УДК 631.425.6

Е.В. ЗОЛОТОВСКАЯ,
кандидат технических наук

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ПОЧВЕННОМ ОБРАЗЦЕ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Представлено аналітичну методику розрахунку теплопровідності шаруватої ґрунтової частки. Методика створює можливість враховувати неоднорідність параболічних рівнянь, граничних умов, нелінійність і умови на контактах сполучення. Запропонований підхід до досліджень дозволяє конкретизувати фізичну модель ґрунтового зразка.

Влияние тепло- и массопереноса оказывает заметное влияние на развитие сельскохозяйственных культур, работу сельскохозяйственной техники, технологические процессы переработки и хранения продукции. В настоящее время к числу актуальных, неразрешенных задач относятся сложные вопросы, характеризующиеся многомерностью, нелинейностью и взаимосвязанностью переноса тепла и массы. Существующие точные математические методы при решении сложных задач имеют ограниченное применение [1]. Развитие численных методов сдерживается известной сложностью законов неравновесной термодинамики в дифференциальной форме [2].

В частности, незаслуженно малоизученными остаются исследования тепломассообмена в почвенном профиле. Общий интерес представляют задачи нестационарного теплообмена в почве при изменении её теплофизических характеристик. В литературных источниках приводятся данные по исследованию стационарных условий теплообмена, но большинство решений получено путем интегрирования упрощенных уравнений переноса. Для нестационарных процессов получены уравнения только для простых форм (круглой, кольцевой и щелевой) [3].

Разработать методику теплового расчета нестационарного процесса в частице сложной формы и стало **целью наших исследований**.

Почва – это гетерогенная многофазная дисперсная система с определенными начальными и граничными условиями, обладающая свойствами аккумулировать и выделять, проводить и трансформировать энергию и массу вещества [4]. Поэтому рассмотрим почву как физическое тело, внутри которого происходят процессы тепломассообмена.

Уравнение для нахождения температурного поля в почвенном материале, не усложненное массообменными процессами, может применяться только не при повышенных температурных градиентах. В противном случае, особенно при заметных температурных перепадах, значительных переувлажнениях и ярко выраженной мелкодисперсности почв, появляется необходимость составления совместной системы дифференциальных уравнений тепло- и массообмена.

Для решения данной задачи была предложена упрощенная расчетная модель лабораторной установки (рис.1).

Поскольку почва имеет капиллярно-пористую структуру, то следует отметить,

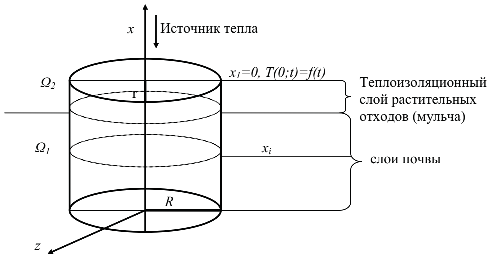

Рис. 1. Расчетная схема:
x – глубина; x_i – границы слоя с шагом h (теплоизоляционный слой и слой почвы), T – температура; t – время; $(0, t)$ – отрезок времени, на котором рассматривается процесс

что теплообмен в ней осуществляется взаимосвязанным комплексом следующих процессов:

♦ теплопроводностью по массе отдельных зерен твердой основы почвы;

♦ передачей тепла теплопроводностью от частицы к частице в месте их стыка;

♦ молекулярной теплопроводностью воздуха и влаги, находящихся в промежутках между твердыми частицами почвы;

♦ конвекцией этой промежуточной среды;

♦ излучением от частицы к частице.

Определение температурного поля в почве, где действуют все изложенные факторы одновременно и в их взаимосвязи, возможно на основе решения дифференциального уравнения, описывающего процесс нестационарного распределения тепла.

Рассмотрим дифференциальное уравнение нестационарной теплопроводности для многослойного почвенного образца цилиндрической формы $(\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2)$, составленное из двух областей – теплоизоляции (растительных остатков) и почвы, с поперечными разрезами:

$\Omega_1 = (0 \le r \le R,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le z \le h)$;

$\Omega_2 = (0 \le r \le R,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le z \le x)$.

Для слоя из почвы:

$$C_1\rho_1 \frac{\partial T_1}{\partial t} = k_1\left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2}\right) + F_1(r,\varphi,z),\ 0 \le z \le x; \quad (1)$$

для слоя из растительных остатков:

$$C_2\rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = k_2\left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T_2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2}\right) + F_2(r,\varphi,z),\ 0 \le z \le h; \quad (2)$$

с начальными $T_1\,(r,\varphi,z,0) = 0;\ h \le z \le x;$ (3)

$T_2\,(r,\varphi,z,0) = 0;\ 0 \le z \le h;$ (4)

и граничными условиями

$$\left.\left(\frac{\partial T_1}{\partial r} + \alpha T_1\right)\right|_{r=R} = 0;\ 0 \le z \le x; \quad (5)$$

$$\left.\left(\frac{\partial T_2}{\partial r} + \alpha T_2\right)\right|_{r=R} = 0;\ 0 \le z \le h; \quad (6)$$

$$\left.\left(\frac{\partial T_2}{\partial z} + \beta_1 T_2\right)\right|_{z=0} = 0; \quad (7)$$

$$\left.\left(\frac{\partial T_2}{\partial z} + \beta_2 T_2\right)\right|_{z=b} = 0. \quad (8)$$

Условия сопряжения при $z = h$:

$$T_1\,(r,\varphi,h,t) = T_2\,(r,\varphi,h,t); \quad (9)$$

$$k_1 \frac{\partial T_1(r,\varphi,h,t)}{\partial z} = k_2 \frac{\partial T_2(r,\varphi,h,t)}{\partial z}. \quad (10)$$

Как отмечает А.Н. Тихонов [5], функция $G\,(r,\varphi,z,t;\ \rho,\varphi_0,\xi,\tau)$ – это функция температурного влияния источника тепла, которая представляет собой температуру в точке (r,φ,z) в момент времени t, вызываемую источником тепла $C\rho$, помещенным в момент $t = 0$ в точку $(\rho,\varphi_0,\xi,\tau)$. Тогда матрицу Грина для уравнений (1), (2) при начальных (3), (4) и граничных условиях (5)–(8), условиях сопряжения (9), (10) представим в виде тройного ряда:

$$G_{11} = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty} \Delta_{mnl} u_{mnl}(r,\varphi,t,\rho,\varphi_0,\tau) \frac{\sin(\bar{\omega}_m z + a_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m \xi + a_m)}{\sin(\bar{\omega}_m h + a_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m h + a_m)};$$

$$G_{12} = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} \Delta_{mnl} u_{mnl}(r,\varphi,t,\rho,\varphi_0,\tau) \frac{\sin(\bar{\omega}_m z + a_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m (x-\xi) + C_m)}{\sin(\bar{\omega}_m h + a_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m (x-h) + C_m)};$$

$$G_{21} = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} \Delta_{mnl} u_{mnl}(r,\varphi,t,\rho,\varphi_0,\tau) \frac{\sin(\bar{\omega}_m (h-z) + C_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m \xi + a_m)}{\sin(\bar{\omega}_m (x-h) + C_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m (x-h) + a_m)};$$

$$G_{22} = \sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{l=1}^{\infty} \Delta_{mnl} u_{mnl}(r,\varphi,t,\rho,\varphi_0,\tau) \frac{\sin(\bar{\omega}_m (x-z) + C_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m (x-\xi) + C_m)}{\sin(\bar{\omega}_m (x-z) + C_m)\sin(\bar{\bar{\omega}}_m (x-h) + C_m)};$$

$$\bar{\omega}_m^2 = \frac{C_1\rho_1}{k_1}\gamma_m^2 - \left(\frac{\lambda_n^l}{R}\right)^2;\quad \bar{\bar{\omega}}_m^2 = \frac{C_2\rho_2}{k_2}\gamma_m^2 - \left(\frac{\lambda_n^l}{R}\right)^2;$$

$$\Delta_{mnl} = \frac{4\delta_n}{\pi R^2 \Im_n^2 k(\lambda_n^l)\left[1 + \frac{R^2\alpha^2 - h^2}{(\lambda_n^l)^2}\right]\|G_m\|^2};$$

$$\delta_n = \begin{cases} \frac{1}{2} & при \quad n = 0; \\ 1 & при \quad n \ge 0; \end{cases}$$

$$\|G_m\|^2 = C_1\rho_1 \int_0^h \frac{\sin^2(\bar{\omega}_{m^z} z + a_m)}{\sin^2(\bar{\omega}_{m^h} h + a_m)^2} dz + C_2\rho_2 \int_h^R \frac{\sin^2(\bar{\bar{\omega}}_m (x-z) + c_m)}{\sin^2(\bar{\bar{\omega}}_m (x-h)^2 + c_m)^2} dz;$$

где λ_n^l –положительные корни уравнения $\lambda_n^l \Im_n^1(\lambda_n^l) + \alpha R \Im_n(\lambda_n^l) = 0$ [5];

γ_m – положительные корни уравнения

$$k_1\bar{\omega}_m ctg(\bar{\omega}_m h + a_m) + k_2\bar{\omega}_m ctg(\bar{\omega}_m (x-h) + C_m);$$

$$a_m = arctg\frac{\overline{\omega}_m}{\beta_1}; \quad C_m = arctg\frac{\overline{\omega}_m}{\beta_2};$$

$$u_{mnl}(r,\varphi,t,\rho,\varphi_0,\tau) =$$

$$= \Im_n\left(\lambda_n^l \frac{r}{R}\right)\Im_n\left(\lambda_n^l \frac{\rho}{R}\right)\cos n(\varphi-\varphi_0)e^{-\gamma_m^2(t-\tau)}.$$

Решение при этом имеет вид:

$$T_i(r,\varphi,z,t) = \int_0^t \iiint_{\Omega} G_{i1}(r,\varphi,z,t;\rho,\varphi_0,\xi.\tau)F_1(\rho,\varphi_0,\xi,\tau)\times$$

$$\times \rho d\rho d\varphi_0 d\xi d\tau + \int_0^l \iiint_{\Omega_2} G_{i2}(r,\varphi,z,t;\rho,\varphi_0,\xi,\tau)\times \tag{11}$$

$$\times F_2(\rho,\varphi_0,\xi,\tau)\rho d\rho d\varphi_0, d\xi d\tau,$$

Результаты решения уравнения (11) представлены на рис. 2.

Таким образом, температура в почвенном образце (ρ = 1–2,3 т/м3; $\varphi \leq 45$ %) при нагреве изменяется по его глубине. Очевидно, что в диапазоне x = 0–0,05 м показано температурное поле в слое из растительных остатков, в диапазоне x = 0,05–0,5 м – для слоев из почвы. Выравнивание температур в почвенном материале происходит на глубине x = 0,5 м.

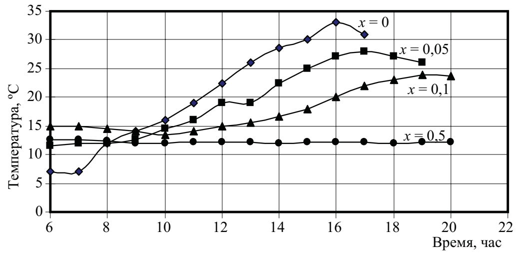

Рис. 2. Зависимость температурного поля от времени прогрева почвенного материала

Выводы

1. Приведенная методика расчета нестационарного процесса позволяет определить температурное поле исследуемого материала с различными теплофизическими параметрами (влажностью, плотностью, теплопроводностью, теплоемкостью), помогает детально разобраться в причинах формирования искомого поля, его характере и тенденциях, может быть основой не только для оценки и анализа, но и для прогноза термического режима почвы.

2. Представленные решения позволяют выполнить расчеты температурных полей многослойных почвенных материалов, не учитывая системы уравнений кондуктивной, конвективной, радиационной и массообменной проводимости. Достаточно одного уравнения (11), которое количественно учитывает переменный характер теплофизических параметров.

Библиография

1. *Полуэктов Р.А.* Моделирование почвенных процессов в агроэкосистемах / *Р.А Полуэктов, И.В. Опарина, М.П. Семенова.* – СПб: Санкт-Петербургский государственный университет, 2002. – 148 с.

2. *Хаазе Р.* Термодинамика необратимых процессов / *Р. Хаазе.* – М. : Наука, 1967. – 562 с.

3. *Коваль В.П.* Основы тепломассообмена в многофазной среде / *В.П. Коваль.* – Днепропетровск: Изд-во ДГУ, 1978. – 110 с.

4. *Шеин Е.В.* Курс физики почв / *Е.В. Шеин, Л.О. Карпачевский.* – М. : Гриф и К, 2007. – 616 с.

5. *Тихонов А.Н.* Уравнение математической физики / *А.Н Тихонов, А.А. Самарский.* – М. : Наука. 1966. – 724 с.

Рецензент – доктор технических наук, профессор ***С.С. Тищенко***