УДК 621.981.1

## Грибков Э. П., Завгородний А. В., Горохов В. А.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛИРОВАНИЯ ПОЛОС

С каждым годом растет потребление листа металла, изогнутого особым способом – профилированного листа. Наибольшее применение данный продукт нашел себя в строительстве. Самым современным процессом производства такого листа является его формоизменение в специальных прокатных линиях, где основным инструментом являются ролики различной профилировки.

Однако существенный рост демонстрируют не только объемы внутренних и экспортных поставок профилированного листа, но также требования к их качеству и уровню потребительских свойств. При этом решение задач по расширению сортамента и повышению качества готовой металлопродукции, получаемой в результате процессов гибки и профилирования, неразрывно связано с широким техническим перевооружением машиностроительных предприятий, совершенствованием действующих и разработкой новых технологических процессов и оборудования. Наряду с этим существенные дополнительные затраты и значительное усложнение конструкции механического оборудования делают необходимым и одновременное повышение степени научной обоснованности принимаемых технических решений, а это, в свою очередь, предъявляет дополнительные требования к методам расчета основных технико-экономических показателей, используемых на стадии проектно-конструкторских и проектно-технологических работ.

При установившемся процессе профилирования форма и положения поперечных сечений заготовки остаются неизменными в течение всего процесса. Формоизменение заготовки в этом случае происходит на некоторой его части, т. е. на участке плавного перехода. Строгое математическое описание процесса формоизменения заготовки в валках в общем виде затруднительно, поэтому исследователями создаются упрощенные схемы и модели участка плавного перехода.

Значительный вклад в развитие теории и практики производства профилированного листа внесли В. И. Давыдов, М. П. Максаков, Т. Я. Туя, П. И. Полухин, Г. А. Смирнов-Аляев, К. Н. Богоявленский, А. К. Григорьев, И. С. Тришевский, а также целый ряд других ученых и специалистов. Так, например, в своей теории В. И. Давыдов и М. П. Максаков [1] принимают, что поперечные сечения заготовки находятся неизменно в плоскостях перпендикулярных направлению движения, а кромки остаются прямолинейными, а Т. Я. Туя, П. И. Полухин и Г. А. Смирнов-Аляев [2; 3] в своей математической модели процесса профилирования основываются на модели участка плавного перехода, для которого поперечные сечения заготовки остаются плоскими и перпендикулярными оси профилирования, длина нейтральной линии деформации в каждом сечении, перпендикулярном оси профилирования, постоянна и равна начальной ширине заготовки. К. Н. Богоявленский и А. К. Григорьев [4] считают, что, фактически, упругая деформация кромки имеет место не только на длине видимого формуемого участка, а распространяется и за осевую плоскость валков на длину KL, где K = 3-5. Известны также работы H. Makelt [5], H. Suruki [6], Saito [7] в которых применены упрощенные схемы участков плавного перехода, предложенные для решения отдельных технологических вопросов профилирования, однако они не позволяют достаточно точно описать аналитически процесс формоизменения заготовки и отразить напряженно-деформированное состояние металла наиболее характерных участков профиля.

Аналитические решения задач профилирования выполнены И.С.Тришевским и его сотрудниками [8, 9] на основании исследовательских работ, выполненных на базе Украинского научно-исследовательского института металлов (УкрНИИМет).

В частности, именно И. С. Тришевский [8, 9] предложил в переходах, когда относительный радиус кривизны места изгиба  $\rho < 5$  рассматривать напряженно-деформированное состояние как плоское, а когда  $\rho > 5$  – как объемное, так как принятие общих упрощений для всего диапазона пластического изгиба приводит к значительным неточностям для тех или иных его стадий [8, 9].

Наряду с этим следует отметить, что целый ряд вопросов, связанных с повышением эффективности промышленных условий реализации исследуемого процесса является неизученным или изучены недостаточно полно. Весьма немаловажным, помимо расчета энергосиловых параметров и проектирования собственно технологии [10], являются и прогнозирование качества готовой металлопродукции, учитывающее вероятностный характер исходных параметров процесса, а также дальнейшее совершенствование механического оборудования соответствующих профилегибочных агрегатов.

Целью работы является повышение уровня потребительских свойств при производстве профилированного листа на основе проведения всесторонних исследований, направленных на количественное уточнение и качественное расширение математических описаний основных закономерностей.

В основу рассматриваемой математической модели процесса гибки и профилирования было положено численное рекуррентное решение конечно-разностной формы условие статического равновесия выделенного элементарного объема металла в очаге деформации. Используемая в этом случае расчетная схема, предполагающая изгиб полосы под действием изгибающих моментов и растягивающих продольных сил, представлена на рис. 1.



Рис. 1. Расчетная схема процесса гибки

Согласно данной расчетной схемы полоса толщиной h подвергается поперечному упруго-пластическому изгибу на радиус R. По мере окончания процесса гибки и снятия внешних нагрузок полоса упруго разгружается и приобретает результирующее состояние, характеризуемое значением остаточного радиуса кривизны на данном участке R<sub>ост</sub>, а также остаточными значениями распределения механических свойств, напряжений и деформаций.

Используя принцип суперпозиционного подхода и рассматривая с учетом этого только один участок полосы, характеризующийся наличием постоянного по величине внутреннего радиуса кривизны R, осуществим разбиение всего объема выделенного участка на конечное множество  $k_{Rh}$  элементарных объемов, имеющих порядковые номера верхних и нижних граничных поверхностей, соответственно ј и (j+1) (рис. 2). Толщина каждого отдельного элементарного объема  $\Delta h$  и геометрическая координата  $z_j$  для каждой отдельной j-ой граничной поверхности с учетом условия, что начало координаты принадлежит поверхности, являющейся средней по толщине всей полосы, определяется по методике, изложенной в работе [11].



Рис. 2. Расчетная схема элементарного объема при реализации процесса гибки

Величины изгибающего момента М и растягивающих сил N можно определить по следующим зависимостям:

$$N = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z dz = \sum_{j=2}^{k_{Rh}+1} \frac{\sigma_j + \sigma_{(j-1)}}{2} \Delta h;$$
(1)

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_z \cdot z \cdot dz = \sum_{j=2}^{k_{Rh}+1} \frac{\sigma_j + \sigma_{(j-1)}}{2} \left[ \frac{\frac{\Delta h^2}{2} \sigma_j + \frac{2\Delta h^2}{3} - \frac{\sigma_{(j-1)} + \sigma_j}{2}}{\frac{\sigma_{(j-1)} + \sigma_j}{2}} + z_j \right] \Delta h = \sum_{j=2}^{k_{Rh}+1} \frac{\sigma_j + \sigma_{(j-1)}}{2} \left[ z_j + \frac{1}{3} \frac{2\sigma_{(j-1)} + \sigma_j}{\sigma_{(j-1)} + \sigma_j} \Delta h \right] \Delta h.$$
(2)

В самом общем случае решение уравнений (1) и (2), сводится к определению нормальных тангенциальных напряжений  $\sigma_j$ , неразрывно связанных с соответствующими показателями деформации растяжения-сжатия  $\varepsilon_j$ , которые в свою очередь можно определить на основе зависимостей, изложенных в работах [11, 12].

Определение нормальных радиальных напряжений P<sub>j</sub> и нормальных контактных напряжений P<sub>R</sub>, имеющих место на контакте деформирующего инструмента с полосой было осуществлено из условия статического равновесия выделенного элементарного объема в очаге деформации:

$$2\int_{0}^{\Delta\varphi} P_{j} \cdot \cos\varphi \cdot R_{j} \cdot d\varphi = 2\int_{j=2}^{k_{Rh+1}} \frac{\sigma_{j} + \sigma_{(j-1)}}{2} \Delta h \cdot \sin \Delta\varphi, \qquad (3)$$

откуда величина нормальных радиальных напряжений:

$$P_j = \sum_{j=2}^{k_{Rh+1}} \frac{\sigma_j + \sigma_{(j-1)}}{2} \frac{\Delta h}{R_j}, \qquad (4)$$

где  $R_j = R + h/2 + z_j$  – текущий радиус рассматриваемой граничной поверхности.

Аналогично и для нормальных контактных напряжений:

$$P_R = \sum_{j=2}^{k_{Rh+1}} \frac{\sigma_j + \sigma_{(j-1)}}{2} \frac{\Delta h}{R}.$$
(5)

Математическое моделирование процесса профилегибки заключалось в разбиении очага деформации на конечное множество элементарных объемов вдоль направления движения полосы и определения напряженно-деформированного состояния для каждого из них. В тоже время для каждого элементарного объема определялись распределения напряжений и деформаций по толщине полосы. [11, 12]. Расчетная схема представлена на рис. 3.



Рис. 3. Расчетная схема очага деформации

Протяженность очага деформации была определена из геометрических соотношений:

$$L = \sqrt{R_{np}h - h^2/4} , \qquad (6)$$

где  $R_{np} = 2R_v R_n / (R_v + R_n)$  – приведенный радиус валков; h – конечная высота профиля (см. рис. 3).

Имеющая достаточно большое количество степеней свободы степенная форма аналитического описания была использована и при расчете текущего значения толщины прокатываемой композиции:

$$h_x = h (x/L)^{a_h} , (7)$$

где  $a_h$  – степенной показатель формы очага деформации (для валков принимается  $a_h = 2$ ); x – текущая координата рассматриваемого сечения.

При разбиении очага деформации для первого сечения принимали  $x|_{i=1} = 0$ . Для последующих:

$$x(i+1) = x(i) + \Delta x, \qquad (8)$$

где  $\Delta x = L/n$  – шаг разбиения очага деформации; n – количество разбиений очага деформации.

Для определения текущих значений характеристик сечения использовали следующие геометрические зависимости (рис. 4, а):

$$\alpha_x = \operatorname{arctg}(2h_x / C); \tag{9}$$

$$W_x = R0(1 - \cos(\alpha_x / 2)); \tag{10}$$

$$C_x = 2R0\sin(\alpha_x/2). \tag{11}$$



Рис. 4. Расчетная схема сечения профиля (а) и участка подгибки (б)

При этом для определения напряженного состояния были рассчитаны моменты сопротивления и инерции сечения:

$$r = R0 + S/2; r_1 = R0 - S/2;$$
 (12)

$$I_{x} = \frac{r^{4} - r_{l}^{4}}{8} (\alpha_{x} - \sin \alpha_{x});$$
(13)

$$V_0 = \frac{4}{3} \frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2} \frac{1}{\alpha_x} \sin(\alpha_x / 2);$$
(14)

$$W_{x} = I_{x} / V_{0} \text{ при } V_{0} \ge r;$$
(15)

$$W_x = I_x / (r - V_0)$$
 при  $V_0 < r$ .

Для участка подгибки параметры сечения определяли по следующим зависимостям (см. рис. 4, б):

$$\beta_x = \alpha_x / 2; \tag{16}$$

$$c_x = 2Rg\sin(\beta_x); \tag{17}$$

$$w_x = Rg(1 - \cos\beta_x). \tag{18}$$

Моменты сопротивления и инерции сечения:

$$r_g = Rg + S/2; r_{g1} = Rg - S/2;$$
 (19)

$$V_{g0} = \frac{4}{3} \frac{r_g^3 - r_{g1}^3}{r_g^2 - r_{g1}^2} \frac{1}{\beta_x} \sin(\beta_x / 2);$$
(20)

$$F_x = Rg \ S \ \beta_x; \tag{21}$$

$$I_g^x = \frac{r_g^4 - r_{g1}^4}{8} (\beta_x - \sin \beta_x) - F_x V_{g0}^2;$$
(22)

$$I_g^{\gamma} = \frac{r_g^4 - r_{g1}^4}{8} (\beta_x - \sin \beta_x);$$
(23)

$$I_x = 0.5 \left| I_g^x - I_g^y \right| \sin \alpha_x; \qquad (24)$$

$$w_x = 2I_{gx} / c_x. ag{25}$$

Зависимости (6)–(25) в сочетании с математической моделью для определения напряжений и деформаций [11], составили полный алгоритм по определению контактных напряжений по длине очага деформации.

Нормальные контактные напряжения в свою очередь были определены как:

$$p_x = \sigma_x h_x / R_{ocm_x} , \qquad (26)$$

где  $\sigma_x$  – текущее по длине очага деформации значение нормальных напряжений [11; 12],  $R_{ocm_x}$  – остаточная кривизна в рассматриваемом элементарном объеме [8; 9].

Сила профилирования была определена через сумму нормальных контактных напряжений:

$$P = \sum_{i=1}^{n} p_{xi} c_{xi} \Delta x \,. \tag{27}$$

Здесь следует отметить, что сила профилирования была рассчитана для всех элементов профиля отдельно с последующим суммированием.

Для определения момент профилирования был определен центр тяжести эпюры нормальных контактных напряжений:

$$x_{c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{xi} x_{i} \Delta x}{\sum_{i=1}^{n} p_{xi} \Delta x}.$$
(28)

Момент профилирования:

$$M = 2 P x_c. \tag{29}$$

Мощность профилирования:

$$N = MV / R_{np}, \qquad (30)$$

где V – скорость движения полосы (м/с).

В качестве примера численной реализации разработанной математической модели, на рис. 5 представлены расчетные распределения энергосиловых параметров для С-образного профиля в зависимости:

- от величины радиуса подгибки Rg (см. рис. 5, а);

- от приведенного радиуса валков (см. рис. 5, б);

- от толщины полосы (см. рис. 5, в).

Анализ полученных распределений показал:

– с увеличением радиуса подгибки энергосиловые параметры процесса уменьшаются, при этом с определенного значения радиуса это уменьшение незначительно.

– с увеличением радиуса валка сила и момент профилирования резко увеличиваются, в то время как мощность процесса возрастает незначительно.

– с увеличением толщины полосы с 0,25 мм до 1,5 мм сила увеличивается пятикратно, момент – в 8 раз, а мощность – в 5 раз.

С целью повышения степени достоверности полученных теоретических исследований, были проведены экспериментальные исследования процесса профилирования. В качестве лабораторной установки использовался мелкосортный стан 100 ДГМА, общий вид рабочей клети, рабочих валков и состав оборудования которого представлен на рис. 6.



Рис. 5. Расчетные распределения энергосиловых параметров для С-образного профиля в зависимости от величины радиуса подгибки Rg (a), приведенного радиуса валков (б) и толщины полосы (в)



Рис. 6. Общие виды рабочей клети (а), рабочих валков (б) и схема состава оборудования главной линии (в) опытно-промышленного стана 100 ДГМА, применительно к экспериментальному исследованию процесса профилирования

Привод данного стана осуществлялся от мотор-редуктора 1 (см. рис. 6, в) через одноступенчатый цилиндрический редуктор 2, промежуточную муфту, шестеренную клеть 3, универсальные шпиндели 4 на подшипниках качения непосредственно на рабочие валки 5. Уравновешивание верхнего рабочего валка осуществляли при помощи пружинного механизма 6 (см. рис. 6, в), установку межвалкового зазора на требуемую величину производили при помощи нажимного механизма с передачей винт-гайка 7, а измерение сил прокатки – при помощи месдоз 8, установленных между винтами нажимного механизма 7 и подушками верхнего рабочего валка 5.

В качестве исходной заготовки использовали оцинкованные полосы, размерами  $h \times B = 0.75 \times 50$  мм, который задавали в валки специальной профилировки (см. рис. 6, б), которые предварительно были установлены на зазор, равный толщине полосы. Результаты проведения эксперимента представлены в табл. 1.

Таблица 1

Опыт	Сила Н	Сила Н	Погрешность	Момент	Момент Нм	Погрешность
	(опыт)	(теория)	расчёта, %	Нм (опыт)	(теория)	расчёта, %
1	1430	1230	16,2	15,6	12	30
2	1287	1230	4,6	14,5	12	20,8
3	1287	1230	4,6	14,2	12	18,3

Сопоставление теоретических и опытных данных по силе прокатки

## ВЫВОДЫ

Разработана математическая модель процесса гибки полос на профилегибочных агрегатах, которая учитывает конструктивные и технологические параметры оборудования. Было выполнено автоматизированное проектирование конструктивных параметров рабочих клетей профилегибочного агрегата. Установлены количественные зависимости между энергосиловыми параметрами и толщиной полосы, радиуса гибки и радиуса рабочего ролика. Адекватность модели подтверждена экспериментально. Из анализа сопоставления теоретических и опытных данных видно, что погрешность математической модели по силе прокатки не превысила 16 %, а момента – 20 %.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Давыдов В. И. Производство гнутых профилей / В. И. Давыдов, М. П. Максаков. – М.: Металлург, 1959. – 233 с. 2. Гун Г. Я. Пластическая деформация металлов и сплавов / Г. Я. Гун, П. И. Полухин // Труды МИСИС. – М.: Металлургия, 1974. – №76. – С. 19–23.

3. Смирнов-Аляев Г. А. / Г. А. Смирнов-Аляев, Г. Я. Гун // Известия вузов. Черная металлургия. – Москва: МИСИС, 1962. – № 11. – С. 111–117.

4. Богоявленский К. Н. / К. Н. Богоявленский, А. К. Григорьев // Обработка металлов давлением. Труды ЛПИ. – М.-Л. : Машиностроение, 1965. – № 243. – С. 118–125.

5. H. Makelt / Das kaltwalsen von Sondergiersehitten (Profilen) aus Blechen und Bander Stahl und Eisen. – 1955, № 12.

6. H. Suruki, M. Kiuchi, K. Shintani – "J Jap. Soc. Technol. Plast.", 1974. – V.15, № 162. – P. 547–556.

7. Q. Saito, H. Shinto, M. Fujikawa – "J Jap. Soc. Technol. Plast.", 1977. – V.15, № 203. – P. 982–989.

8. Тришевский Н. С. Теоретические основы процесса профилирования / Н. С. Тришевский, М. Е. Докторов. – М. Металлургия, 1980. – 288 с.

9. Тришевский О. И. Методика расчета технологических параметров формовки в валках замкнутих гофров на листовых и гнутых профилях / О. И. Тришевский // КШП. ОМД. – 2012. – № 1. – С. 25–27.

10. Шеногин В. П. Методика расчета технологических параметров при профилировании / В. П. Шеногин, Н. В. Тепин, В. А. Храбров, А. С. Постнов // Заготовительные производства в машиностроении. – 2007. – № 4. – С. 35–37.

11 Дунаевский В. Д. Машины для правки тонкого листового и полосового проката / В. И. Дунаевский, В. Д. Нотченко. – М. : ЦНИИТЭИтяжмаш, 1986. – 36 с.

12 Сатонин А. В. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния обечаек при их формовке на листогибочных машинах / А. В. Сатонин, А. В. Завгородний, А. Н. Филиппских // Материаловедение: реальность и исследования. – Луганск, 2011. – С. 266–272.

Статья поступила в редакцию 12.05.2015 г.