

УДК 693.2

**С. С. ЗИМИН, В. В. БЕСПАЛОВ, А. С. КАЗИМИРОВА**  
Санкт-Петербургский политехнический университет

## **РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ КАМЕННОЙ АРОЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ**

Статья посвящена описанию расчетной модели, предназначенной для расчета и анализа каменных арок. Представлен алгоритм данной модели, предоставляющий возможность получить сравнительно высокую точность результата при минимизации операций. Были рассмотрены основные проблемы проектирования и анализа каменных арок. Показано, что критерии прочности и устойчивости недостаточно удовлетворительны для каменных и кирпичных арочных конструкций и нуждаются в существенном пересмотре.

**каменные конструкции, арка, условие прочности, устойчивость, исторические здания**

### **ВВЕДЕНИЕ**

Как в России, так и за рубежом во многих городах есть большое количество исторических зданий. Такие здания стары и с течением времени требуют все больше работ по ремонту, восстановлению, в некоторых случаях – модернизации или реконструкции. При проведении таких работ расчетная схема может измениться, и потому требует тщательного анализа. В такого рода зданиях часто встречаются каменные сводчатые перекрытия, купола и сложные арочно-сводчатые системы, анализ которых и представляет основную проблему.

### **ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ**

Проведенный анализ публикаций [2] демонстрирует, что в России к настоящему моменту довольно мало исследователей, занимающихся проблемой расчета арок и сводов достаточно глубоко. Большинство публикаций посвящено сугубо художественным или декоративным аспектам сводов, или оценке практического опыта их возведения и реставрации [3–6]. Однако стоит отметить, что сама по себе каменная кладка изучена достаточно хорошо и эти результаты могут быть полезны для исследований каменных арок и сводов. В частности, Р. Б. Орлович занимался исследованием механизмов разрушения кладки в условиях сложного напряженного состояния, критериев прочности каменной кладки и другими сопутствующими проблемами ее расчета [22, 23].

Среди зарубежных авторов выделяются К. Sab [7–9], исследовавший каменные конструкции различной конфигурации, и G. Milani [10, 11], специализирующийся на сводах. На сегодня они внесли существенный вклад в области криволинейных каменных конструкций. В их работах разработаны методы прогнозирования разрушающей нагрузки для различных каменных конструкций, представлены модели определения напряжений в них, решено много сложных задач, связанных с поведением кладки и сводов.

Непосредственно арочные конструкции, в отличие от сводчатых, исследованы несколько шире [14–21]. Это объясняется их сравнительной простотой и необходимостью четкого понимания работы конструкции каменных мостов, по некоторым из которых и сегодня организовано движение автомобильного и ж/д транспорта.

### **ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ**

Цель данной работы – создать расчетную модель для каменных арочных и сводчатых перекрытий как основу для последующих исследований.

Кроме того, статья имеет следующие основные задачи:

- оценить существующие методы расчета каменных арок и сводов;
- провести пробный расчет арки в ПК SCAD.

#### *Оценка современных российских методов расчета каменных арок*

Согласно российским строительным нормам, каменные арки и своды должны рассматриваться с тем же подходом, что и конструкции каменных стен. Основные принципы этих норм основаны на исследованиях первой половины XX века, проведенных Л. И. Онищиком [12]. Исследования проводились с экспериментами на вертикальных столбах из кирпичной кладки. Поэтому все полученные данные можно считать справедливыми именно для вертикальных конструкций – стен, колонн, внешней облицовки. Однако кладка криволинейных арочных и сводчатых конструкций не может вести себя так же, как вертикальная, из-за усилий, действующих под различным углом в ее структуре.

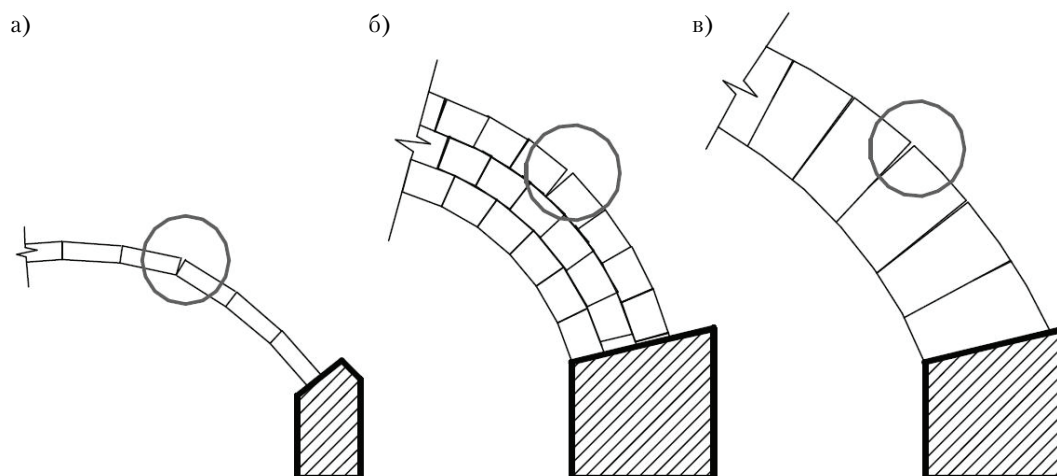
Например, расчетное сопротивление кладки на сжатие:

$$R = \frac{R_u}{2}, \quad (1)$$

где  $R_u$  – среднее сопротивление сжатию.

В случае арки, из-за неопределенности, с одной стороны может иметь место излишний запас и, соответственно, низкий коэффициент использования материала. С другой стороны – запас может быть недостаточен, и при неблагоприятных условиях может вызвать аварийное состояние.

Значения расчетного сопротивления на растяжение близки к нулю. Это верно для тонких готических сводов (рис. 1 а), но для массивных сводов – которых большинство среди российских сводчатых конструкций – небольшое раскрытие шва верхнего слоя не вызывает проблем и допустимо (рис. 1 б, в). Развитие трещины может начаться только в случае попадания воды.



**Рисунок 1** – Раскрытие шва: (а) легкая готическая арка; (б) многослойная кирпичная арка; (в) массивная каменная арка.

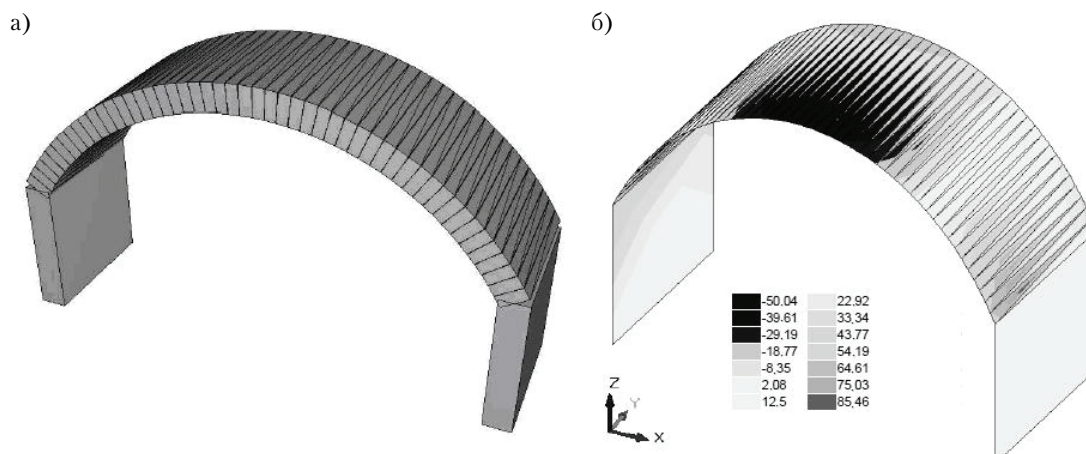
Сегодня при оценке устойчивости арок должна быть построена кривая давления. Арку считают устойчивой, если кривая давления лежит в теле арки. Однако некоторые современные исследования опровергают это положение [14]. В некоторых случаях кривая давления может выходить за пределы арки и это не будет вызывать повреждения или потерю устойчивости.

Также, хотя в настоящее время и учитывается тип опорных закреплений и наличие затяжки, упускаются из виду жесткости опорных стен и колонн. Между тем опорные жесткости и значение подвижки опор часто имеют большое влияние на поведение арок и сводов [16].

#### *Моделирование арок*

Существует множество способов смоделировать арки и своды, используя различные программные комплексы. Однако сложно смоделировать поведение кладки с высокой точностью. Так, например, широко используемый в России ПК SCAD не имеет необходимых криволинейных элементов

в библиотеке КЭ. Смоделировать арку возможно, используя множественные стержни, пластины или объемные элементы, сгенерированные по дуге. С целью оценить этот подход в SCAD была построена параболическая арка посредством 50 пластинчатых элементов (рис. 2). Арка смоделирована радиусом 1,5 метра, 0,2 метра толщиной, с 2 опорными стенами. Была приложена условная вертикальная нагрузка 10 кПа и получена картина распределения и напряжений в сечениях арки (рис. 2 б). Были заданы 3 варианта жесткостей опорных стен. Характер распределения напряжений был сходным для всех вариантов. Однако примечательно, что значения напряжений в замке увеличивались, а около опор уменьшались при увеличении жесткости опорных стен (таблица).



**Рисунок 2** – Параболическая арка, смоделированная в SCAD: (а) разбивка на КЭ; (б) распределение нормальных напряжений в сечениях.

**Таблица** – Напряжения и соответствующие модули упругости

Модуль упругости опор, [МПа]	Нормальные напряжения в замке, [кПа]	Нормальные напряжения на контакте с опорой, [кПа]
2,14	440	640
3,06	480	610
4,08	520	590

#### Расчетная модель

В предлагаемом методе используется комбинация двух расчетных схем арки – монолитного упругого тела и сложной конструкции «кирпич плюс раствор» (рис. 3).

На первом этапе арка моделируется и анализируется в программном комплексе, как монолитное упругое тело. Рекомендуются учесть опорные жесткости.

На втором этапе один из опасных участков должен быть вырезан (как правило, в арках есть 3 опасных места: I, II и III участки на рис. 3 – в замке, под углом 60 градусов к вертикали и в приопорном сечении соответственно [13]). При этом берутся граничные условия от монолитной упругой арки. Участок моделируется как конструкция «кирпич плюс раствор» и проводится анализ.

На третьем этапе новые граничные условия берутся от участка и прикладываются к исходной арке. Иначе говоря, конструкция «вкладывается» в исходную монолитную арку. Напряжения будут перераспределены.

Такой порядок действий повторяют для всех опасных участков, включая новые, если они возникнут.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Критерии прочности и устойчивости в Российских нормах недостаточно соответствуют случаю каменных арок и нуждаются в серьезном улучшении. В дополнение к этому было представлено, что значения расхождения опорных элементов, зависящие от их жесткостей, должны быть учтены при анализе арок и сводов.

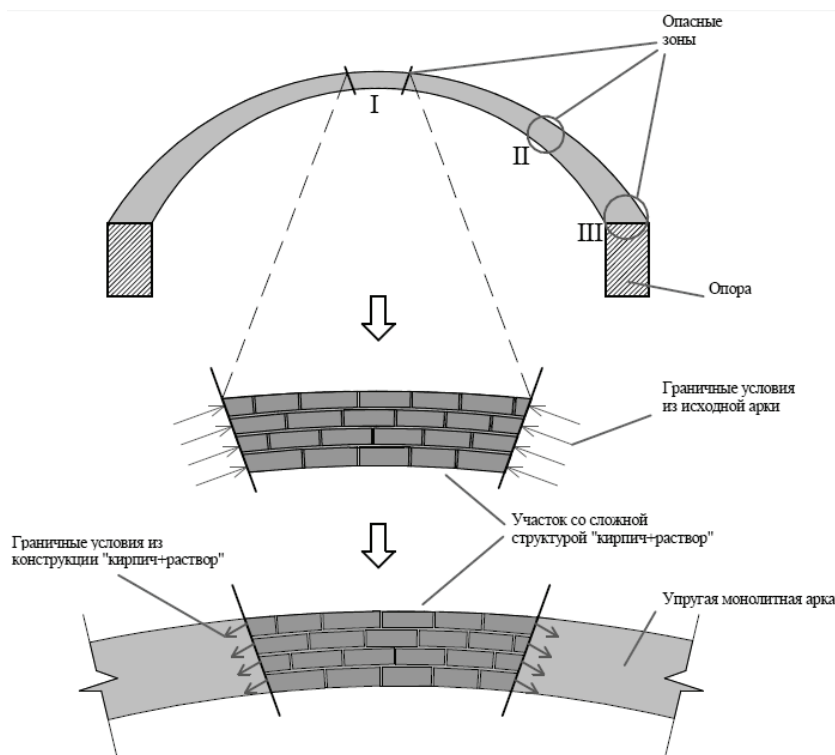


Рисунок 3 – Последовательность для участка I.

Представлена модель для расчета каменных арок. Предполагается, что алгоритм обеспечивает возможность получить сравнительно высокую точность при минимизации операций. Основная сложность в данной модели – необходимость использования программных комплексов, способных моделировать сложные конструкции кирпич-раствор и криволинейные упругие элементы.

Несмотря на то, что анализ арки в SCAD дает общее представление о распределении напряжений и усилий, он не годится для полноценного использования при исследовании арок и сводов. Это следует из того, что изначально SCAD предназначен для анализа металлических и ж/б конструкций, в основном – линейных. Для анализа арок необходимы программные комплексы, ориентированные на более широкий спектр строительных задач, например – ANSYS или Abaqus. В последующих исследованиях предполагается использовать представленную модель с этими программными комплексами или их аналогами.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лахтин, Н. К. Расчет арок и сводов [Текст] : руководство к аналит. и граф. расчету арочных и сводчатых перекрытий / Н. К. Лахтин, инж. пут. сообщ., преп. Им. Моск. техн. уч-ща и Уч-ща живописи, ваяния и зодчества ; МВТУ. – Москва : Тип. И. Н. Кушнерова; Студ. изд. о-во при Им. Моск. техн. уч-ще, 1911. – 465 с.
2. Зимин, С. С. Сводчатые конструкции исторических зданий [Текст] / С. С. Зимин, О. Д. Кокоткова, В. В. Беспалов // Строительство уникальных зданий и сооружений. – 2015. – № 2(29). – С. 57–72.
3. Крамина, Т. А. Реконструкция арочных и сводчатых систем в памятниках архитектуры [Текст] / Т. А. Крамина // Дизайн-Ревю. – 2009. – № 4. – С. 59–62.
4. Беляева, З. В. Геометрическое моделирование пространственных конструкций. Своды [Текст] / З. В. Беляева, Е. А. Митюшов // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2010. – № 1. – С. 53–63.
5. Калдарол, А.-Х. В. Определение несущей способности кладки в зданиях памятников архитектуры XVIII–XIX веков [Текст] / А.-Х. В. Калдарол // Вестник гражданских инженеров. – 2012. – № 3. – С. 104–106.
6. Пятницкий, А. А. Усиление сводчатых перекрытий здания-памятника [Текст] / А. А. Пятницкий, И. О. Махо, М. А. Пылтсин // Вестник гражданских инженеров. – 2014. – № 3(44). – С. 92–95.
7. Stefanou, I. Three dimensional homogenization of masonry structures with building blocks of finite strength: A closed form strength domain [Текст] / I. Stefanou, K. Sab, J.-V. Heck // International Journal of Solids and Structures. – 2015. – 54. – P. 258–270.

8. Sab, K. Overall ultimate yield strength of a quasi-periodic masonry [Текст] / K. Sab // Comptes Rendus Mécanique. – 2009. – 337. – P. 603–609.
9. Dallot, J. Experimental validation of a homogenized plate model for the yield design of masonry walls [Текст] / J. Dallot, K. Sab, O. Godet // Comptes Rendus Mécanique. – 2008. – 336. – P. 487–492.
10. Milani, G. A simple meso-macro model based on SQP for the non-linear analysis of masonry double curvature structures [Текст] / G. Milani, A. Tralli // International Journal of Solids and Structures. – 2012. – 49. – P. 808–834.
11. Assessment of curved FRP-reinforced masonry prisms: Experiments and modeling [Текст] / I. Basilio, R. Fedele, P. B. Lourenzo, G. Milani // Construction and Building Materials. – 2014. – 51. – P. 492–505.
12. Онищик, Л. И. Каменные конструкции промышленных и гражданских зданий [Текст] / Л. И. Онищик. – М. ; Л. : Гос. изд-во строит. лит., 1939. – 398 с.
13. Бедов, А. И. Проектирование каменных и армокаменных конструкций: учебное пособие [Текст] / А. И. Бедов, Т. А. Щепетьева. – М. : Издательство АСВ. – 2003. – 240 с.
14. Rizzi, E. Analytical and numerical DDA analysis on the collapse mode of circular masonry arches [Текст] / E. Rizzi, F. Rusconia, G. Cocchetti // Engineering Structures. – 2014. – 60. – P. 241–257.
15. Viola, E. General analysis and application to redundant arches under static loading [Текст] / E. Viola, L. Panzacchi, F. Tornabene // Construction and Building Materials. – 2007. – 21. – P. 1129–1143.
16. Павлов, В. В. Экспериментальные исследования работы усиленных кирпичных арок при горизонтальной подвижке опор [Текст] / В. В. Павлов, Е. В. Кхорков // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. – 2014. – № 2. – С. 90–96.
17. De Santis, S. Laboratory and field studies on the use of acoustic emission for masonry bridges [Текст] / S. De Santis, A. K. Tomor // NDT & E International. – 2013. – 55. – P. 64–74.
18. D'Ambrisi, A. Masonry arches strengthened with composite unbonded tendons [Текст] / A. D'Ambrisi, L. Feo, F. Focacci // Composite Structures. – 2013. – 98. – P. 323–329.
19. Betti, M. Two non-linear finite element models developed for the assessment of failure of masonry arches [Текст] / M. Betti, G. A. Drosopoulos, G. E. Stavroulakis // Comptes Rendus Mécanique. – 2008. – 336. – P. 42–53.
20. Felice, G. Assessment of the load-carrying capacity of multi-span masonry arch bridges using fibre beam elements [Текст] / G. Felice // Engineering Structures. – 2009. – 31. – P. 1634–1647.
21. Madani, K. A study of fiber debonding in circular composite arches [Текст] / K. Madani // Comptes Rendus Mécanique. – 2002. – 330. – P. 535–541.
22. Орлович, Р. Б. Оценка прочности кладочных растворов при обследовании каменных зданий [Текст] / Р. Б. Орлович, В. Н. Деркач // Инженерно-строительный журнал. – 2011. – № 7(25). – С. 3–10.
23. Орлович, Р. Б. Применение классических теорий прочности для расчета каменной кладки в условиях сложного напряженного состояния [Текст] / Р. Б. Орлович, В. Н. Деркач // Строительство и реконструкция. – 2011. – № 1(33). – С. 35–40.

Получено 06.04.2015

**С. С. ЗІМІН, В. В. БЕСПАЛОВ, А. С. КАЗІМІРОВА**  
**РОЗРАХУНКОВА МОДЕЛЬ КАМ'ЯНОЇ АРОЧНОЇ КОНСТРУКЦІЇ**  
 Санкт-Петербурзький політехнічний університет

Стаття присвячена опису розрахункової моделі, призначеної для розрахунку і аналізу кам'яних арок. Представлено алгоритм даної моделі, що надає можливість отримати порівняно високу точність результату при мінімізації операцій. Були розглянуті основні проблеми проектування та аналізу кам'яних арок. Показано, що критерії міцності і стійкості недостатньо задовільні для кам'яних і цегляних аркових конструкцій і потребують суттєвого перегляду.

**кам'яні конструкції, арка, умова міцності, стійкість, історичні будівлі**

**S. ZIMIN, V. BESPALOV, A. KAZIMIROV**  
**THE COMPUTATIONAL MODEL STONE ARCH**  
 Saint Petersburg State Polytechnic University

The article is devoted to the calculation model for the calculation and analysis of the stone arches. The algorithm of this model, which allows to obtain a relatively high accuracy of the result while minimizing operations, has been represented. The main problems of design and analysis of stone arches were considered. It is shown that the criteria for strength and stability are satisfactory not enough for the stone and brick arch designs, and in need of substantial revision.

**stone structures, the arch, the condition of strength, stability, historical buildings**