

УДК 621.01

Гаврильченко О. А., Ладыга Е. В., Буханцов Д. А.

АНАЛИЗ ЗАМКНУТОГО ДВУХПОДВИЖНОГО МАНИПУЛЯТОРА РОБОТА

В основе современных манипуляционных систем, как правило, лежат разомкнутые кинематические цепи, характеризующиеся большим рабочим пространством и высокой ориентирующей способностью. В то же время последовательное соединение звеньев не позволяет получить достаточно высокую жесткость кинематической цепи, что приводит к заметным погрешностям позиционирования [1–4].

Целью работы являлось изучение рабочей зоны роботов с замкнутой структурой и оценка возможности прогнозирования их характеристик.

Для устранения таких недостатков в структуру манипуляционных систем включают замкнутые многоподвижные цепи или создают роботы с чисто параллельной структурой [1].

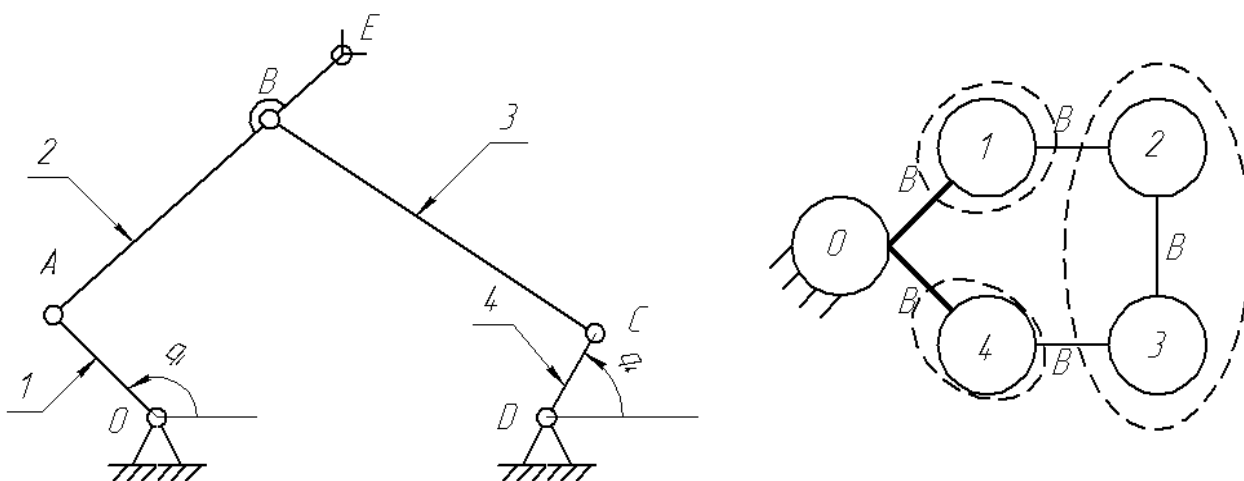


Рис. 1. Двухподвижный манипулятор

Рассмотрим двухподвижный четырехзвенник (рис. 1). Проведем геометрический анализ данного механизма. Размыкая кинематическую цепь в шарнире B, приведем замкнутую цепь к открытой цепи. На рис. 2 показаны две открытые цепи (ветви): OA, ABCD.

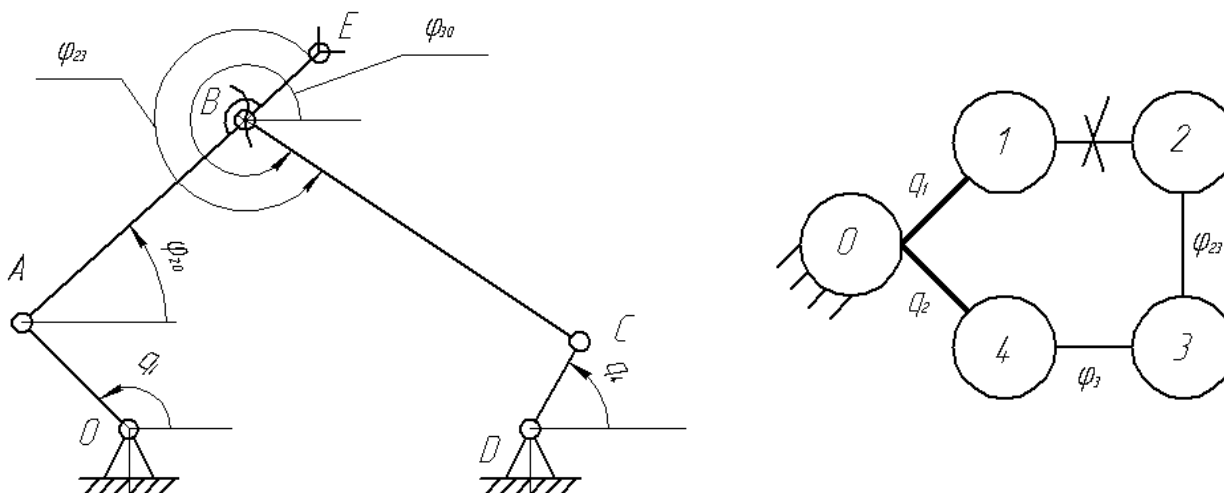


Рис. 2. Условный разрыв механизма в шарнире B

Из групповых уравнений:

$$\left. \begin{aligned} l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_{23}) &= x_C - x_A; \\ l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_{23}) &= y_C - y_A. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

определим

$$\cos \varphi_{23} = \frac{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3}; \quad (2)$$

$$\sin \varphi_{23} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{23}}, \quad (3)$$

где $l_2; l_3$ – длины звеньев;

φ_2 – абсолютный угол;

φ_{23} – относительный угол.

Здесь двойной знак перед радикалом указывает на два решения тригонометрических уравнений. Этим решениям соответствуют два варианта сборки звеньев 2 и 3 группы *BBB*.

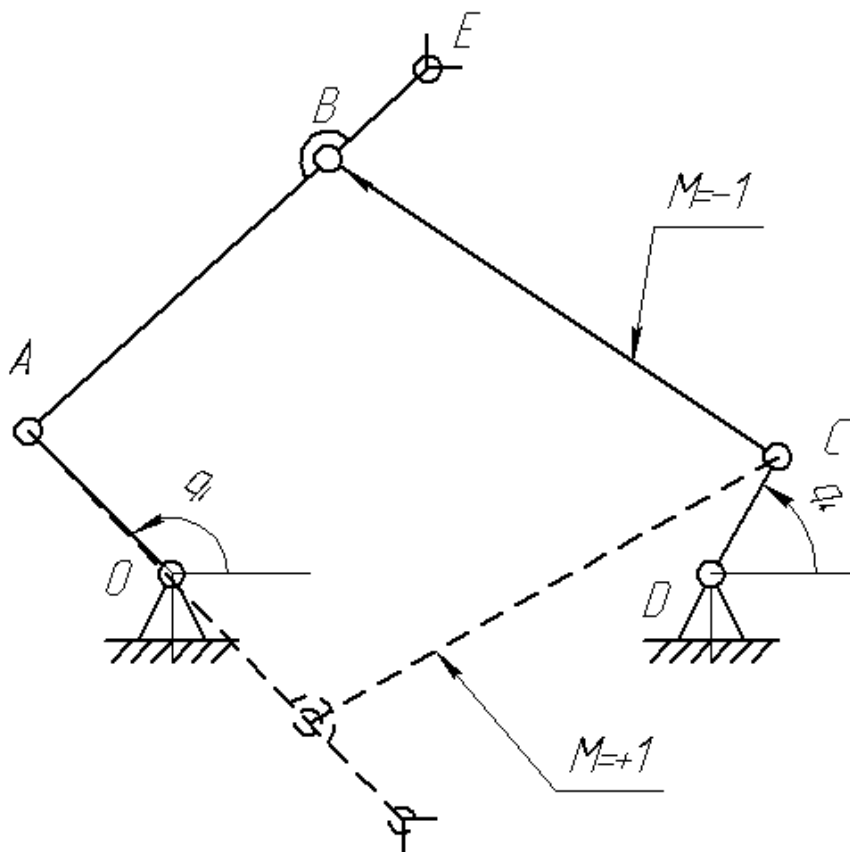


Рис. 3. Два варианта сборки данного механизма

Числовой показатель варианта сборки группы *BBB* на ЭВМ определяется по знаку момента вектора *AB* относительно точки *C*:

$$M = \text{sign}(-\sin \varphi_{23}) = \text{sign}[M_C(\overline{AB})] = \begin{cases} +1 & \text{против ч. с.,} \\ -1 & \text{по ч. с.} \end{cases} \quad (4)$$

Групповые уравнения (1) перепишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} (\ell_2 + \ell_3 \cos \varphi_{23}) \cos \varphi_{20} - \ell_3 \sin \varphi_{23} \sin \varphi_{20} &= x_C - x_A, \\ \ell_3 \sin \varphi_{23} \cos \varphi_{20} + (\ell_2 + \ell_3 \cos \varphi_{23}) \sin \varphi_{20} &= y_C - y_A, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

откуда по правилу Крамера определим [4]:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{20} &= \frac{\begin{vmatrix} x_C - x_A & -\ell_3 \sin \varphi_{23} \\ y_C - y_A & \ell_2 + \ell_3 \cos \varphi_{23} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \ell_2 + \ell_3 \cos \varphi_{23} & -\ell_2 \sin \varphi_{23} \\ \ell_3 \sin \varphi_{23} & \ell_2 + \ell_3 \cos \varphi_{23} \end{vmatrix}} = \\ &= \frac{(x_C - x_A)(\ell_2 + \ell_3 \cos \varphi_{23}) + (y_C - y_A)\ell_3 \sin \varphi_{23}}{\ell_2^2 + \ell_3^2 + 2\ell_2\ell_3 \cos \varphi_{23}}, \\ \sin \varphi_{20} &= \frac{(y_C - y_A)(\ell_2 + \ell_3 \cos \varphi_{23}) - (x_C - x_A)\ell_3 \sin \varphi_{23}}{\ell_2^2 + \ell_3^2 + 2\ell_2\ell_3 \cos \varphi_{23}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда абсолютные координаты: $\varphi_{20} = \varphi_2, \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_{23}$.

Запишем якобиан для данного механизма:

$$J = \begin{vmatrix} -\ell_3 \sin \varphi_3 & -\ell_2 \sin \varphi_2 \\ \ell_3 \cos \varphi_3 & \ell_2 \cos \varphi_2 \end{vmatrix} = \ell_2 \ell_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3). \quad (7)$$

Таким образом, при $\varphi_2 = \varphi_3 + \pi k$ механизм попадает в особые положения (рис. 4).

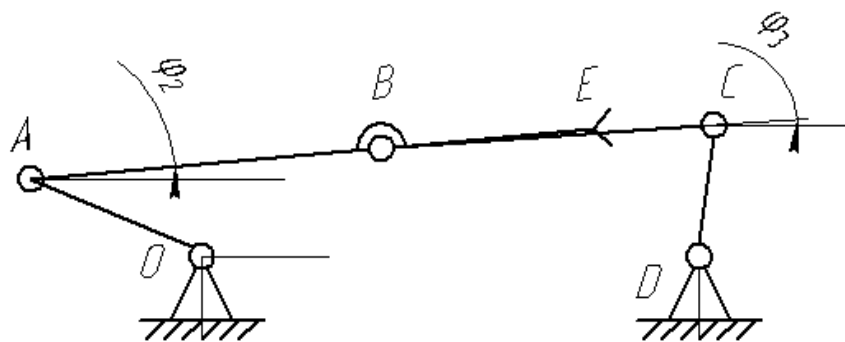


Рис. 4. Одно из особых положений механизма

Рассмотрим рабочую зону данного механизма; она очень мала – это является главным недостатком роботов с замкнутой структурой (рис. 5, а). При изменении длин звеньев, можно добиться пересечения рабочих зон различных сборок механизмов (рис. 5, б) [2]. Осуществим переход через особое положение, путем установки дополнительного внутреннего двигателя.

Введем дополнительный двигатель q_2 (выключив при этом двигатель на звене OA , т. е. $q_1 = \varphi_1$), тогда меняется структура механизма, а значит и особое положение (рис. 6).

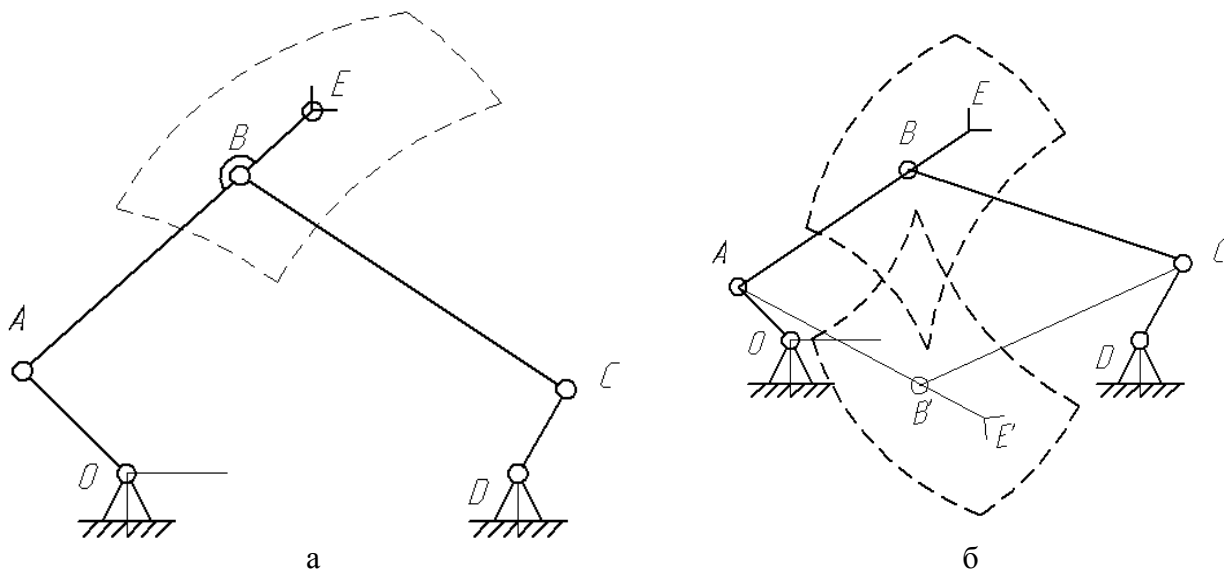


Рис. 5. Рабочая зона манипулятора:
а – с замкнутой структурой; б – с пересечением рабочих зон

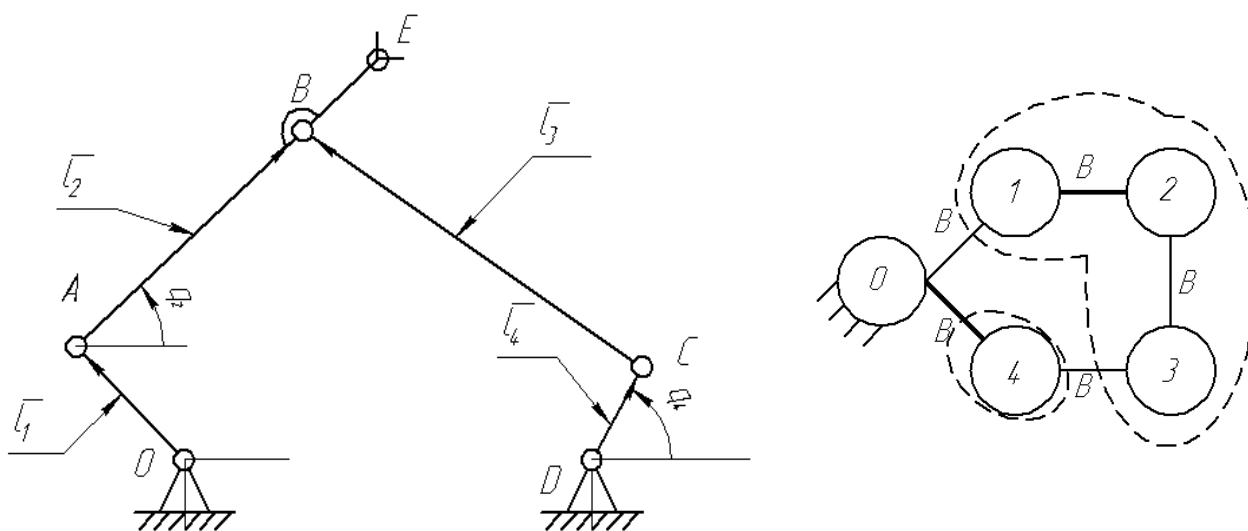


Рис. 6. Смена входной координаты q_1 на q_2

Проведем геометрический анализ измененного механизма. Размыкая кинематическую цепь в шарнире В, приведем замкнутую цепь к открытой цепи (аналогично механизму с входными координатами q_1 и q_4), получим:

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos \varphi_1 + l_3 \cos(\varphi_1 + \varphi_{13}) &= x_C - x_{AB}, \\ l_1 \sin \varphi_1 + l_3 \sin(\varphi_1 + \varphi_{13}) &= y_C - y_{AB}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Отсюда можно получить якобиан для такой системы:

$$J = \begin{vmatrix} l_1 \sin \varphi_1 & -l_3 \sin \varphi_3 \\ -l_1 \cos \varphi_1 & l_3 \cos \varphi_3 \end{vmatrix} = l_1 l_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3). \quad (9)$$

Таким образом, механизм попадает в особое положение при $\varphi_1 = \varphi_3 + \pi k$, то есть может пройти положение $\varphi_2 = \varphi_3 + \pi k$ [3].

Одной из обязательных задач в механизмах роботов является решение обратной геометрической задачи.

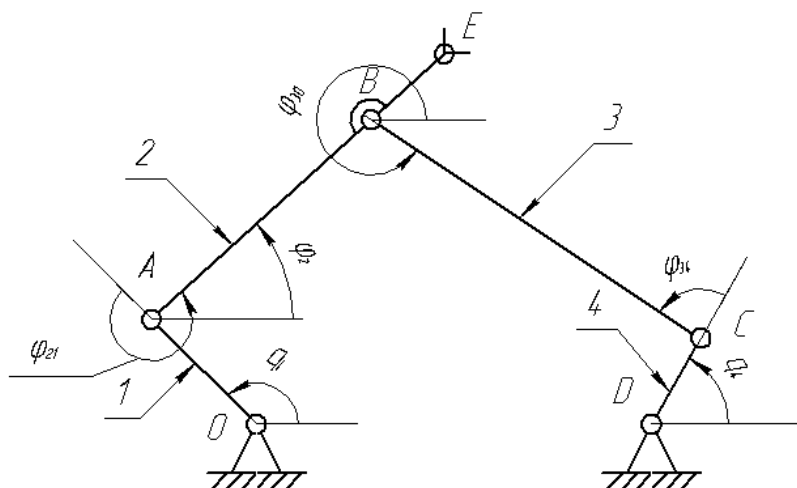


Рис. 7. Решение обратной задачи

Определим угловые координаты входных звеньев q_1 и q_4 , обеспечивающих попадание полюса E двухподвижного манипулятора в точку с заданными координатами x_E и y_E (рис. 7). Неизвестный угол φ_{21} и искомую выходную координату q_1 получим из групповых уравнений (10):

$$\left. \begin{aligned} x_E &= x_0 + l_1 \cos q_1 + l_5 \cos(q_1 + \varphi_{21}) \\ y_E &= y_0 + l_1 \sin q_1 + l_5 \sin(q_1 + \varphi_{21}) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

откуда

$$\cos \varphi_{21} = \frac{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2 - l_1^2 - l_5^2}{2l_1l_5}, \quad (11)$$

$$\sin \varphi_{21} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{21}}.$$

Из выражений (11) найдем два значения $\varphi_{21}^{(1)}, \varphi_{21}^{(2)}$.

Далее из уравнений замкнутого контура $OABCD$:

$$\left. \begin{aligned} l_4 \cos q_4 + l_3 \cos(q_4 + \varphi_{34}) &= x_0 - x_D + l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + \varphi_{21}), \\ l_4 \sin q_4 + l_3 \sin(q_4 + \varphi_{34}) &= y_0 - y_D + l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + \varphi_{21}) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

получим

$$\cos \varphi_{34} = \frac{(x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2 - l_4^2 - l_3^2}{2l_4l_3}, \quad (13)$$

$$\sin \varphi_{34} = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{34}}.$$

и определим угол φ_{34} и входную координату q_4 . Здесь каждому значению $\varphi_{21}^{(1)}, \varphi_{21}^{(2)}$ и $q_1^{(1)}, q_1^{(2)}$ соответствует два значения φ_{34} и q_4 .

Таким образом, для одного положения точки E возможны четыре конфигурации механизма (рис. 8).

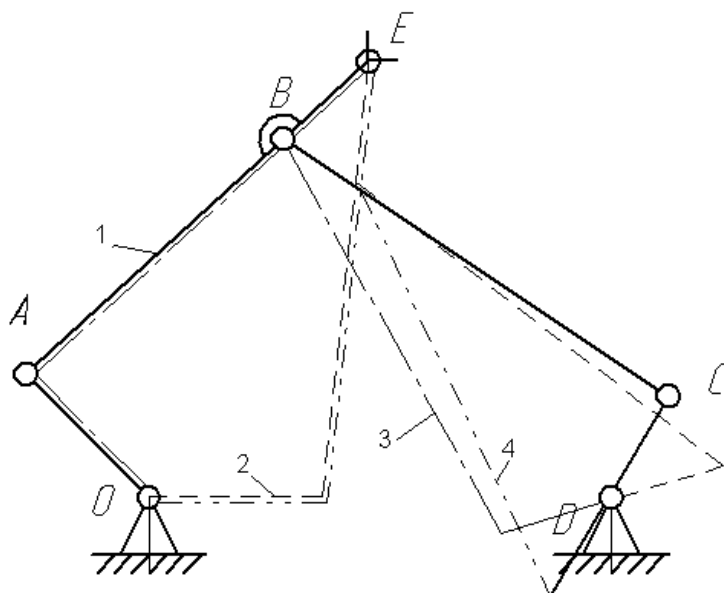


Рис. 8. Четыре возможных конфигурации манипулятора

Каждому виду конфигурации соответствует своя матрица Якоби и свое рабочее пространство. Определитель матрицы Якоби:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_E}{\partial q_1} & \frac{\partial x_E}{\partial q_4} \\ \frac{\partial y_E}{\partial q_1} & \frac{\partial y_E}{\partial q_4} \end{vmatrix} = \frac{AE \cdot l_1 l_4}{l_2} \frac{\sin(\varphi_2 - q_1) \sin(\varphi_3 - q_4)}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)} \quad (14)$$

позволяет получить два условия:

$$\begin{aligned} \sin(\varphi_2 - q_1) &= 0; \\ \sin(\varphi_3 - q_4) &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

определяющих границы между различными конфигурациями, и условие:

$$\sin(\varphi_3 - \varphi_2) = 0, \quad (16)$$

задающее границу недостижимой области.

Эти алгоритмы решения данных задач были реализованы в компьютерной программе. На рис. 9, а показана схема механизма, точками представлена рабочая зона, ниже расположены кнопки управления механизмом для прохождения механизма через особое положение: при приближении к особому положению, необходимо включить дополнительный двигатель (управление входной координатой q_2). На рис. 9, б показаны возможные положения механизма (основной и пунктирной линиями) для попадания точки E выходного звена механизма в заданную точку.

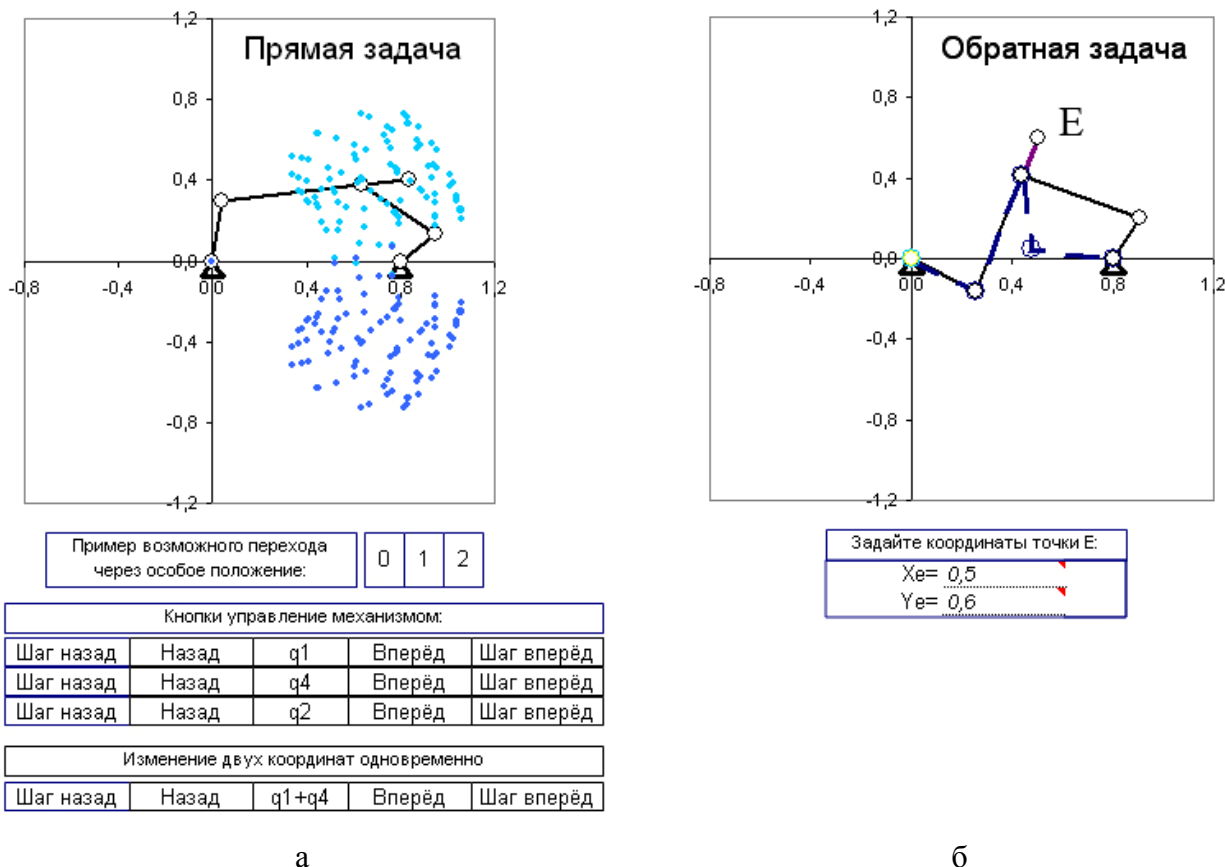


Рис. 9. Компьютерная реализация полученных алгоритмов: а – схема механизма, рабочая зона, кнопки управления механизмом; б – возможные положения механизма

ВЫВОДЫ

На основании проведенных исследований можно заключить, что замена разомкнутой кинематической цепи работа замкнутой многоподвижной цепью позволяет получить высокую жесткость кинематической цепи, а, следовательно, и достаточно низкие погрешности позиционирования. Однако подобная рабочая зона достаточно мала.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Евграфов А. Н. Теория механизмов и машин: Учебное пособие для вузов / А. Н. Евграфов, М. З. Коловский, Г. Н. Петров – СПб. : Изд-во СПбГПУ, 2003. – 238 с.
2. Галуллин Ш. Р. О структуре и кинематике пространственного пятизвенного механизма с вращательными парами / Ш. Р. Галуллин // Теория механизмов и машин. 2011. – № 2 (9). – С. 30–37.
3. Goldberg M. New five-bar and six-bar linkages in three dimensions / M. Goldberg // Transactions of ASME, 2003. – Vol. 65. – P. 649–663.
4. Хейло С. В. Решение задачи кинематики поступательно-направляющего манипулятора / С. В. Хейло, В. А. Глазунов, Р. Ю. Сухоруков // Машиностроение и инженерное образование, 2011. – № 2. – С. 11–16.