

УДК 539.3

**A. A. АТРОШЕНКО**

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГОФРИРОВАННЫХ И СПЛОШНЫХ ПАНЕЛЕЙ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ И ОРТОТРОПНЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА

Статья содержит результаты численного исследования сравнительного анализа решения двух методик определения напряженно-деформированного состояния гофрированной панели и сплошной пластины с применением ортотропных свойств материала. Упругие коэффициенты эквивалентной анизотропной пластины определяются из сравнения жесткостей элементов конечных размеров, выделенных из гофрированной и анизотропной панелей. Гофрированные панели, волнистые листы нашли большое применение в различных сферах машиностроения, судостроения, авиастроения и др. В частности данные панели применяются в металлических зернохранилищах. Как правило данные панели представляют собой тонкостенные элементы с различным профилем гофрирования. От структуры (геометрии) волнистости зависит жесткость исследуемых тонкостенных панелей. При сравнении результатов расчетов пластины с геометрической анизотропией и пластины с ортотропными свойствами материала, которые исследовались в двух постановках, получены большие различия, как в качественных картинах, так и в количественных значениях. Исходя из этого, применямы традиционные методы расчета гофрированных панелей, в виде сплошной пластины с измененными свойствами материала на ортотропные, слабо соответствуют действительности.

**Ключевые слова:** гофрированные панели, металлические зернохранилища, ортотропные пластины, геометрическая анизотропия, напряженно-деформированное состояние.

**Введение.** Гофрированные панели, волнистые листы нашли большое применение в различных сферах машиностроения, судостроения, авиастроения и др. В частности данные панели применяются в металлических зернохранилищах [1–3]. Как правило данные панели представляют собой тонкостенные элементы с различным профилем гофрирования. От структуры (геометрии) волнистости зависит жесткость исследуемых тонкостенных панелей. При использовании гофрированных конструкций возникает экономическая выгода по весу, которая составляет порядка 10–15 % по сравнению с плоскими панелями. Также жесткость панелей зависит от способа закрепления (вдоль волны или перпендикулярно), в первом варианте конструкция будет более податливой, во втором варианте более жесткой.

Широкое применение гофрированных тонкостенных конструкций требует совершенствования методов их расчета и проектирования. Традиционным методом расчета и проектирования тонкостенной гофрированной панели, является метод конструктивно-анизотропной постановки. Его суть заключается в применении обычной изотропной панели, но с измененными ортотропными свойствами материала [4].

Исходя из этого, получается две расчетные модели, в которых будут учитываться жесткостные характеристики конструкций с конструктивной волнистостью и панель с определенными ортотропными свойствами материала.

Цель настоящих исследований заключается в проведение сравнительного анализа решения двух методик определения напряжено-деформированного состояния гофрированной панели и сплошной пластины с применением ортотропных свойств материала. Упругие коэффициенты эквивалентной анизотропной пластины определяются из сравнения жесткостей элементов конечных размеров, выделенных из гофрированной и анизотропной панелей. Упругие свойства ортотропных панелей

характеризуются следующими компонентами: двумя модулями упругости по двум взаимно перпендикулярным направлениям, коэффициентом Пуассона, модулем сдвига.

**Постановка задачи.** Данную задачу предлагается решить в численном виде методом конечных элементов с использованием программного пакета ANSYS, в котором будет проводится исследование двух пластин с геометрической анизотропией и сплошной пластиной с ортотропными свойствами материала [5–6].

Для реализации данной задачи была построена гофрированная панель с определенными размерами волны и обычная сплошная панель с ортотропными свойствами материала (рис. 1). Геометрические параметры панелей составляют 0,5x0,5 м, свойства материала гофрированной панели: модуль упругости  $E = 1,33 \cdot 10^{11}$  Па,

коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ , свойства ортотропной пластины:

$$E_z = 2,89 \cdot 10^{13} \text{ Па},$$

$$E_{x,y} = 1,33 \cdot 10^{11} \text{ Па},$$

$$\nu_{x,y,z} = 0,3.$$

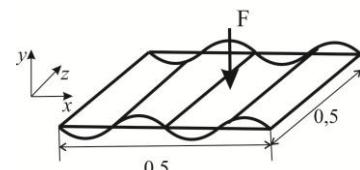


Рис. 1 – Расчетная схема пластин

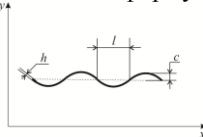
В качестве краевых условий, панели закреплены по сторонам (первый вариант решения – закрепление перпендикулярно волнам, второй вариант решения – закрепление вдоль волн). В качестве нагрузки была приложена распределенная сила на верхнюю поверхность панели равная 10000 Н.

**Математические соотношения.** Дифференциальное уравнение изгиба для гофрированной пластины представляется в соответствии с предложенным подходом в виде (1) [7–11]:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q, \quad (1)$$

где  $D_x, D_y$  – изгибные жесткости ортотропной пластины по главным направлениям;  $H$  – приведенная крутильная жесткость.

Характеристики пластины, изготовленной из гофрированного листового материала (рис. 2), определяются по формулам (2–4) [6–7]:



$$D_x = \frac{l}{s} \cdot \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}; \quad (2)$$

Рис. 2 – Гофрированная пластина

$$D_x = 0,5Ehf^2 \cdot \left[ 1 - \frac{0,81}{1 + 2,5 \left( \frac{f}{2l} \right)^2} \right]; \quad (3)$$

$$H = 2D_{xy} = \frac{s}{l} \cdot \frac{Eh^3}{12(1+\nu)}, \quad (4)$$

где  $E$  и  $\nu$  – упругие постоянные материала;  $h$  – толщина;

$z = f \sin \frac{\pi x}{l}$  – форма волны;

$s = \left( 1 + \frac{\pi^2 f^2}{4l^2} \right)$  – длина дуги полуволны;

$l$  – расстояние между ребрами.

**Результаты расчетов.** Рассмотрим результаты расчетов для первого и второго вариантов с закреплением перпендикулярно гофры. На рис. 3–4 представлены картины прогибов и максимальных эквивалентных напряжений по Мизесу возникающих в панелях.

Исходя из полученных результатов расчета гофрированной панели, максимальный прогиб составил около 0,000079 м, но данный максимум возникает по краям панели, что не существенно важно. В центре панели прогиб составляет около 0,000098 м, что указывает на высокую жесткость данного конструктива панели. Максимальные прогибы ортотропной пластины составляют 0,00033 м, по сравнению с гофрированной панелью наблюдается различие в 3,5 раза (рис. 5).

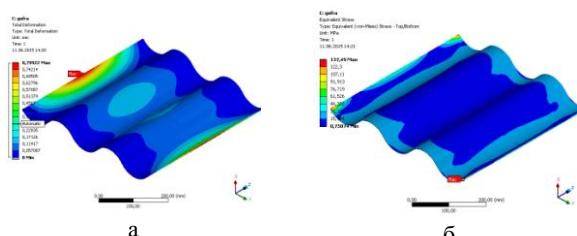


Рис. 3 – Полученные результаты расчета для гофрированной панели: а – максимальные прогибы (0,000079 м); б – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (137,49 МПа)

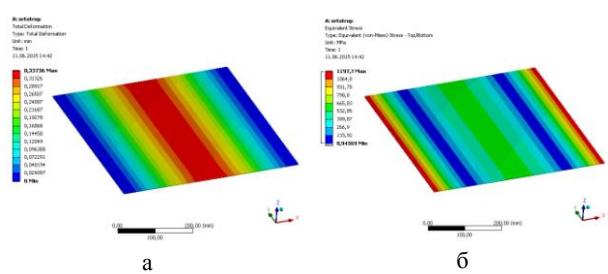


Рис. 4 – Полученные результаты расчета для ортотропной панели: а – максимальные прогибы (0,00033 м); б – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (1197,7 МПа)

При качественном анализе характер распределения перемещений при прогибе является различным (рис. 3, а), 4, а)), однако общая картина схожа и прогиб возникает в центральной области. Далее рассматриваются максимальные напряжения по Мизесу: в гофрированной панели значение составляет около 137,49 МПа, а в центральной части панели – 23,46 МПа; в ортотропной панели, максимальные напряжения составляют около 1197 МПа по всей конструкции (рис. 3, б), 4, б)). При качественном анализе характер распределения максимумов напряжений является различным. Сравнение величин напряжений возникающих в конструкциях по центральной линии, показывает качественную схожесть, но количественно они разнятся в разы (рис. 6, а, б)).

Перейдем к анализу результатов второго варианта расчета, в котором закрепление проводилось вдоль линии гофр. Максимальные прогибы конструкции с геометрической анизотропией составляют около 0,064 м, данное значение возникает

из-за раскрытия гофрированной панели, т.е.

происходит распрямление волн (рис. 7, а)).

При нагружении ортотропной пластины, максимальный прогиб составляет около 0,007 м (рис. 8, а)).

Значения результатов прогибов панелей, полученных по центральной линии проиллюстрированы на рис. 9. При анализе результатов наблюдается увеличение длины линии гофры, что свидетельствует о ее распрямлении.

В данном закреплении гофрированной панели, конструкция имеет слабую жесткость, что необходимо учитывать при использовании данных панелей. В ортотропной пластине похожего эффекта не происходит, ортотропная пластина имеет характер распределения прогибов, как изотропная оболочка. При качественном анализе характер распределения перемещений при прогибе является

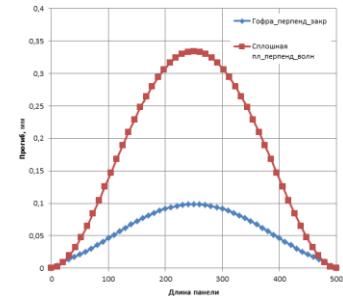


Рис. 5 – Максимальные прогибы в центре конструкции (гофрированная, ортотропная)

различним (рис. 8, а), 9, а)), однако общая картина схожа и прогиб возникает в центральной области.

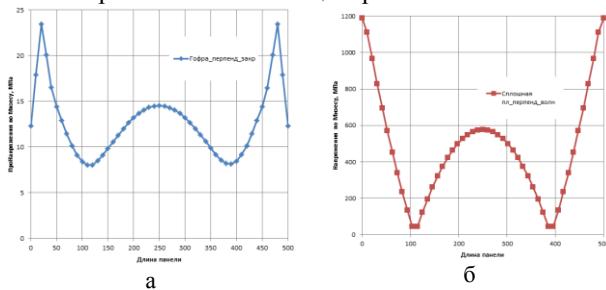


Рис. 6 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в центре конструкции: а – гофрированная панель; б – ортотропная панель

Далее рассматриваются максимальные напряжения по Мизесу: в гофрированной панели значение составляет около 953,4 МПа; в ортотропной панели, максимальные напряжения составляют около 308 МПа (рис. 7, б), 8, б)).

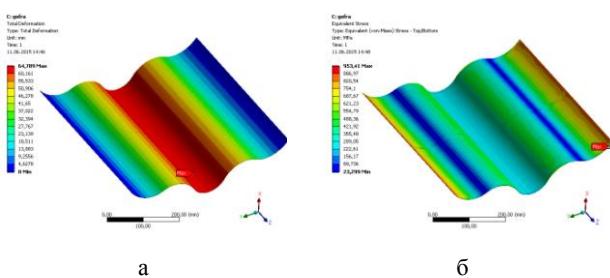


Рис. 7 – Полученные результаты расчета для гофрированной панели: а – максимальные прогибы (0,064 м); б – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (953,41 МПа)

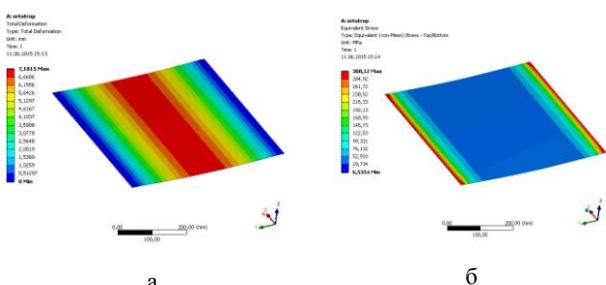


Рис. 8 – Полученные результаты расчета для ортотропной панели: а – максимальные прогибы (0,007 м); б – максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу (308,12 МПа)

При качественном анализе характер распределения максимумов напряжений является слабо схожим. Сравнение величин напряжений возникающих в конструкциях по центральной линии, показывает принципиальное различие в разы (рис. 10).

Это связано с тем, что гофрированная панель имеет геометрическую анизотропию и напряжения меняются по верхней и нижней частям волны. В ортотропной пластине схожего характера не наблюдается, распределения напряжений схожи по характеру с изотропной оболочкой [6–9].

Проанализировав полученные результаты, можно сделать следующий вывод: при сравнении результатов расчетов пластины с геометрической анизотропией и пластины с ортотропными свойствами материала, которые исследовались в двух постановках, получены большие различия, как в качественных картинах, так и в количественных значениях.

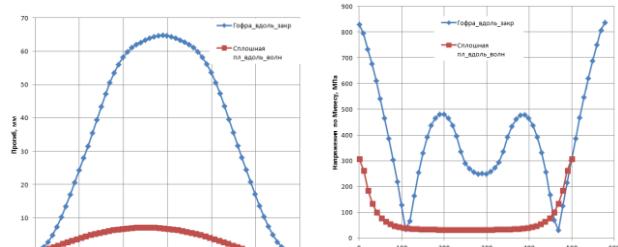


Рис. 9 – Максимальные прогибы в центре конструкции (гофрированная, ортотропная)

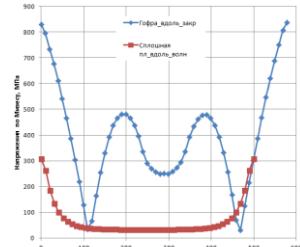


Рис. 10 – Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу в центре конструкции (гофрированная, ортотропная)

Исходя из этого, применяемые традиционные методы расчета гофрированных панелей, в виде сплошной пластины с измененными свойствами материала на ортотропные, слабо соответствуют действительности.

**Выводы:** Основываясь на полученных результатах можно сделать вывод, что численная постановка задачи, с моделированием геометрической анизотропии дает более точный результат при определении напряженно-деформированного состояния гофрированной панели. Традиционная постановка расчета пластин с ортотропными свойствами материала, дает значительную погрешность. Отличие в результатах составляют: в первом варианте, максимальные прогибы составляют разницу в 3,5 раза, максимальные напряжения по Мизесу отличаются в разы, на гофрированной панели максимумы возникают в близи вершин и впадин волны, на ортотропной панели максимум напряжений завышен на порядок. Во втором варианте также выявлены значительные отличия, максимальные прогибы гофрированной панели возрастаю, это связано с тем, что при нагружении панели происходит расправление гофр. Ортотропная пластина схожа с результатами сплошной оболочки. При анализе максимальных напряжений разница составляет около 2,5 раз, на гофрированной панели значение выше.

При решении данного типа задач необходимо использовать предложенную методику, которая позволяет рассматривать решения для более широкого диапазона действующих нагрузок. Решение же подобных задач с использованием сплошной пластины, с ортотропными свойствами материала для исследуемого объекта, не дает достоверных результатов.

В дальнейшем планируется более детальное изучение данной задачи в аналитическом виде, численно и экспериментально.

**Список литературы:** 1. Атрошенко О. О. Обґрунтuvання розрахункових моделей елементів силосу / В. Б. Третьяков, И. И.

- Іванцов, О. В. Веретельник, О. О. Атрошенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія.: Машинознавство та САПР. – 2013. – № 1. – С. 139–154.* **2.** Атрошенко А. А. Численное исследование контактных задач для системы пластин, соединенных болтовым крепежом. в геометрически нелинейной постановке / А. А. Атрошенко // Вісник НТУ «ХПІ». Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2013. №1 (975). – с. 3–14. **3.** Атрошенко А. А. Анализ влияния геометрической нелинейности на решение задачи об изгибе полосы / А. А. Атрошенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія.: Транспортне машинобудування. – 2014. №22 (1065). – с. 84–89. **4.** Дисковский А. А., Исследование НДС Состояния волнистых пластин методом осреднения на основе уравнений в проекциях на оси, равностоящие от вершин волн плоскости / А. А. Дисковский, П. Г. Хорошманенко // Сб. Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2009. – вип. 13. – С. 64–76. **5.** Басов К. А. ANSYS: справочник пользователя / К. А. Басов. – М.: ДМК Прес, 2005. – 640с. **6.** Каплун А. Б. ANSYS в руках инженера / А. Б. Каплун. – М.: Единотриал, 2003. – 272 с. **7.** Тимошенко С. П., Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудъер. – Главная редакция физико-математической литературы изд-ва "Наука". 1975 г., стр. 576. **8.** Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности: Пер. с англ. / К. Васидзу – М.: Мир, 1987. – 542 с. **9.** Биргер И. А. Сопротивление материалов: учебное пособие / И. А. Биргер, Р. Р. Мавлютов / – М.: Наука. Гл. Ред. физ.-мат. лит., 1986 – 560 с. **10.** Архипов В. Н. К моделированию пологих ортотропных гибких пластин и оболочек / В. Н. Архипов, Ю. С. Гордеев // Сб. Расчет пространственных систем в строительной механике. Саратов: СГУ, 1972. – 25–29 с. **11.** Бурдун Е. Т., Напряженно-деформированное состояние гофрированных пластин и пологих оболочек при действии поверхностных загрузок / Бурдун Е. Т., Кочанов В. Ю., Куприевич А. Б., Коссе В. К. // Зб. наук. пр. нац. ун-ту кораблебудування. – 2009 р. – №5(428). – 45–53 с.
- O. V. Veretelnik, O. O. Atroshenko // Visnik NTU «KhPI». Seriya.: Mashinoznavstvo ta SAPR. – 2013. – No 1. – P. 139–154.* **2.** Atroshenko A. A. Chislennoe issledovanie kontaktnyih zadach dlya sistemyi plastin, soedinennyih boltovyim krepezhom. v geometricheski nelineynoy postanovke / A. A. Atroshenko // Visnik NTU «KhPI». vyp.: Mashinoznavstvo ta SAPR. – 2013. No 1(975). – p. 3–14. **3.** Atroshenko A. A. Analiz vliyanija geometricheskoy nelineynosti na reshenie zadachi ob izgibe polosy / A. A. Atroshenko // Visnik NTU «KhPI». Seriya: Transportne mashinobuduvannya. – 2014. No 22 (1065). – p. 84–89. **4.** Diskovskiy A. A. Issledovanie NDS Sostoyaniya volnistyih plastin metodom osredneniya na osnove uravneniy v proektsiyah na osi, ravnootstoyaschie ot vershin voln ploskosti / A. A. Diskovskiy, P. G. Horoshmanenko // Sb. Problemi obchislyuvalnoi mehaniki i mitsnosti konstruktsii. – 2009. – No 13. – P. 64–76. **5.** Basov K. A. ANSYS: spravochnik polzovatelya / K. A. Basov. – Moscow: DMK Prese, 2005. – 640 p. **6.** Kaplun A. B. ANSYS v rukah inzhenera / A. B. Kaplun. – Moscow: Edinotrial, 2003. – 272 p. **7.** Timoshenko S. P., Teoriya uprugosti / S. P. Timoshenko, Dzh. Guder. – Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury izd-va "Nauka". 1975, p. 576. **8.** Vasidzu K. Variatsionnye metody v teorii uprugosti i plastichnosti: Per. s angl. / K. Vasidzu – Moscow: Mir, 1987. – 542 p. **9.** Birger I. A. Soprotivlenie materialov: uchebnoe posobie / I.A. Birger, R.R. Mavlyutov / – Moscow: Nauka. Gl. Red.. fiz.-mat. lit., 1986 – 560 p. **10.** Arhipov V. N. K modelirovaniyu pologih ortotropnyih gibkih plastin i obolochek / V. N. Arhipov, Yu.S. Gordeev // Sb. Raschet prostranstvennyih sistem v stroitelnoy mehanike. Saratov: SGU, 1972. – 25–29 p. **11.** Burdun E. T. Napryazhennno-deformirovannoe sostoyanie gofrirovannih plastin i pologih obolochek pri deystvii poverhnostnih zagruzok / Burdun E. T., Kochanov V. Yu., Kuprievich A. B., Kosse V. K. // Zb. nauk. pr. nats. yn-tu korablebuduvannya. – 2009. – No 5(428). – 45–53 p.

**Bibliography (transliterated):** 1. Atroshenko A. A. Obgruntuvannya rozrahunkovih modeley elementiv silosu / V. B. Tretyakov, I. I. Ivantsov,

Поступила (received) 20.06.2015 г.

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Атрошенко Александр Александрович** – Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», аспирант кафедры «Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин» тел.: (066) 162-81-42; e-mail: atroshenko@tmm-sapr.org

**Atroshenko Oleksandr Oleksandrovich** – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", postgraduate student at the Department of theory and computer-aided design of mechanisms and machines, tel(066) 162-81-42; e-mail: atroshenko@tmm-sapr.org