УДК 631.316.022.4

Геометрична модель поверхні культиваторної лапи

А.С. Кобець, професор
О.М. Кобець, А.М. Пугач, кандидати технічних наук
Г.В. Хотюн, доцент
С.О. Слаква, аспірант

Запропонована модель культиваторної лапи, що має торсову поверхню і дозволяє будувати робочу поверхню за заданим законом розподілення твірних.

Розробка конструкції ґрунтообробних робочих органів з наперед заданими параметрами є важливою задачею, так як дозволяє максимально покращити технологічний процес грунтообробки. У зв’язку з цим розробка геометричних моделей поверхонь конкретних робочих органів дозволяє під час проектування врахувати всі необхідні фактори.

Аналіз досліджень. Будь-яку поверхню можливо утворити кінематичним способом, коли поверхня утворюється рухом у просторі деякої лінії, яка називається твірною. У процесі побудови твірна лінія має спільну точку з іншою лінією – напрямною.

Для проектування робочих органів ґрунтообробних машин найбільш доцільним є лінійні поверхні, у яких твірна – пряма лінія. Ці поверхні можна розділити на дві групи: розгортні і такі, що не розгортаються [1–6].

Розгортні поверхні, відрізняються тим, що їх Гаусова кривизна в будь-якій точці дорівнює нулю. Це пов’язано з тим, що один головний напрямок співпадає з прямолінійною твірною. Оскільки радіус кривизни прямої лінії дорівнює нескінченності, то Гаусова кривизна в точці – нулю.

Ця умова приводить до того, що поверхні володіють такими диференційно-геометричними властивостями:

- Гаусова кривизна завжди постійна і дорівнює нулю;
- дотична площина торкається поверхні вздовж усієї твірної і не змінює свого положення в просторі при переміщенні точки дотику.

Завдяки цим властивостям розгортні поверхні можна поєднати з площиною без складок і розтягнень. За термічної обробки такі поверхні практично не піддаються жолобленню, що дозволяє зберігати запроектовану форму поверхні [7]. Остання властивість дозволяє отримати широкий спектр поверхонь, спряжених одна з одною. Так як дотична площина не змінює свого положення при переміщенні точки дотику вздовж твірної, то виникає можливість спряження окремих поверхонь по твірних.

Одним із способів утворення поверхні є спосіб, що базується на введенні коефіцієнта, який є аналогом Гаусової кривизни [1]. Однак даний спосіб потребує доопрацювання стосовно до культиваторних лап.

Мета досліджень – розробити геометричну модель поверхні культиваторної лапи, що дозволяє вести проектування у великому діапазоні параметрів стосовно до конкретних умов.

На рис. 1,*а* наведена розгортка поверхні з циліндра *с* і конуса *к*. Стиковка відбувається по твірній $g_к$, напрямна конічної поверхні $L_к$ переходить у напрямну циліндричної поверхні L_c у точці 1, при цьому спряження кривих $L_к$ і L_c може бути виконано по будь-якому порядку шорсткості.

Дотична площина ω є дотичною одночасно і до конічної, і до циліндричної поверхні. Усі нормалі, проведені з будь-якої точки твірної 1, 2, 3 і 4, колінеарні між собою $\vec{n}_1 // \vec{n}_2 // \vec{n}_3 // \vec{n}_4$, а вершина конуса $S_к$ належить площині ω і співпадає в даному випадку з точкою: $4 \equiv S_к$.

Виберемо на поверхні, що розгортується, будь-яку криву L (рис 1,*б*) з рівнянням

$$\vec{\rho} = \vec{\rho}(u).$$

У будь-якій точці цієї кривої задамо єдиний вектор $\vec{l}$, який виступатиме функцією параметра *u* вздовж кривої L

$$\vec{l} = \vec{l}(u).$$

Через точку *i* (*i* = 1, 2, 3, 4) напрямної лінії до радіуса-вектора $\vec{\rho}(u)$ проведемо пряму паралельну вектору $\vec{l}(u)$ – 1,*а*. У результаті отримаємо в просторі сімейство прямих ліній одного параметра *u*. Назвемо їх твірними.

Позначимо $MN = v$. У цьому випадку радіус-вектор довільної точки E на довільній твірній, що має значення *u*, можна записати

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NM},$$

де $\overrightarrow{OM} = \vec{\rho}(u)$, $\overrightarrow{NM} = v\vec{l}(u)$.

Урешті-решт будемо мати, що

$$\vec{r} = \vec{\rho}(u) + v\vec{l}(u).$$

У результаті радіус-вектор довільної точки E на довільній твірній виражається як функція двох незалежних невідомих *u* і *v*. Підрахуємо частинні похідні по параметрах

$$r_u = \vec{\rho}(u) + v\vec{l}\,'(u),\ r_v = \vec{l}(u);$$

$$[r_u, r_v] = [\rho', l] + v[\vec{l}\,', l].$$

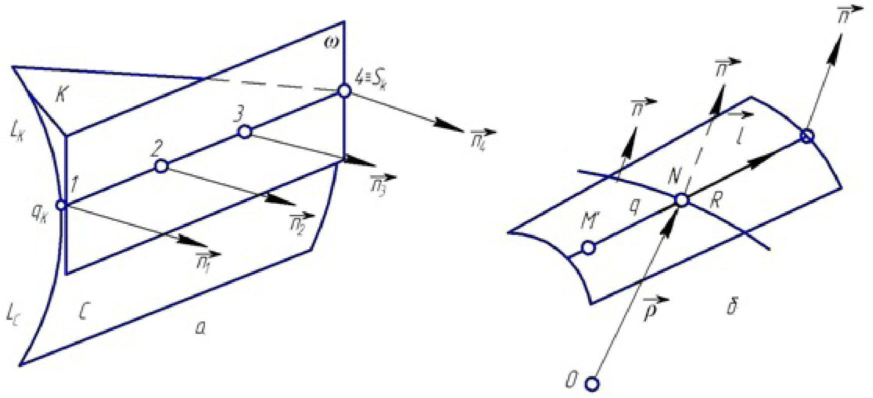

Рис. 1. Утворення розгортної поверхні: *а – складова поверхня; б – нескінченно малий елемент поверхні*

Якщо поверхня буде розгортуватись, то повинна виконуватись умова колінеарності

$$[\rho', l] // [\vec{l}\,', l],$$

яка показує, що вздовж твірної g напрямок нормалі $\vec{n}$ не змінюється (рис. 1,*б*), тому нескінченно малий елемент поверхні є площиною, яка описується рівнянням

$$Ax + By + Cz + D = 0,$$

де A, B, C, D – коефіцієнти, що є функціями параметра u.

Отже, ми маємо однопараметричну множину, яка є поверхнею, що розгортується.

Розташуємо в просторі систему координат $Oxyz$ так, щоб вісь Oz була перпендикулярна дну борозни, а вісь Oz розташовувалася протилежно напрямку руху. Тоді Oy буде розташовуватися в горизонтальній площині (рис. 2).

За такого розташування системи координат носок лапи розміщуватиметься в її початку, а напрямна крива L – у горизонтальній площині і співпадатиме з лезом лапи.

У системі $Oxyz$ визначимо пряму лінію g, яка буде твірною поверхні культиваторної лапи.

Відповідно до рис. 1 запишемо положення проекцій g у вигляді

$$\left.\begin{aligned} \tilde{y} &= k\tilde{x} + l, \\ \tilde{z} &= m\tilde{y} + n, \end{aligned}\right\}, \qquad (1)$$

де k, l, m, n – параметри положення твірної, які у свою чергу є функціями деякого параметра u.

Поверхня буде такою, що розгортується, коли буде виконуватиметься диференціальне рівняння [8]

$$\frac{l'}{k'} = \frac{n'}{m'}, \qquad (2)$$

де штрихами позначені перші похідні по параметру u.

Запишемо рівняння твірної (1) у функції координати $\tilde{x}$

$$\left.\begin{aligned} \tilde{y} &= k\tilde{x} + l, \\ \tilde{z} &= mk\tilde{x} + ml + n, \end{aligned}\right\},$$

де k і mk – кутові коефіцієнти проекцій твірних;

l і $ml + n$ – вільні члени рівнянь проекцій твірних.

Для забезпечення розгортної поверхні культиваторної лапи на величини k, mk, l і $ml + n$ накладаємо диференціальне рівняння [9, 10]

$$\frac{l'}{k'} = \frac{(ml + n)'}{(mk)'},$$

де штрихами позначимо першу похідну по параметру u. Диференціюючи цей вираз, одержимо, що

$$\frac{l'}{k'} = \frac{m'l + ml' + n'}{m'k + mk'}. \qquad (3)$$

Виконуючи перетворення рівняння (3), дістанемося до наступного диференціального рівняння положення твірної g

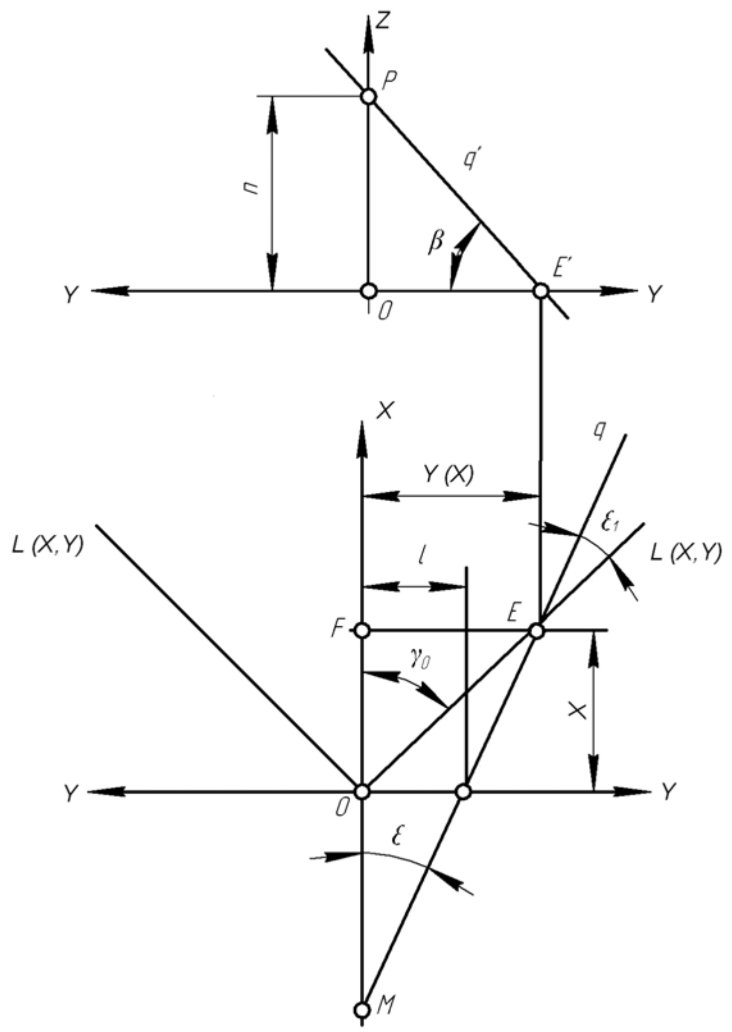

Рис. 2. Загальна схема утворення розгортної поверхні

$$l'm'k - k'm'l - k'n' = 0.$$

Це рівняння можна розв'язати відносно одного з кутових коефіцієнтів.

Так, якщо заданий кутовий коефіцієнт k, то відсутній кутовий коефіцієнт визначиться диференціальним рівнянням відносно m

$$m' - \frac{k'n'}{l'k - k'l} = 0. \qquad (4)$$

А якщо заданий кутовий коефіцієнт m, то рівняння відносно невідомого k набуде вигляду

$$k' - k\frac{l'm'}{m'l + n'} = 0. \qquad (5)$$

У кожному положенні твірна g має спільну точку E з напрямною кривою L. Для культиваторної лапи напрямна крива L являє собою плоску лінію, що є контуром леза. Її рівняння буде мати вигляд

$$x = x(u),\ y = y(u),\ z = 0,$$

де параметр u має той самий сенс, що і в системі (1).

Приймемо як параметр u координату x, що дає рівняння напрямної L: $y = y(x)$. Виразимо величини, що входять до диференціальних рівнянь (4) і (5), через координати точки E.

З геометричних міркувань кутові коефіцієнти дорівнюють

$$m = tg\beta;\ k = tg\varepsilon.$$

У свою чергу вільні члени рівняння (1) визначимо з трикутників *FME* та *OPE'*:

$$l = y - tg\varepsilon \cdot x;$$
$$n = y \cdot tg\beta.$$

Диференціюючи параметри положення твірної, одержимо, що

$$k' = tg'\varepsilon;$$
$$m' = tg'\beta;$$
$$l' = y' - tg'\varepsilon \cdot x - tg\varepsilon;$$
$$n' = y'tg\beta + ytg'\beta.$$

Підставляючи отримані значення параметрів в рівняння (4) і (5), відповідно підходимо до диференціальних рівнянь положення твірних відносно кутів нахилу проекції твірної

на площині Oyz:

$$tg'\beta - tg\beta \frac{tg'\varepsilon y'}{tg\varepsilon \cdot y' - 2tg'\varepsilon \cdot y - tg^2\varepsilon} = 0; \tag{6}$$

на площині Oxy

$$tg'\varepsilon - tg\varepsilon \frac{tg'\beta \cdot y'}{tg\beta \cdot y + y'} + tg^2\varepsilon \frac{tg'\beta}{tg\beta \cdot y + y'} = 0.$$

Оскільки напрямна крива для культиваторної лапи лежить у горизонтальній площині, то найбільш доречним буде диференціальне рівняння положення твірних (6). Загальне розв’язання рівняння має вигляд

$$tg\beta = C \cdot e^{-\int A dx},$$

де $A = \dfrac{tg'\varepsilon \cdot y'}{tg\varepsilon \cdot y' - 2tg'\varepsilon \cdot y - tg^2\varepsilon}$.

C – постійна інтегрування, що визначається з початкових умов.

Для культиваторної лапи напрямною кривою, яка виступає лезом, найбільш підходить пряма лінія. Тоді її рівняння буде таким:

$$y = tg\gamma_0 \cdot x,$$

де γ_0 – кут розхилу крил, град.

Позначимо функцію кута нахилу проекції твірної в плані: $tg\varepsilon = f(\varepsilon)$. Тоді диференціальне рівняння положення твірних матиме вигляд

$$tg'\beta - tg\beta \frac{f'(\varepsilon) \cdot y'}{f(\varepsilon\varepsilon \cdot y' - 2f'(\varepsilon) \cdot y - [f(\varepsilon)]^2} = 0. \tag{7}$$

Прийнявши, що функцію кута нахилу твірної в горизонтальній площині можна записати як

$$f(\varepsilon) = k_\varepsilon \cdot x,$$

то, підставляючи цей вираз у рівняння (7), одержимо таке диференціальне рівняння:

$$tg'\beta - tg\beta \frac{k_\varepsilon \cdot tg\gamma}{x(1 - 2tg\gamma_0) - k_\varepsilon x^2} = 0.$$

Вважаємо, що запропонована геометрична модель поверхні культиваторної лапи дозволить зміненням однієї функції положення твірної отримати різні поверхні стосовно до конкретних умов застосування.

Бібліографія

1. *Тищенко С.С.* Обобщенная геометрическая модель адаптивной поверхности рабочего органа почвообрабатывающей машины / *С.С. Тищенко, Б.А. Волик* // Праці Таврійської державної агротехнічної академії. – Мелітополь, 2001. – Т. 18, вип.2. – С. 39–44.
2. *Кобец А.С.* Геометрическая модель торсовой поверхности культиваторной лапы / *А.С. Кобец, Б.А. Волик, А.Н. Пугач* // Материалы Международной научно-практ. конф. [“Научно-технический прогресс в сельскохозяйственном производстве”]. – Минск, 2007. – Т. 1. – С. 143–147.
3. *Найдыш В.М.* Конструирование развертывающихся поверхностей по заданным условиям / *В.М. Найдыш* // Геометрическое моделирование и графика в системах автоматизированного проектирования. – М. : Изд-во МАИ, 1983. – С. 69–73.
4. *Кушнарев А.С.* Проектирование рыхлительных рабочих органов культиваторов / *Кушнарев А.С., Бауков А.В., Найдыш В.М.* – К. : Изд-во УСХА, 1979. – 20 с.
5. *Найдыш В.М.* Развертывающиеся линейчатые поверхности, заданные линией пространства параметров / *В.М. Найдыш, И.Г. Балюба* // Прикладная геометрия и инженерия графика. – К. : Будівельник. – 1979. – Вып. 27. – С. 89–90.
6. *Тищенко С.С.* Проектирование отвалов винтового типа с развертывающимися поверхностями / *С.С. Тищенко* // Механическая технология сельскохозяйственного производства: сб. научн. тр. МИИСП. – М., 1984. – С. 8–12.
7. *Бурченко П.Н.* Механико-технологические основы почвообрабатывающих машин нового поколения / *П.Н. Бурченко.* – М. : Изд-во ВИМ, 2002. – 211 с.
8. *Кривошапко С.Н.* Торсовые поверхности и оболочки : справочник / *С.Н. Кривошапко*. – М. : Изд-во УДН, 1991. – 287 с.
9. *Рыжов Н.Н.* К вопросу конструирования торсов по наперед заданным условиям / *Н.Н. Рыжов, Р.У. Алимов* // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1979. – Вып. 27. – С. 15–17.
10. *Рыжов Н.Н.* Алгоритмизация вывода уравнений линейчатых поверхностей с учетом наперед заданных условий / *Н.Н. Рыжов* // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1972. – Вып. 4. – С. 3–8.