейших исследований.

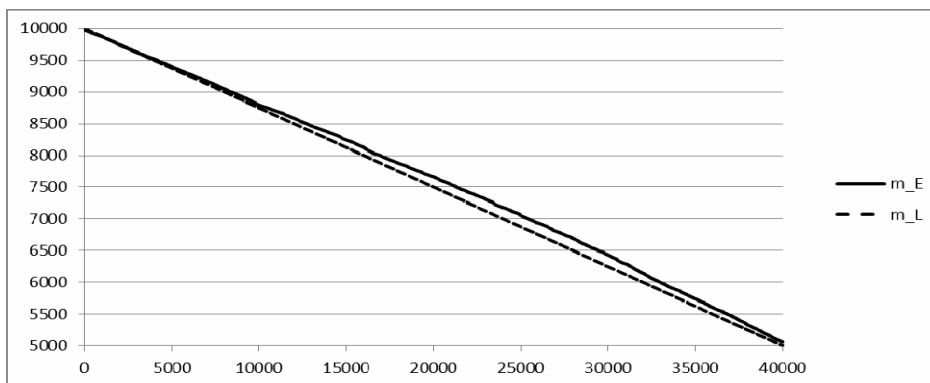


Рис. 8 – Сравнение характеров изменения масс, при различных способах задания

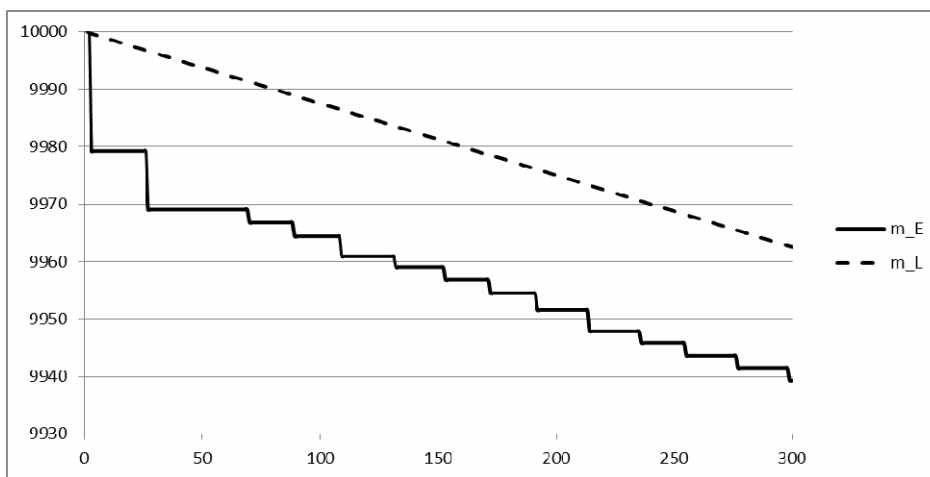


Рис. 9 – Сравнение характеров изменения масс, при различных способах задания

Ниже, на рисунках 10-11, приведены перемещения элементов системы с переменной массой, зависящей от величины диссипируемой энергии.

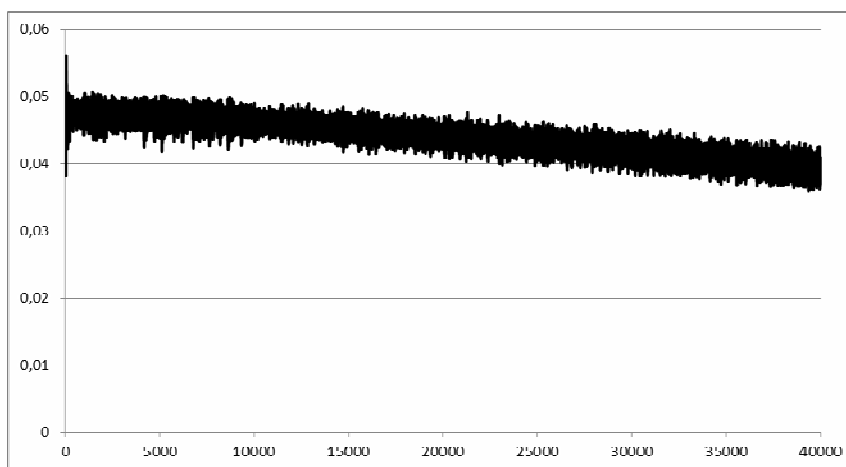


Рис. 10 – Характер изменения перемещений машины



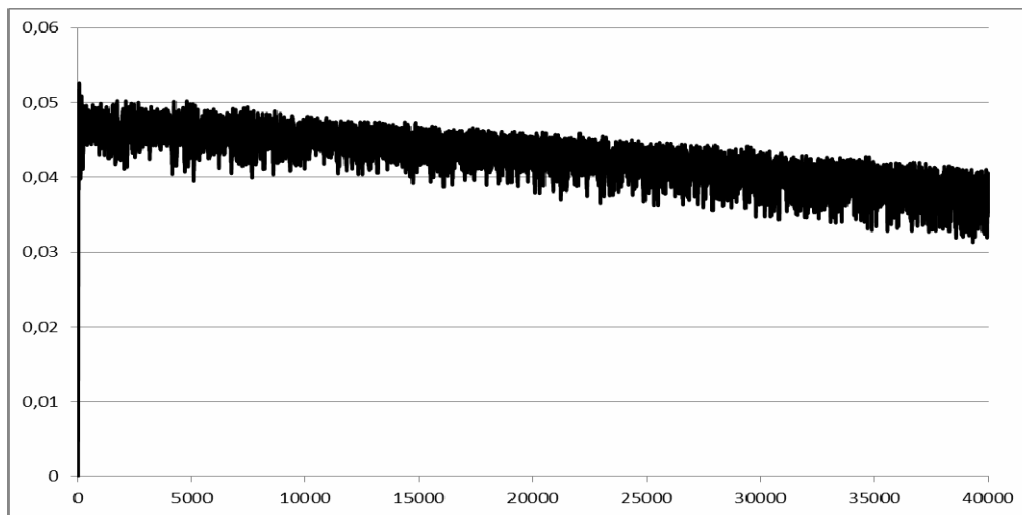


Рис.11 – Характер изменения перемещений кома

**Анализ результатов.** Полученные результаты дают основание заключить, что более корректным описанием процесса изменения массы в модели является описание на основе вычисления величины диссипированной энергии, поскольку оно не подчиняется стороннему навязанному закону, а само выполняется в соответствии с условиями и параметрами в самой системе. Для некоторых случаев (как и для данного в частности) возможно использование упрощенных моделей, содержащих предварительно заданные законы изменения массы.

**Выводы:**

1. Был разработан и протестирован подход, который позволяет учитывать переменную массу тела в системе, а также позволяет определять закон изменения массы в зависимости от энергии диссипируемой при соударении тел.
2. Был определен коэффициент, определяющий влияние свойств песчано-глиняной смеси на характер выбивного процесса.
3. По результатам многовариантного расчета было определено влияние коэффициента свойств песчано-глиняной смеси  $K_e$  на характер изменения массы и динамических процессов в системе.

Дальнейшее усовершенствование методов расчета виброударных систем, в частности подхода с использованием переменных во времени параметров является объектом дальнейших исследований.

**Список литературы:** 1. Грабовский А. В. О расчетно-экспериментальном моделировании динамических процессов в виброударных системах // *Механiка та машинобудування*. – Харків: НТУ „ХПІ”. – 2009. – № 1. – С. 119-129. 2. Грабовский А. В. Методы и алгоритмы верификации сил ударного взаимодействия в виброударных системах // *Східно-Європейський журнал передових технологій*. – Харків: УДАЗТ. – 2010. – № 3/9(45). – С. 42-46. 3. Баженов В. А., Погорелова О. С., Постникова Т. Г.и др. Сравнительный анализ способов моделирования контактного взаимодействия в виброударных системах // *Пробл. прочности*. – 2009. – № 4. – С.

69-77. **4.** Баженов В. А., Погорелова О. С., Постникова Т. Г. и др. Анализ динамики ударно-вибрационного майданчика при зміні його параметрів // Пробл. прочности. – 2008. – № 6. – С. 82-90. **5.** Ткачук Н. Н., Грабовский А. В., Ткачук Н. А. Подход к идентификации ударной модели для виброударной системы // Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь: СевНТУ. – 2010. – №110. – С. 55-60. **6.** *Вибрации в технике: Справочник в 6 томах.* – М.: Машиноведение. – 1981. **7.** Ткачук Н. А., Грабовський А. В., Ткачук Н. Н., Костенко Ю. В., Артемов И. В. Численное моделирование динамических процессов в виброударных системах // «Вісник НТУ «ХПІ». Тем. випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях, № 42, 2011. – С.179-187. **8.** Костенко Ю. В., Ткачук А. В., Грабовский А. В., Ткачук Н. Н. Изменение массы одного из компонентов и его влияние на характер динамических процессов в виброударных системах: модели и численные результаты // «Вісник НТУ «ХПІ». Тем. випуск: Машинознавство та САПР, № 1(975), 2013. — С. 71-85. **9.** Yu. Kostenko, M. M. Tkachuk, A. Grabovsky, M. A. Tkachuk Subharmonic modes in vibroimpact systems // Pp. 83-86. The Fourth International Conference «Nonlinear Dynamics – 2013». Proceedings. June, 19-22, 2013, Sevastopol (Ukraine) [Ю. В. Міхлін, М. В. Перепелкін Нелінійна динаміка / Тезиси доповідей 4-ої Міжнародної конференції (19-22 червня, 2013 р., Севастополь). – Х.: Вид-во «Точка», 2013. – 444 с.]. **10.** Горский А. И. Расчет машин и механизмов автоматических линий литейного производства. – М. Машиностроение, 1978. – 552 с. **11.** Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.

**Bibliography (transliterated):** **1.** Grabovskij A. V. O raschetno-jeksperimental'nom modelirovanii dinamicheskikh processov v vibroudarnyh sistemah. Mehanika ta mashinobuduvannja. – Harkiv: NTU „HPI”. – 2009. – № 1. **2.** Grabovskij A. V. Metody i algoritmy verifikacii sil udarnogo vzaimodejstvija v vibroudarnyh sistemah. Shidno-Єvropejs'kij zhurnal peredovih tehnologij. – Harkiv: UDAZT. – 2010. – № 3/9(45). **3.** Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G. i dr. Sravnitel'nyj analiz sposobov modelirovanija kontaktного vzaimodejstvija v vibroudarnyh sistemah. Probl. prochnosti. – 2009. – № 4. **4.** Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G. i dr. Analiz dinamiki udarno- vibracijnogo majdanchika pri zmini jogo parametriv. Probl. prochnosti. – 2008. – № 6. **5.** Tkachuk N. N., Grabovskij A. V., Tkachuk N. A. Podhod k identifikacii udarnoj modeli dlja vibroudarnoj sistemy. Visnik SevNTU. Mehanika, energetika, ekologija. – Sevastopol': SevNTU. – 2010. – №110. **6.** *Vibracii v tehnike: Spravochnik v 6 tomah.* – Moscow: Mashinovedenie. – 1981. **7.** Tkachuk N. A., Grabovs'kij A. V., Tkachuk N. N., Kostenko Ju. V., Artemov I. V. Chislennoe modelirovanie dinamicheskikh processov v vibroudarnyh sistemah // «Visnik NTU «HPI». Тем. випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях, № 42, 2011. **8.** Kostenko Ju. V., Tkachuk A. V., Grabovskij A. V., Tkachuk N. N. Изменение массы одного из компонентов и его влияние на характер динамических процессов в виброударных системах: модели и численные результаты // «Вісник НТУ «ХПІ». Тем. випуск: Машинознавство та САПР, № 1(975), 2013. **9.** Yu. Kostenko, M. M. Tkachuk, A. Grabovsky, M. A. Tkachuk Subharmonic modes in vibroimpact systems. The Fourth International Conference «Nonlinear Dynamics – 2013». Proceedings. June, 19-22, 2013, Sevastopol (Ukraine) [Ju. V. Mihlin, M. V. Perepelkin Nelinijna dinamika. Tezisi dopovidej 4-ої Mizhнародної конференції (19-22 червня, 2013 р., Севастополь). – Kharkiv: Vid-vo «Tochka», 2013. **10.** Gorskij A. I. Raschet mashin i mehanizmov avtomaticheskikh linij litejnogo proizvodstva. – Moscow. Mashinostroenie, 1978. **11.** Forsajt Dzh. Mashinnye metody matematicheskikh vychislenij / Dzh. Forsajt, M. Mal'kol'm, K. Mouler. – Moscow: Mir, 1980.

*Поступила (received) 01.04.2014*