

УДК 514.18

**О. А. ЧЕРНЫШЕВА**

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

## **ЭЛЛИпсоИД КРАСОВСКОГО В ТОЧЕЧНОМ ИСЧИСЛЕНИИ БАЛЮБЫ-НАЙДЫША**

В работе предложена и реализована с помощью точечного исчисления Балюбы-Найдыша геометрическая модель построения трехосного эллипсоида, который, по своей сути, является геометрической основой любого референц-эллипсоида. В качестве примера с помощью математического пакета Maple построена геометрическая модель эллипсоида Красовского.

**БН-исчисление, геометрическая модель, трехосный эллипсоид, референц-эллипсоид, эллипсоид Красовского**

### **ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ**

Географическая карта – это построенное в картографической проекции, уменьшенное, обобщенное изображение поверхности Земли, другого небесного тела или внеземного пространства, показывающее расположенные на ней объекты или явления в определенной системе условных знаков. В свою очередь, картографическая проекция – математически определенный способ отображения поверхности Земли (либо другого небесного тела, или в общем смысле, любой искривленной поверхности) на плоскость. Поскольку точно определить форму геоида очень сложно, то вместо него используется эллипсоид вращения с малым сжатием, причем, берут его таких размеров и так ориентируют в теле Земли, чтобы он напоминал геоид – это, так называемый, референц-эллипсоид. Существует несколько референц-эллипсоидов, которые приняты на законодательном уровне в разных странах. В странах СНГ принят к использованию эллипсоид Красовского и определены его геометрические размеры, но в рамках БН-исчисления (точечное исчисление Балюбы-Найдыша [1, 2]) подобных исследований не проводилось. Тем не менее именно возможности БН-исчисления, как аппарата геометрического моделирования открывают новые, более широкие, возможности, поэтому построение геометрической модели в БН-исчислении является актуальной научной задачей.

### **АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ**

Вычисление и уточнение размеров земного эллипсоида началось еще XVIII в. и продолжается по сей день. В США и Канаде использовали эллипсоид Кларка, рассчитанный в 1866 г., во многих странах Западной Европы принят эллипсоид Хейфорда, вычисленный в 1909 г., в Индии и в странах Южной Азии используют эллипсоид Эвереста, рассчитанный в 1830 г. В 1984 г. на основе спутниковых измерений вычислен международный эллипсоид WGS-84 [3]. Вопросы, связанные с эллипсоидом Красовского, исследованы в [4].

### **ЦЕЛИ**

Разработать геометрическую модель и аналитическое описание референц-эллипсоида Красовского.

### **ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ**

Эллипсоид Красовского – это земной эллипсоид, размеры которого выведены в 1940 г. в Центральном научно-исследовательском институте геодезии, аэросъемки и картографии советским геодезистом А. А. Изотовым на основании исследований, проведенных под общим руководством Ф. Н. Красовского

© О. А. Чернышева, 2014

[4]. Размеры эллипсоида Красовского выведены из градусных измерений, произведённых в СССР, Западной Европе и США. Хотя названные градусные измерения вместе с определениями силы тяжести приводили к заключению, что фигура геоида может быть более правильно представлена трёхосным эллипсоидом, всё же эллипсоид Красовского был принят в виде эллипсоида вращения (рис. 1) со следующими параметрами: большая полуось (радиус экватора)  $a = 6\,378,245$  км, малая полуось  $b = 6\,356,863$  км, полярное сжатие  $\alpha = 0,00335233$ .

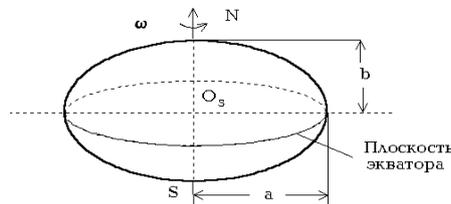


Рисунок 1 – Эллипсоид Красовского.

С геометрической точки зрения, построение и использование как трёхосного эллипсоида, так и эллипсоида вращения не представляет каких-либо кардинальных отличий при использовании нового аппарата геометрического моделирования – БН-исчисления, поскольку одной из особенностей БН-исчисления является соответствие аналитических операций каждой графической операции построения. Таким образом, имея графический алгоритм построения, его можно представить в виде нескольких аналитических операций, которые в совокупности представляют собой вычислительный алгоритм, который легко реализуется с помощью современной компьютерной техники.

Рассмотрим геометрическую схему построения трёхосного эллипсоида (рис. 2) как наиболее общий случай, для которого построение эллипсоида вращения будет частным случаем при равенстве двух из трёх полуосей эллипсоида. Определим эллипсоид в симплексе  $OABC$ . Причём, выбирая координаты точек симплекса  $A$ ,  $B$  и  $C$  относительно начала координат – точки  $O$ , можно определять полуоси будущего эллипсоида и таким образом получить и сферу ( $a = b = c$ ), и эллипсоид вращения ( $a = b \neq c$ ), и трёхосный эллипсоид ( $a \neq b \neq c$ ), где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – полуоси эллипсоида.

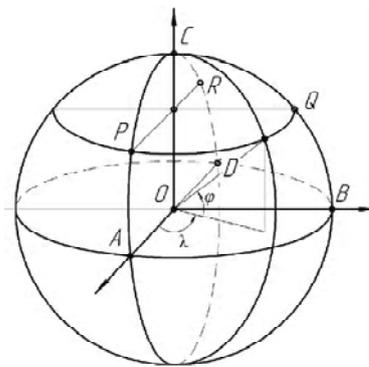


Рисунок 2 – Геометрическая схема построения трёхосного эллипсоида.

Для получения точечных уравнений эллипсоида воспользуемся точечным уравнением эллипса [7] для определения текущей точки  $Q$  (рис. 2):

$$Q = (B - O) \cos \varphi + (C - O) \sin \varphi + O, \quad (1)$$

где  $\varphi$  – географическая долгота.

Воспользуемся методом подвижного симплекса [5] для определения текущей точки эллипсоида  $M$ :

$$M = (A - O) \cos \lambda + (Q - O) \sin \lambda + O, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – географическая широта.

Подставив уравнение (1) в уравнение (2), после некоторых преобразований получим точечное уравнение эллипсоида в симплексе  $OABC$  с двумя текущими параметрами  $\lambda$  и  $\varphi$ , которые однозначно определяют положение текущей точки  $M$  на поверхности эллипсоида.

$$M = (A - O) \cos \lambda + (B - O) \cos \varphi \sin \lambda + (C - O) \sin \varphi \sin \lambda + O. \quad (3)$$

Воспользуемся программным пакетом *Maple* для построения и визуализации полученных точечных уравнений (рис. 3). Стоит отметить, что в данном случае, чтобы получить весь эллипсоид полностью (рис. 3), широта  $\lambda$  изменяется от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , а долгота  $\varphi$  от  $-180^\circ$  до  $180^\circ$ . Можно использовать принятые в географии разделения на широты (северная и южная) и долготы (западная и восточная). Тогда широта будет изменяться в пределах от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ , а долгота от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . При этом необходимо учитывать направления измерения углов  $\varphi$  и  $\lambda$  (рис. 2). Так, для северного и восточного направлений широта и долгота будут положительными, а для южного и западного – отрицательными.

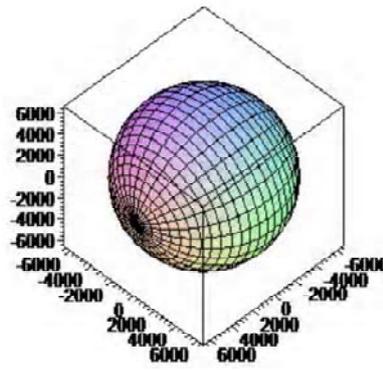


Рисунок 3 – Реализация эллипсоида Красовского в Maple.

## ВЫВОДЫ

В работе исследованы способы определения эллипсоида Красовского в точечном исчислении Балюбы-Найдыша, который является геометрической основой построения картографических проекций в странах СНГ. Использование точечного исчисления для геометрического моделирования картографических проекций даёт возможность построить развертку неразвертываемой поверхности, которой и является референц-эллипсоид, с любой наперед заданной точностью, что позволит аналитически переносить графическую информацию из референц-эллипсоида на карту и обратно.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балюба, И. Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении [Текст] : диссертация на соискание научной степени доктора технических наук : 05.01.01 / Балюба Иван Григорьевич. – Макеевка, 1995. – 227 с.
2. Найдеш, В. М. Алгебра БН-исчисления [Текст] / И. Г. Балюба, В. М. Верещага, В. М. Найдыш // Прикладна геометрія та інженерна графіка : Міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 210–215.
3. Берлянт, А. М. Картография [Текст] : Учебник для вузов / А. М. Берлянт. – М. : Аспект Пресс, 2002. – 336 с.
4. Бугаевский, Л. М. Математическая картография [Текст] : Учебник для вузов / Л. М. Бугаевский. – М. : Златоуст, 1998. – 400 с.
5. Давиденко, І. П. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу [Текст] : дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01 / І. П. Давиденко; Тавр. держ. агротехнол. ун-т. – Мелітополь, 2012. – 186 с.

Получено 05.05.2014

О. О. ЧЕРНИШОВА

ЕЛІПСОЇД КРАСОВСЬКОГО В ТОЧКОВОМУ ЧИСЛЕННІ БАЛЮБИ-НАЙДИША

Донбаська національна академія будівництва і архітектури

У роботі запропонована і реалізована за допомогою точкового числення Балюби-Найдиша геометрична модель побудови тривісного еліпсоїда, який, за своєю суттю, є геометричною основою будь-якого референц-еліпсоїда. Як приклад за допомогою математичного пакета Maple побудована геометрична модель еліпсоїда Красовського.

**БН-числення, геометрична модель, тривісний еліпсоїд, референц-еліпсоїд, еліпсоїд Красовського**

OXSANA CHERNYSHOVA  
ELLIPSOID OF KRASOVSKOGO IN THE POINT CALCULATION OF BALYUBY-  
NAYDYSHA

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture

Balyuby-Naydysha geometrical model of construction of triaxial ellipsoid, which, on the essence, is geometrical basis of any reference-ellipsoid has been suggested. As an example by the mathematical package of Maple the geometrical model of ellipsoid of Krasovskogo has been built.

**BN-calculation, geometrical model, triaxial ellipsoid, reference-ellipsoid, ellipsoid of Krasovskogo**