

УДК 514.18

Т. П. МАЛЮТИНА, И. П. ДАВЫДЕНКО

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

ТОЧЕЧНОЕ УРАВНЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТЫ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТЕХНИЧЕСКИХ ФОРМ МЕТОДОМ ПОДВИЖНОГО СИМПЛЕКСА

В работе получено точечное уравнение эвольвенты окружности на основании графического алгоритма ее построения методами БН-исчисления (точечного исчисления Балюбы-Найдыша). Приведен пример построения кругового цилиндра с эвольвентной осью на основе МПС (метода подвижного симплекса), поверхность которого относится к резным поверхностям Монжа и применяется при задании поверхностей оболочек.

точечное уравнение, эвольвента, БН-исчисление, метод подвижного симплекса, резная поверхность Монжа

ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Для задания поверхностей оболочек широко применяются резные поверхности Монжа с различными направляющими линиями и образующими кривыми. Частным случаем таких поверхностей является круговой цилиндр с эвольвентной осью, который образуется движением образующей *окружности* вдоль направляющей *эвольвенты окружности* так, что образующая кривая лежит в нормальной плоскости направляющей линии и жестко с ней связана. Таким образом, необходимо определить точечное уравнение эвольвенты в БН-исчислении по графическому алгоритму ее построения для дальнейшего применения в задании резной поверхности Монжа.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Аналитическому описанию различных кривых линий посвящены работы д. т. н., профессора И. Г. Балюбы [1] и его учеников [2–4], в которых получен целый ряд точечных уравнений кривых линий в БН-исчислении, уравнения которых известны в математике [5]. Однако есть кривые линии, которые не имеют уравнений, и получаются графически. Такой кривой линией является и эвольвента окружности. В БН-исчислении эвольвента аналитически не определена.

ЦЕЛИ

Получить точечное уравнение эвольвенты окружности на основании графического алгоритма ее построения методами БН-исчисления и привести пример построения резной поверхности Монжа с помощью МПС [4].

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

Заданы три точки A, B, C , образующие произвольно заданный симплекс двумерного пространства SAB [1]. Требуется в плоскости SAB построить эвольвенту M окружности T радиуса $|CT| = \rho$, с центром в точке C (рис. 1).

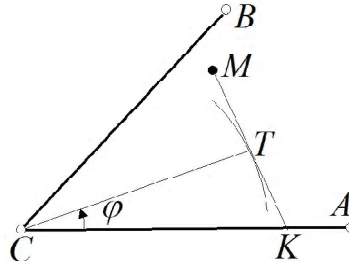


Рисунок 1 – Эвольвента окружности в симплексе двухмерного пространства.

По определению эвольвенты окружности имеем:

$$TM = \varphi\rho, \quad \angle CTM = \frac{\pi}{2}. \quad (1)$$

Далее находим уравнения двух точек касательной к окружности:

$$K = (A-C)\frac{\rho}{b \cos \varphi} + C, \quad T = (A-C)\frac{\rho \sin(\gamma - \varphi)}{b \sin \gamma} + (B-C)\frac{\rho \sin \varphi}{a \sin \gamma} + C, \quad (2)$$

$$KT = \rho \operatorname{tg} \varphi, \quad KM = KT + TM = \rho(\varphi + \operatorname{tg} \varphi).$$

Точечное уравнение эвольвенты M окружности T имеет вид:

$$M = (T-K)(\varphi \operatorname{ctg} \varphi + 1) + K = \frac{(A-C)\rho}{b \sin \gamma \sin \varphi} [(\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) \sin(\gamma - \varphi) - \varphi \sin \gamma] + \frac{(B-C)\rho}{a \sin \gamma} (\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) + C, \quad (3)$$

где $\gamma = \angle BCA$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, ρ – радиус окружности.

Приведем пример построения эвольвенты окружности в плоскости общего положения с помощью программного пакета *Maple* (рис. 2, 3).

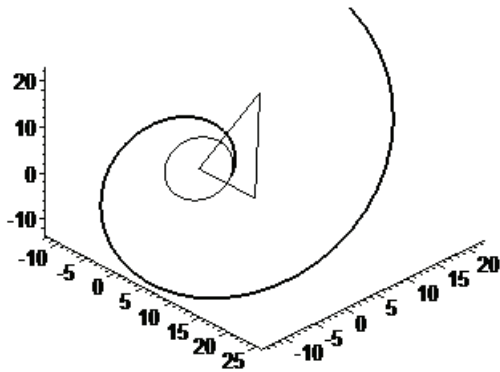


Рисунок 2 – Эвольвента окружности в плоскости общего положения.

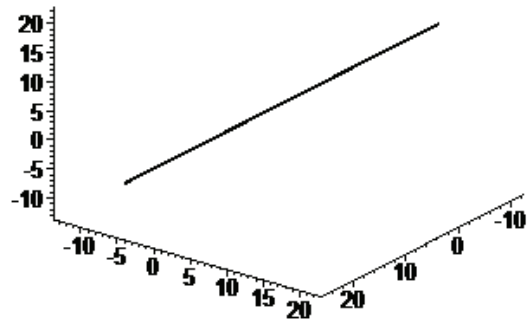


Рисунок 3 – Эвольвента окружности в плоскости общего положения.

Рассмотрим аналитическое описание кругового цилиндра с эвольвентной осью, на основе МПС [4] как один из примеров точечного задания резной поверхности Монжа.

Пусть плоский подсимплекс PQR движется в симплексе $CABD$ по эвольвентам P , Q , R . Определим круговой цилиндр с эвольвентной осью R (рис. 4).

Зададим точечное уравнение эвольвенты P в подсимплексе BCA :

$$P = \frac{(A-C)\rho}{b \sin \gamma \sin \varphi} [(\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) \sin(\gamma - \varphi) - \varphi \sin \gamma] + \frac{(B-C)\rho}{a \sin \gamma} (\varphi \cos \varphi + \sin \varphi) + C. \quad (4)$$

где $\gamma = \angle BCA$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $b = |AC|$, $a = |BC|$.

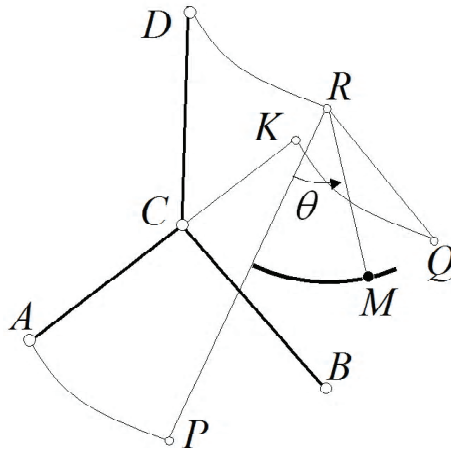


Рисунок 4 – Схема построения кругового цилиндра с эвольвентной осью.

Учитывая, что $K = 2C - A$, из параллелограммов $QKAP$ и $RDAP$ находим:

$$Q = P - 2(A - C), R = P + D - A. \quad (5)$$

Тогда точечное уравнение кругового цилиндра с эвольвентной осью R на основе точечного уравнения окружности имеет вид [1]:

$$M = \frac{(P - R)ra \sin(\beta - \theta) + (Q - R)rb \sin \theta}{ab \sin \beta} + R, \quad (6)$$

где $\beta = \angle QRP$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$, r – радиус образующей окружности.

Приведем пример построения кругового цилиндра с эвольвентной осью R (рис. 5, 6).

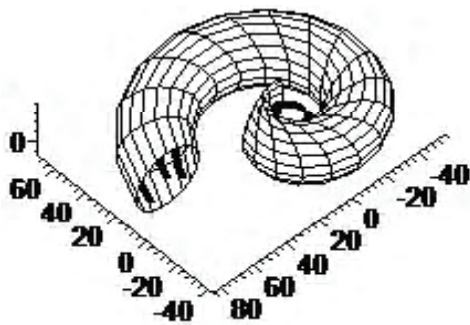


Рисунок 5 – Круговой цилиндр с эвольвентной осью.

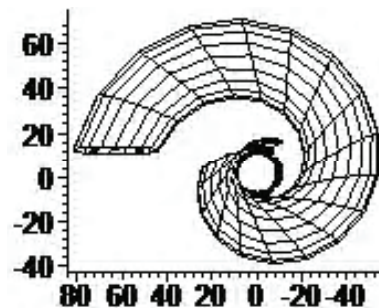


Рисунок 6 – Круговой цилиндр с эвольвентной осью.

ВЫВОДЫ

В статье получено точечное уравнение эвольвенты окружности, что дополняет математический аппарат БН-исчисления еще одним уравнением кривой линии, не имеющей уравнения, а определенной только графическим алгоритмом построения. Приведен пример построения резной поверхности Монжа с помощью МПС, на основании полученного уравнения эвольвенты окружности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балюба, И. Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении [Текст] : диссертация на соискание научной степени доктора технических наук : 05.01.01 / Балюба Иван Григорьевич. – Макеевка, 1995. – 227 с.
2. Малютина, Т. П. Интерпретация вычислительной геометрии плоских фигур в точечном исчислении [Текст] : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук : 05.01.01 / Малютина Татьяна Петровна. – Макеевка, 1998. – 161 с.

3. Конопацький, Є. В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у точковому численні Балюби-Найдиша [Текст] : дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук : 05.01.01 / Конопацький Євген Вікторович. – Макіївка, 2012. – 163 с.
4. Давыденко, И. П. Конструирование поверхностей пространственных форм методом подвижного симплекса [Текст] : диссертация на соискание научной степени кандидата технических наук : 05.01.01 / Давыденко Иван Петрович. – Макеевка, 2012. – 164 с.
5. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов [Текст] / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М. : Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1956. – 608 с.

Получено 27.03.2015

Т. П. МАЛЮТИНА, І. П. ДАВИДЕНКО
ТОЧКОВЕ РІВНЯННЯ ЕВОЛЬВЕНТИ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ
КОНСТРУЮВАННІ ПОВЕРХОНЬ ТЕХНІЧНИХ ФОРМ МЕТОДОМ
РУХОМОГО СИМПЛЕКСУ
Донбаська національна академія будівництва і архітектури

В роботі отримано точкове рівняння евольвенти кола на підставі графічного алгоритму її побудови методами БН-числення (точкового числення Балюби-Найдиша). Наведено приклад побудови кругового циліндра з евольвентною віссю на основі МРС (методу рухомого симплексу), поверхня якого відноситься до різьблених поверхонь Монжа і застосовується при заданні поверхонь оболонок.
точкове рівняння, евольвента, БН-числення, метод рухомого симплексу, різьблена поверхня Монжа

TATYANA MALUTINA, IVAN DAVYDENKO
DOT EQUATION OF EVOLVENT AND HIS APPLICATION AT CONSTRUCTING
OF SURFACES OF TECHNICAL FORMS BY THE METHOD OF MOBILE
SIMPLEX
Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture

Dot equation of evolvent of circumference is in-process got, on the basis of graphic algorithm of its construction, by the methods of BN-calculation (dot calculation of Balyuby-Naydysha). The example of construction of circular cylinder is resulted with an evolvent axis, on the basis of MMS (method of mobile simplex), the surface of which behaves to the fretted surfaces of Monge and used at the task of surfaces of shells.
dot equation, evolvent, BN-calculation, MMS, fretted surface of Monge