

УДК 621.95:658.5

Охріменко О. А.

ЗУБОФРЕЗЕРУВАННЯ КОСОЗУБИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС

Існуюча загальна теорія формоутворення поверхні зубчастих коліс при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами ґрунтується на багатьох припущеннях. Одним із таких є те, що процес формоутворення при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами представляється, як процес формоутворення плоскою рейкою [1, 2], що зводить цю задачу до вирішення у площині, це не зовсім вірно. І це також не пояснює багатьох розбіжностей у порівнянні результатів такого моделювання з поверхнею реально оброблених зубчастих косозубих коліс, що не можуть бути віднесені до похибок від технологічної системи викликаними явищами, що супроводжують процес різання.

Також є моделі вирішення цієї задачі у просторі [3], однак вони вирішували цю задачу тільки для випадку прямозубих зубчастих коліс, питання косозубих коліс не розглядалося. Не розглядалось формоутворення для усіх ділянок складно профільної вихідної поверхні черв'ячної фрези, а тільки для окремих її частин бічна сторона, округла частина спряження бічної сторони та вершини зуба. Вирішення цих питань є нагальною потребою для розробки загальної теорії формоутворення поверхні зубчастих коліс при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами, що дасть змогу створити на цій базі сучасний САПР цього інструменту та розробити нові прогресивні конструкції. Для цього необхідно було розробити узагальнену схему формоутворення циліндричних зубчастих коліс при зубофрезеруванні черв'ячними фрезами.

Така схема повинна враховувати формоутворення не тільки прямозубих зубчастих коліс черв'ячними фрезами, але й косозубих і також на базі цих коліс необхідно розглянути варіант формоутворення зубчастих коліс з профільною модифікацією колеса у вздовж ширини зуба, що також є актуальним у використанні таких коліс в сучасних машинах та механізмах.

Мета роботи – розглянути моделювання процесу формоутворення поверхні зубчастих косозубих коліс при зубофрезеруванні з врахуванням всіх рухів, які здійснює фреза – інструмент та колесо один відносно одного.

Схема формоутворення зубчастих коліс.

Розглянемо схему формоутворення поверхні косозубого зубчастого колеса вихідною інструментальною поверхнею черв'ячної фрези рис. 1.

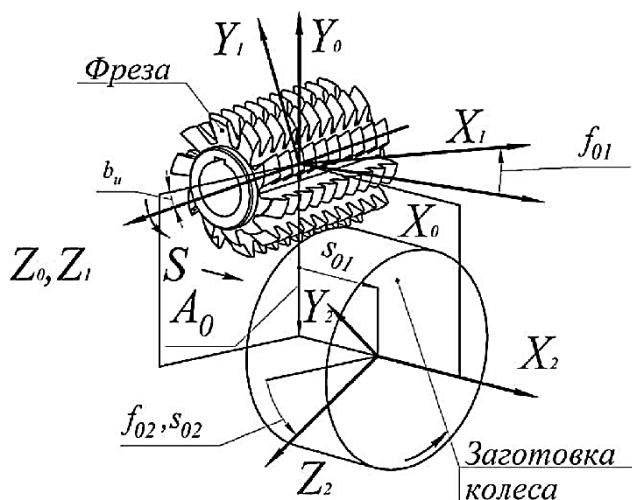


Рис. 1. Розрахункова схема формоутворення косозубих зубчастих коліс черв'ячними фрезами

Маємо 3 системи координат:

- $S_0(X_0Y_0Z_0)$ – нерухома система координат пов'язана з зубофрезерними верстатом, вісь Z_0 співпадає з віссю шпинделя верстата;

- $S_1(X_1Y_1Z_1)$ – рухома система координат пов'язана з черв'ячною фрезею, вісь Z_1 співпадає з віссю фрези, система обертається навколо осі Z_0 і рухається поступально уздовж осі X_2 ;

- $S_2(X_2Y_2Z_2)$ – рухома система координат пов'язана з колесом, що нарізається, вісь X_2 співпадає з віссю колеса, система обертається навколо осі X_2 .

Розглянувши дану схему формоутворення отримуємо, що в системі присутні два незалежні між собою рухи, це сумісне обертання фрези а і колеса навколо свої осей – рух обкату, та гвинтовий рух фрези відносно осі колеса, що приводить до утворення косозубих коліс рух подачі. При виродженні гвинтового руху фрези відносно осі колеса в прямолінійний, це відповідає формоутворенню прямозубих зубчастих коліс.

Рух обкату будемо позначати через к-нт. f , рух подачі будемо позначати через к-нт. означимо наступні параметри руху в системі: для руху обкату f_{01} – обертання фрези навколо своєї осі, f_{02} – обертання колеса навколо своєї осі; для руху обкату подачі, s_{02} прямолінійний рух фрези при її гвинтовому русі відносно осі колеса, s_{02} – обертання колеса навколо своєї осі при гвинтовому русі фрези відносно осі колеса.

Зв'язок між параметрами руху буде наступним:

$$i_{12} = \frac{f_{01}}{f_{02}} = \frac{k_f}{Z_k}; s_{01} = p_k s_{02}, \quad (1)$$

де i_{12} – передаточне відношення при русі обкату, k_f – кількість заходів фрези, Z_k – число зубів колеса, що нарізається, p_k – параметр гвинтової поверхні косозубого колеса.

Параметр гвинтової поверхні косозубого колеса знайдеться за наступною залежністю:

$$p_k = \frac{mZ_k}{2\sin(b_k)}, \quad (2)$$

де m – модуль зубчастого колеса, що нарізається, b_k – кут нахилу зубців косозубого колеса.

Зв'язок між системами координат запишемо в матрично-структурному вигляді наступним чином:

$$R_2 = m_{20s} * m_{20} * m_{01} R_1, \quad (3)$$

де R_1, R_2 – радіус вектор точки в системі пов'язаною з фрезею та колесом відповідно $m_{20s} * m_{20} * m_{01}$ – матриці перетворень координатних систем і з врахуванням (1), (2) для однозаходних фрез, як найбільш поширеного випадку вони запишуться наступним чином:

$$m_{01} = \begin{pmatrix} \cos f_{01} & -\sin f_{01} & 0 & 0 \\ \sin f_{01} & \cos f_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; m_{01} = \begin{pmatrix} \cos f_{01} & -\sin f_{01} & 0 & 0 \\ \sin f_{01} & \cos f_{01} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (4)$$

$$m_{20_f} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i_{12}f_{01}) & -\sin(i_{12}f_{01}) & 0 \\ 0 & \sin(i_{12}f_{01}) & \cos(i_{12}f_{01}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; m_{20_1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & p_k \cdot s_{02} \\ 0 & \cos s_{01} & -\sin s_{02} & 0 \\ 0 & \sin s_{02} & \cos s_{02} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

де b_u – кут розвороту фрези відносно осі колеса, A_0 – відстань між осями обертання фрези та колеса.

Кут розвороту фрези b_u розраховується за залежністю:

$$b_u = -(b_k - b_f), \tag{5}$$

де b_f – кут нахилу гвинтової лінії фрези.

Додатні значення установочних параметрів в залежностях (3), (4), (5) приведені для випадку нарізання правими фрезами правих зубчастих коліс, у випадку нарізання лівими фрезами, або лівих зубчастих коліс необхідно значення b_f , b_u підставляти з від’ємними значеннями.

В загальному випадку вихідна інструментальна поверхня фрези є гвинтовою поверхнею, що складається з декількох ділянок, а саме бічні сторони, вершинна ділянка і поверхні спряження бічних ділянок з вершинами. Рівняння вихідної інструментальної поверхні черв’ячної фрези в загальному вигляді по повному профілю в параметричній формі запишеться наступним чином:

$$R1_i(t, u) = \begin{pmatrix} x_{1i}(t, u) \\ y_{1i}(t, u) \\ z_{1i}(t, u) \\ 1 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

де $x_i(t, u)$, $y_i(t, u)$, $z_i(t, u)$ – параметричні функції що описують вихідну інструментальну поверхню фрези проекції по відповідними осям координат, i – індекс, що відповідає за кількість складових ділянок поверхні фрези, t, u – параметричні координати, що описують поверхню фрези.

Визначати поверхню зубчастого колеса будемо, як огинаючу поверхню при русі фрези відносно колеса при зубофрезеруванні. Так, як в системі присутні два незалежні одне від одного рухи то при визначенні поверхні спряженого колеса з вихідною інструментальною поверхнею фрези необхідно розглянути сумісно два рівняння контакту, відповідно для кожної ділянки вихідної інструментальної поверхні фрези:

$$R2_i(t, u, f_{01}, s_{02}), \quad NV_{fi} = 0, \quad NV_{si} = 0, \tag{7}$$

де $R2_i$ – рівняння поверхні фрези в системі пов’язаній з зубчастим колесом, NV – рівняння контакту при русі фрези від зміни параметру f_{01} та s_{02} .

Рівняння контакту згідно [3] запишуться в наступному вигляді:

$$R2_i(t, u, f_{01}, s_{02}) = m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_i(t, u)$$

$$NV_{fi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial R1_{xi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial \alpha} & \frac{\partial R1_{yi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial \alpha} & \frac{\partial R1_{zi}(t, u, f_{01}, s_{02})}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial R2_{xi}(t, u)}{\partial u} & \frac{\partial R2_{yi}(t, u)}{\partial u} & \frac{\partial R2_{zi}(t, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial R2_{xi}(t, u)}{\partial f_{01}} & \frac{\partial R2_{yi}(t, u)}{\partial f_{01}} & \frac{\partial R2_{zi}(t, u)}{\partial f_{01}} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{xi}(t, u)}{\partial \alpha} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{yi}(t, u)}{\partial \alpha} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{zi}(t, u)}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{xi}(t, u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{yi}(t, u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{zi}(t, u)}{\partial u} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{xi}(t, u)}{\partial f_{01}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{yi}(t, u)}{\partial f_{01}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_0 \cdot R1_{zi}(t, u)}{\partial f_{01}} \end{vmatrix} = 0 \tag{8}$$

$$NV_{Si} = \begin{vmatrix} \frac{\partial R_{X_i}(t,u,f_{01},s_{02})}{\partial t} & \frac{\partial R_{Y_i}(t,u,f_{01},s_{02})}{\partial t} & \frac{\partial R_{Z_i}(t,u,f_{01},s_{02})}{\partial t} \\ \frac{\partial R_{X_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial R_{Y_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial R_{Z_i}(t,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial R_{X_i}(t,u)}{\partial f_{02}} & \frac{\partial R_{Y_i}(t,u)}{\partial f_{02}} & \frac{\partial R_{Z_i}(t,u)}{\partial f_{02}} \end{vmatrix} = \quad , (9)$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial t} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial t} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial t} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial f_{02}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial f_{02}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial f_{02}} \end{vmatrix} = 0$$

де R_{X_i} – відповідні складові проекції на осі координат вектора поверхні фрези R_1 і сімейства поверхонь R_2 утвореним поверхнею фрези при її русі при зубофрезеруванні відносно зубчастого колеса.

Вважаючи те, що два рухи, які задаються зміною параметрів f_{01} та s_{02} незалежні одне від одного та рівняння контакту (8, 9) можна спростити, а саме в рівняннях сімейства поверхонь утворених залежністю (3) при записі рівняння контакту від параметру f_{01} виключити з залежностей матрицю перетворення від руху $s_{02} - m_{20s}$ і для рівняння контакту від параметру s_{02} виключити з залежностей матрицю перетворення від руху $f_{01} - m_{20f}$, тоді рівняння контакту запишуться в наступному вигляді:

$$NV_{fi} = \begin{vmatrix} \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial t} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial t} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial t} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial f_{01}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial f_{01}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial f_{01}} \end{vmatrix} = 0 \quad . (10)$$

$$NV_{Si} = \begin{vmatrix} \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial t} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial t} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial t} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial u} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial u} \\ \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1X_i}(t,u)}{\partial f_{02}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Y_i}(t,u)}{\partial f_{02}} & \frac{\partial m_{201} \cdot m_{20f} \cdot m_{20} \cdot m_{01} R_{1Z_i}(t,u)}{\partial f_{02}} \end{vmatrix} = 0$$

Вихідна інструментальна поверхня (ВІП) фрези є гвинтовою поверхнею і для стандартного профілю фрези згідно ГОСТ 9324-80 вона представляє собою комбінацію сполучення прямих ділянок і дуг кіл, які плавно спряжені між собою. Такий твірний профіль (рис. 2) складається з 5 ділянок позначених, як 12, 23, 34, 45, 56. З них ділянка 12, 56 – бічні робочі поверхні ВІП фрези, ділянка 34 – ділянка вершинної поверхні зуба, ділянки 23, 45 – заокруглення при вершині зуба фрези радіусом r_{pa0} , що з'єднують бічні сторони і вершинну ділянку.

Розв'язок рівняння контакту.

Розглянувши залежність (10) отримуємо рівняння контакту поверхні фрези з поверхнею колеса, так як поверхня колеса є гвинтовою циліндричною поверхнею постійного кроку то параметр руху s_{02} буде виключений з другого рівняння контакту від параметру руху [3]

тому що, лінія контакту при утворенні циліндричних гвинтових поверхонь з постійними твірними є сталою кривою і не залежить від руху фрези відносно колеса обумовленого параметром s_{02} , тоді система рівняння контакту запишеться наступним чином:

$$R2_i(t, u, f_{01}, s_{02}), \quad NV_{fi}(t, u, f_{01}, s_{01}) = 0, \quad NV_{si}(t, u, f_{01}, s_{01}) = 0 \quad (11)$$

Система рівнянь контакту (11) має 2 – рівняння і 3 невідомі t, u або μ, f_{01} для її розв’язку необхідно зменшити кількість невідомих, для цього при розв’язку систем рівнянь (11) фіксуємо значення параметру u для прямолінійних ділянок твірної профілю і μ для округлих ділянок профілю і розв’язуємо систему з 2-х рівнянь, яка вже містить тільки 2 невідомих і є визначеною системою.

За отриманими залежностями були розраховані поверхні косових зубчастих коліс при їх формоутворенні ВІП черв’ячної фрези по повному профілю, побудовані лінії контакту поверхні фрези з поверхнею колеса (рис. 3).

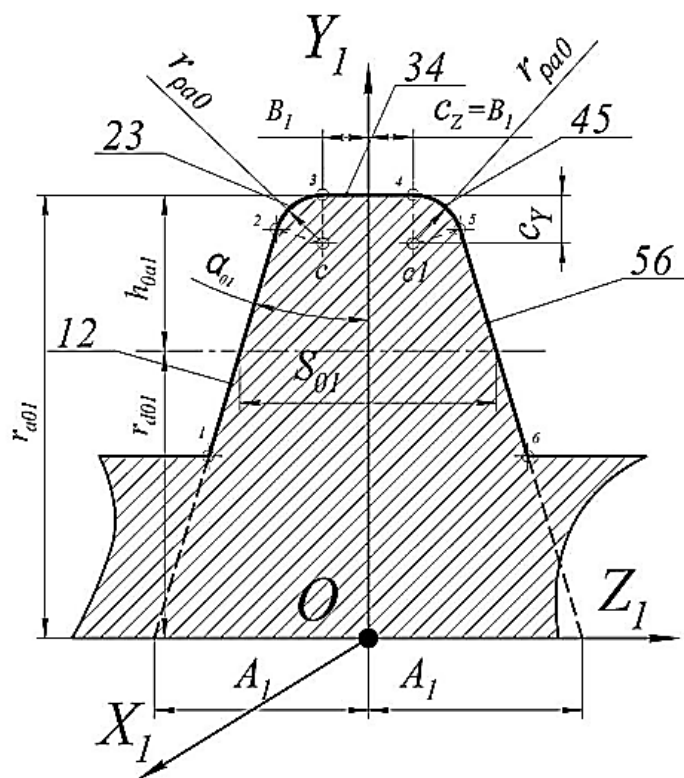


Рис. 2. Твірний профіль вихідної інструментальної поверхні стандартної черв’ячної фрези

Відомо, що для прямозубих зубчастих коліс мінімальна кількість зубів, що може бути нарізана на профілі без підрізання 17, для косозубих коліс ця величина збільшується [2] в тому випадку коли вони утворені рейкою. При дослідженні умов формоутворення зубчастих коліс ВІП фрези було встановлено, що ця умова не підрізання для зубчастих коліс утворених рейкою не придатна для коліс утворених фрезою, що пов’язано з просторовим характером зачеплення фрези з колесом – на профілі бічної сторони зуба при $Z_k = 17$ існує точка повернення, а значить існує підрізання бічного профілю зубчастого колеса.

Пояснення цього явища потребує більш детальних досліджень в підрізання поверхонь утворених при двопараметричному огинанні.

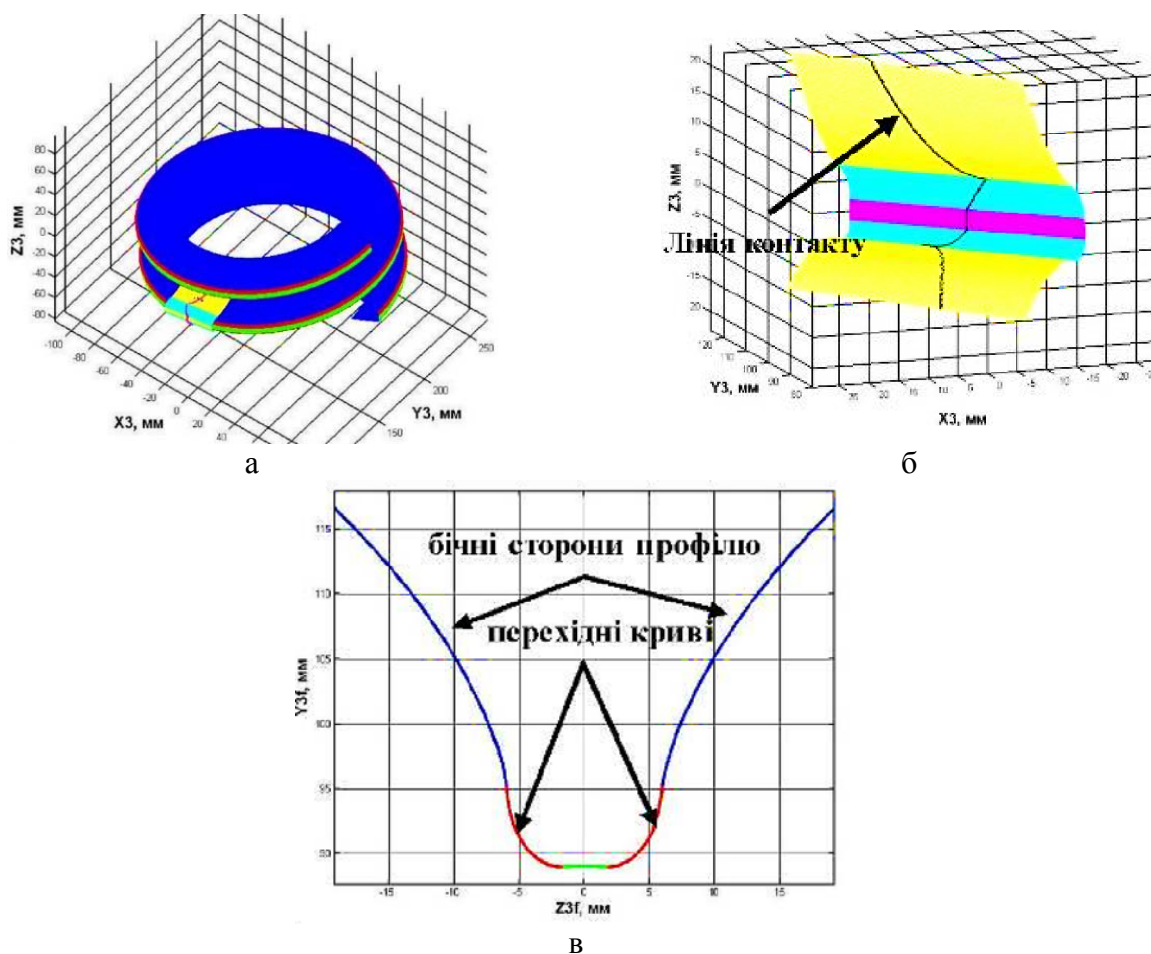


Рис. 3. Розрахунок спряженої поверхні зубчастого колеса з ВП фрези:

а – зачеплення ВП фрези та колеса, б – лінія контакту ВП фрези на поверхні колеса, в – повний профіль западини колеса в торцевому перерізі

Параметри фрези – конволютна однозаходна, $m = 10\text{ мм}$, $d_{a01} = 180\text{ мм}$, $r_{pa01} = 2\text{ мм}$; колеса $Z_k = 20$, $a_n = 20^\circ$, $b_k = 10^\circ$.

ВИСНОВКИ

В роботі розглянуто моделювання процесу формоутворення поверхні зубчастих косо-зубих коліс при зубофрезеруванні з врахуванням всіх рухів, які здійснює фреза – інструмент та колесо один відносно одного. Отримані рівняння контакту по повному профілю зубчастого колеса, а саме – поверхня перехідних кривих, поверхня западини, бічна поверхня, що дозволяють визначити спряжену поверхню косозубого зубчастого колеса з ВП черв'ячної фрези. При дослідженні умов формоутворення зубчастих коліс фрезами було встановлено, що умова не підрізання для зубчастих коліс 17 утворених рейкою не придатна для коліс утворених фрезою, що пов'язано з просторовим характером зачеплення фреза колесо.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Формоутворення черв'ячних зуборізних фрез / В. О. Богуслаєв, Н. С. Равська, О. Я. Качан, К. Б. Балушок, В. Ф. Мозговий, О. А. Охріменко // Запоріжжя, вид. ВАТ «Мотор Січ», 2007. – 179 с.
2. Гинзбург Е. Г. Зубчатые передачи: справочник / Е. Г. Гинзбург – Л. : Машиностроение, 1980. – 416 с.
3. Родин П. Р. Основы формообразования поверхностей резанием / П. Р. Родин – К. : Выща школа, 1977. – 190 с.
4. Цвис Ю. В. Профилирование режущего обкатного инструмента / Ю. В. Цвис – М. : Машиз, 1961. – 156 с.