

УДК 539.3

Ю.В. КОСТЕНКО**ПЕРЕМЕННАЯ МАССА ЭЛЕМЕНТОВ В ВИБРОУДАРНЫХ СИСТЕМАХ: МОДЕЛИ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

Изменение массы технологического груза для виброударных машин является достаточно частым явлением. В случае, когда массы тел являются соизмеримыми, а количество утраченной массы – значительным, то существенным образом меняются и параметры системы. Происходит изменение спектра собственных частот колебаний и в некоторых случаях – характера колебаний. В данной статье рассматривается задача о влиянии переменной массы технологического груза на характер динамических процессов, проводится сравнение временных распределений перемещений при различных характерах изменения. Приводится уточненное описание подхода, ставящего в зависимость количество утрачиваемой массы технологического груза от диссипированной энергии.

Ключевые слова: виброударная машина, динамические процессы, переменная масса, характер изменения массы, диссипируемая энергия, метод Рунге-Кутты.

Введение. Виброударные машины достаточно широко используются в настоящее время. Для их анализа обычно используют расчетную модель в виде двухмассовой системы. Решение для системы уравнений ищется путем интегрирования системы дифференциальных уравнений движения. Контактная сила ударного взаимодействия обычно представляется в виде зависимости от относительной скорости и величины взаимного сближения (внедрения друг в друга) двух взаимодействующих тел [1–9].

В большинстве случаев параметры системы – массы тел, жесткости связей, вязкости представляются как постоянные в ходе интегрирования разрешающей системы уравнений. Такая постановка для случая, когда один из элементов системы имеет изменяемую массу, является упрощением, которое позволяет сделать описания процессов менее громоздкими и сложными, но при этом увеличивает степень несоответствия между моделью и реальным объектом. Это означает, что по результатам такого поиска можно получить характер динамического процесса лишь для какого-то конкретного набора параметров, который соответствует определенному моменту времени, а не всему временному промежутку. В случае малого изменения параметра влияние может быть несущественным, и пренебрежение им является допустимым, однако для случаев, когда параметры меняются значительным образом, их целесообразно учитывать для обеспечения адекватности и точности результатов. Данная задача нашла свое частичное решение в работах [8, 10].

Задача о моделировании динамических процессов в виброударных системах с частичным разрушением технологического груза была поставлена в статье [7]. Виброударная система описывается системой уравнений (1). Решение для системы дифференциальных уравнений движения находится методом численного интегрирования методом Рунге-Кутты системы уравнений.

$$\begin{cases} m_1 \ddot{w}_1 + C_1 \dot{w}_1 + H_1 w_1 + A \sin \omega t + m_1 g + F = 0 \\ m_2 \ddot{w}_2 + m_2 g - F = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где w_1 и w_2 – с точностью до направления перемещения тел 1 и 2 с массами m_1, m_2 (возможно

внедрение тел друг в друга в результате локального их деформирования в зоне контакта); C_1, H_1 – коэффициенты жесткости и вязкости системы поддрессоривания тела 1; A, ω – амплитуда и круговая частота внешней возбуждающей гармонической силы; g – ускорение свободного падения [1].

Представление силы ударного взаимодействия F более подробно описано в работе [7]. Описание изменения массы по заранее заданной функции (линейный и кусочно-линейный характер) представлено в статье [8]. В работе же [10] предлагается подход для описания характера изменения массы в зависимости от количества диссипированной энергии. При этом вводится коэффициент (K_e), определяемый из экспериментов (отражает физико-механические свойства материала кома и условия его изготовления). Он вводится как усреднённая постоянная для всего процесса взаимодействия, но, как можно предположить, сопротивляемость материала кома к разрушению может изменяться со временем. Таким образом, для описания этого можно использовать набор значений $K_e(2)$.

$$K_e = \begin{cases} K_e^1 = \tau_1 \\ \dots\dots\dots \\ K_e^i = \tau_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2)$$

В результате, можно задавать различную сопротивляемость разрушению для различных этапов выбивки (большая часть массы технологического груза утрачивается в начале или в конце технологического процесса).

В качестве тестовой задачи рассмотрим случай для той же двухмассовой виброударной системы, что и в предыдущей работе [10]. При этом коэффициент K_e будет подобран таким образом, чтобы на начальных ударах количество утраченной массы было больше, чем в случае, когда он постоянен.

Постановка задачи. Данная задача решается на основе тестовой виброударной системы. Рассматривается двухмассовая виброударная система, описанная в [1], со следующими параметрами:

$m_1 = 15960$ кг, $m_2 = 5000$ кг, $C = 5280$ кН/м,
 $H = 127680$ Нс/м, $A = 293$ кН, $\nu = 16$ Гц,
 $C_{add} = 870$ кН/м. Рассматривается процесс

длительностью 120 с, которым соответствует 40000 шагов численного интегрирования, что обеспечивает 333 шага на 1 секунду рассматриваемого процесса.

В результате численного интегрирования системы дифференциальных уравнений движения (1) методом Рунге-Кутты с нулевыми начальными условиями, получаем временные распределения для характера постепенного изменения массы технологического груза.

Математическая модель. В работе используется система дифференциальных уравнений (1). Функция, описывающая вид силы ударного взаимодействия является негладкой. Получение аналитического решения для многомассовых систем является достаточно трудоемким и сложным процессом. По этой причине для решения данной задачи используется метод прямого численного интегрирования системы дифференциальных уравнений по методу Рунге-Кутты [11], который программно реализован в различных пакетах компьютерной алгебры, в том числе и в Maple, который был использован для решения данной задачи.

Результаты расчетов. Варьирование K_e проводилось таким образом, чтобы $K_e \max = 10 \cdot K_e$, а $K_e \min = 0,1 \cdot K_e$. На рисунке 1 представлен график, на котором отображена зависимость изменения массы в зависимости от диссипированной энергии для текущего значения коэффициента K_e , а также характер изменения массы первую секунду процесса.

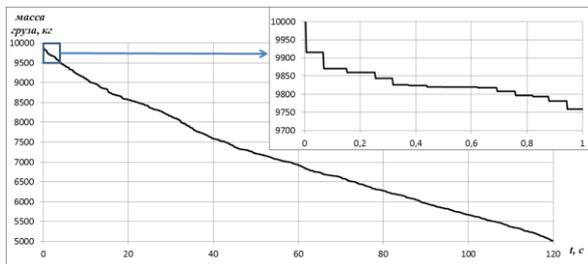


Рис. 1 – Изменение массы технологического груза на интервале 120с

Сравнение временного распределения изменения массы в зависимости от диссипации энергии с линейным характером изменения массы технологического груза представлено далее на рисунках 2-3 (K_e – кривая, описывающая изменение массы в зависимости от диссипированной энергии; Linear – кривая, описывающая изменение массы по линейной зависимости от времени).

Как можно увидеть из них, различия в характерах изменения массы являются более существенными, чем полученные в работе [10].

Затем было проведено варьирование величины коэффициента K_e в стороны уменьшения и увеличения. Для этого были использованы множители [0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8] для уменьшенных значений и

множители [1, 2, 4, 6, 8, 10] – для увеличенных. Уменьшенные значения коэффициента K_e позволяют моделировать более медленное разрушение технологического груза, на рассматриваемом временном интервале, в сравнении с базовым значением, а увеличенные – случай скоротечной утраты массы. На рисунках 4-7 приведено сравнение временных распределений изменения массы для различных значений коэффициента K_e в сравнении с первоначальной его величиной, аналогичное представленному ранее в работе [10].

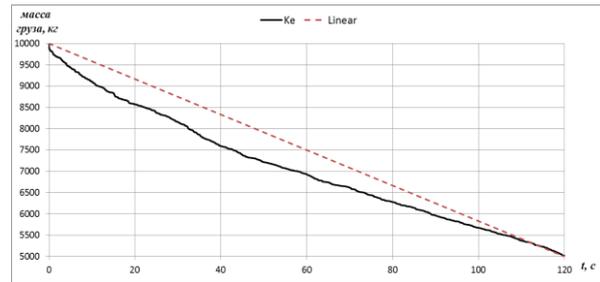


Рис. 2 – Сравнение характеров изменения масс, при различных способах задания

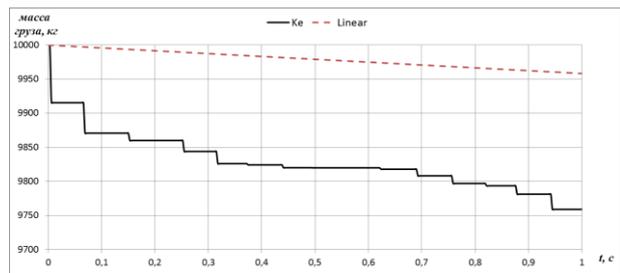


Рис. 3 – Сравнение характеров изменения масс, при различных способах задания

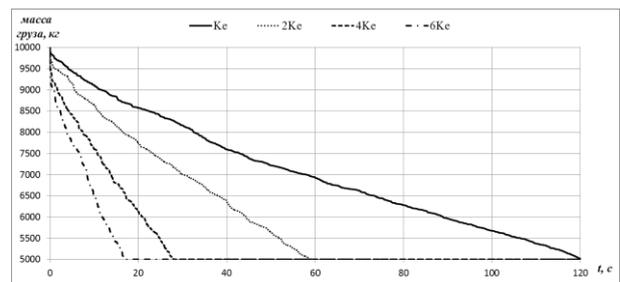


Рис. 4 – Сравнение характеров изменения масс при увеличении K_e

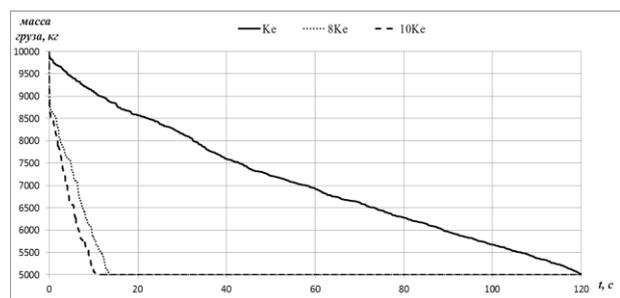


Рис. 5 – Сравнение характеров изменения масс при увеличении K_e

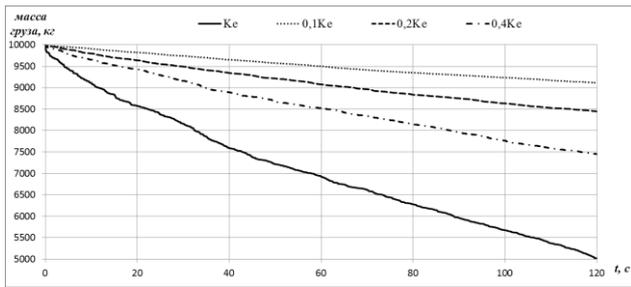


Рис. 6 – Сравнение характеров изменения масс при уменьшении K_e

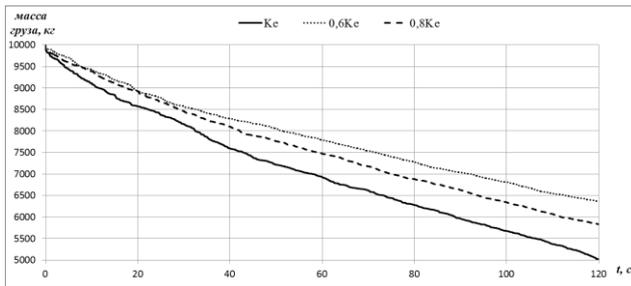


Рис. 7 – Сравнение характеров изменения масс при уменьшении K_e

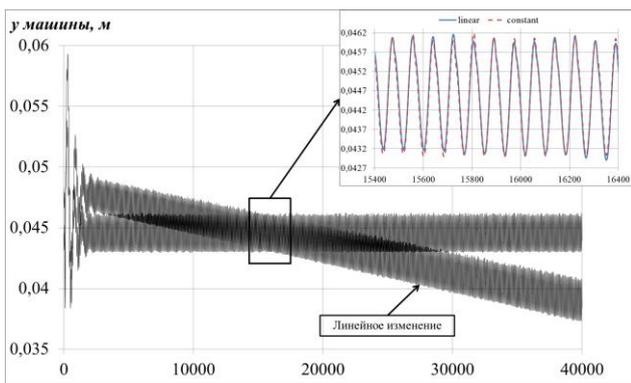


Рис. 8 – Сравнение характеров вертикальных перемещений во времени при постоянной массе и изменяемой линейно

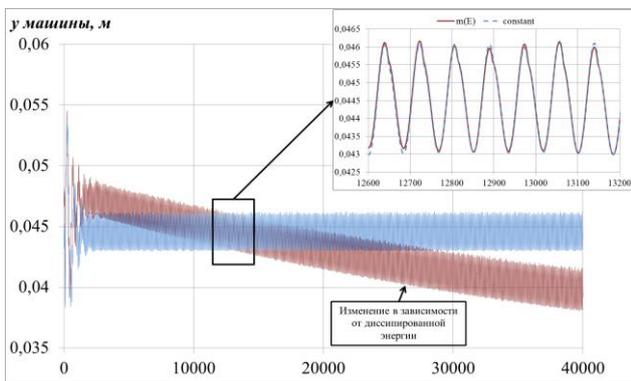


Рис. 9 – Сравнение характеров вертикальных перемещений во времени при постоянной массе и изменяемой в зависимости от диссипируемой энергии

Проведем сравнения временных распределений перемещений одного из тел. На рис. 8 представлены перемещения корпуса виброударной машины для случаев с постоянной массой технологического груза

и изменяемой по линейному закону. Результаты представлены на временном интервале 30с.

Проведем аналогичное сравнение для случаев постоянной массы и массы, убывающей в зависимости от диссипированной при ударе энергии (рис. 9). Также, для большей наглядности, на рисунках 10-11 представлены распределения перемещений на одном периоде колебаний. Необходимо при этом отметить, что относительно начала рассматриваемого процесса, это разные моменты времени (как показано на рис. 8-9).

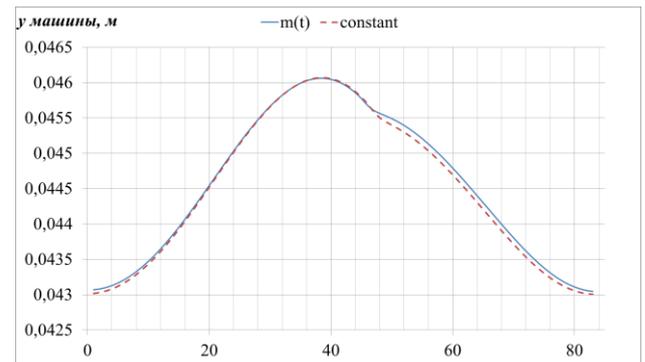


Рис. 10 – Сравнение характеров вертикальных перемещений во времени на одном периоде при постоянной массе и изменяемой линейно от времени

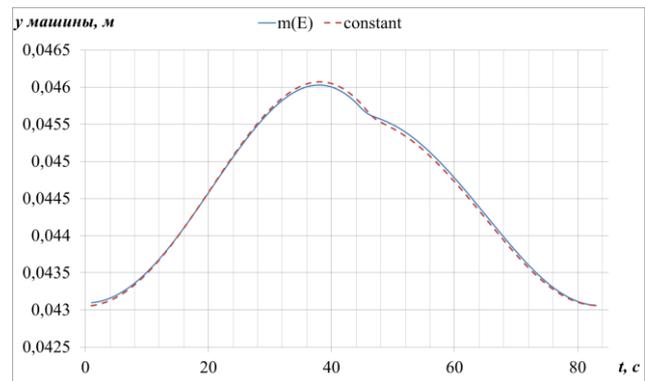


Рис. 11 – Сравнение характеров вертикальных перемещений во времени на одном периоде при постоянной массе и изменяемой в зависимости от диссипируемой энергии

Как можно увидеть из рисунков 8-9 и 10-11, характер процесса, что для первого, что для второго случая весьма схож с точки зрения попарного сравнения временных распределений перемещений корпуса машины. Это объясняется достаточной длительностью процесса постепенного убывания массы технологического груза в сравнении с периодом от удара до удара.

Анализ результатов. На основании результатов, полученных в ходе описанных в работе исследований, можно утверждать, что в целом, несмотря на увеличение различий в характере изменения массы в сравнении с результатами более ранней работы [10], общий характер изменения перемещений не претерпевает значимых изменений. Таким образом, можно предположить, что в ряде случаев закон изменения массы технологического груза, может быть

для упрощення представлений як залежність від часу в лінійному вигляді.

Аналіз отриманих результатів дозволяє зробити наступні висновки:

1) В роботі було запропоновано підхід для урахування різної опірності піщано-глинистої суміші до руйнування внаслідок ударного впливу на різних етапах технологічного процесу.

2) Отримані криві, що описують зміну маси при різних значеннях K_e , і наведено їх порівняння для зменшених і збільшених значень коефіцієнта K_e в порівнянні з його базовою величиною.

3) Було проведено порівняння часових розподілів для переміщень корпусу віброударної машини при різних типах зміни маси (постійна маса і лінійно змінювана, залежна від часу; постійна маса і змінювана, залежна від дисипованої енергії) По результатам порівнянь часових розподілів для переміщень можна зробити висновок, що різниця є незначальною внаслідок достатньої тривалості розглянутого процесу і плавності зменшення маси. Внаслідок цього характер зміни маси може бути представлений в ряді випадків для упрощення в лінійному вигляді.

Дальшого вдосконалення методів розрахунку віброударних систем, зокрема поглиблення підходу з використанням змінних в часі параметрів, є об'єктом майбутніх досліджень.

Список літератури: 1. *Грабовський А. В.* О розрахунково-експериментальному моделюванні динамічних процесів в віброударних системах // *Механіка та машинобудування*. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2009. – № 1. – С. 119-129. 2. *Грабовський А. В.* Методи і алгоритми верифікації сил ударного взаємодія в віброударних системах // *Східно-Європейський журнал передових технологій*. – Харків: УДАЗТ. – 2010. – № 3/9(45). – С. 42-46. 3. *Баженов В. А., Погорелова О. С., Постнікова Т. Г. і др.* Порівняльний аналіз способів моделювання контактної взаємодія в віброударних системах // *Пробл. міцності*. – 2009. – № 4. – С. 69-77. 4. *Баженов В. А., Погорелова О. С., Постнікова Т. Г. і др.* Аналіз динаміки ударно-вібраційного майданчика при зміні його параметрів // *Пробл. міцності*. – 2008. – № 6. – С. 82-90. 5. *Ткачук Н. Н., Грабовський А. В., Ткачук Н. А.* Підхід до ідентифікації ударної моделі для віброударної системи // *Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія*. – Севастополь: СевНТУ. – 2010. – № 110. – С. 55-60. 6. *Вибрації в техніці: Справочник в 6 томах*. – М.: Машинобудування. – 1981. 7. *Ткачук Н. А., Грабовський А. В., Ткачук Н. Н., Костенко Ю. В., Артемов І. В.* Численне моделювання динамічних процесів в віброударних системах // *«Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях, № 42, 2011. – С. 179-187.

8. *Костенко Ю. В., Ткачук А. В., Грабовський А. В., Ткачук Н. Н.* Зміна маси одного з компонентів і його вплив на характер динамічних процесів в віброударних системах: моделі і численні результати // *«Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. випуск: Машинобудування та САПР, № 1(975), 2013. – С. 71-85.

9. *Yu. Kostenko, M. M. Tkachuk, A. Grabovsky, M. A. Tkachuk* Subharmonic modes in vibroimpact systems // Pp. 83-86. The Fourth International Conference «Nonlinear Dynamics – 2013». Proceedings. June, 19-22, 2013, Sevastopol (Ukraine) [Ю. В. Міхлін, М. В. Перепелкін Нелінійна динаміка / Тезиси доповідей 4-ї Міжнародної конференції (19-22 червня, 2013 р., Севастополь). – Х.: Вид-во «Точка», 2013. – 444 с.]. 10. *Костенко Ю. В.* Вплив змінної маси на характер динамічних процесів в віброударних системах: моделі і численні результати // *Збірник наукових праць «Вісник НТУ «ХПІ»*: Транспортне машинобудування №22 (1065) - *Вісник НТУ «ХПІ»*, 2014. - С. 96-105. 11. *Форсайт Дж.* Машинні методи математичних обчислень / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Мулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.

Bibliography (transliterated): 1. *Grabovskij A. V.* O raschetno-eksperimental'nom modelirovanii dinamicheskikh processov v vibroudarnykh sistemah // *Mekhanika ta mashinobuduvannya*. – Kharkiv: NTU „KhPI”. – 2009. – No 1. – P. 119-129. 2. *Grabovskij A. V.* Metody i algoritmy verifikacii sil udarnogo vzaimodejstvija v vibroudarnykh sistemah // *Shidno-Evropejs'kij zhurnalпередових технологій*. – Kharkiv: UDAZT. – 2010. – No 3/9(45). – P. 42-46. 3. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G. i dr.* Sravnitel'nyj analiz sposobov modelirovanija kontaktного взаємодія в віброударних системах // *Probl. prochnosti*. – 2009. – No 4. – P. 69-77. 4. *Bazhenov V. A., Pogorelova O. S., Postnikova T. G. i dr.* Analiz dinamiki udarnovibracijnogo majdanchika pri zmini jogo parametriv // *Probl. prochnosti*. – 2008. – No 6. – P. 82-90. 5. *Tkachuk N. N., Grabovskij A. V., Tkachuk N. A.* Podhod k identifikacii udarnogo modeli dlja vibroudarnoj sistemy // *Visnik SevNTU. Mekhanika, energetika, ekologija*. – Sevastopol: SevNTU. – 2010. – No110. – P. 55-60. 6. *Vibracii v tehnikе: Spravochnik v 6 tomah*. – Moscow: Mashinovedenie. – 1981. 7. *Tkachuk N. A., Grabovskij A. V., Tkachuk N. N., Kostenko Ju. V., Artemov I. V.* Chislennoe modelirovanie dinamicheskikh processov v vibroudarnykh sistemah // «*Visnik NTU «KhPI»*. Тем. випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях, № 42, 2011. – P.179-187. 8. *Костенко Ю. В., Ткачук А. В., Грабовський А. В., Ткачук Н. Н.* Зміна маси одного з компонентів і його вплив на характер динамічних процесів в віброударних системах: моделі і численні результати // «*Visnik NTU «KhPI»*. Тем. випуск: Машинобудування та САПР, № 1(975), 2013. – P. 71-85. 9. *Yu. Kostenko, M. M. Tkachuk, A. Grabovsky, M. A. Tkachuk* Subharmonic modes in vibroimpact systems // Pp. 83-86. The Fourth International Conference «Nonlinear Dynamics – 2013». Proceedings. June, 19-22, 2013, Sevastopol (Ukraine) [Ju. V. Mihlin, M. V. Perepelkin Nelinijna dinamika / Tezisi dopovidej 4-j Mizhnarodnoї konferencії (19-22 chervnja, 2013 r., Sevastopol)]. – Kharkov.: Vid-vo «Tochka», 2013. – 444 p.]. 10. *Костенко Ю. В.* Вплив змінної маси на характер динамічних процесів в віброударних системах: моделі і численні результати // *Sbornik nauchnyh trudov «Vestnik NTU «KhPI»*: Transportnoe mashinostroenie No22 (1065) - *Vestnik NTU «KhPI»*, 2014. - P. 96-105. 11. *Forsajt Dzh.* Mashinnye metody matematicheskikh vychislenij / Dzh. Forsajt, M. Mal'kol'm, K. Mouler. – Moscow: Mir, 1980. – 280 p.

Поступила (received) 05.07.2015

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Костенко Юрій Вікторович – молодший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин» г. Харків; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: kostenko.yuriy@gmail.com.

Kostenko Yuriy Victorovich – junior researcher, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", the department "The theory and computer aided design of mechanisms and machines", Kharkiv, phone: +38 (057) 707-69-01; e-mail: kostenko.yuriy@gmail.com.