

УДК 624.012.45:624.023.87; 624.04.43:624.04.44:539.3

**В. М. ЛЕВИН, Н. Ю. РОГОЖИН**

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ АРМАТУРНОГО СТЕРЖНЯ И БЕТОНА В ОКРЕСТНОСТИ ИЗОЛИРОВАННОЙ ТРЕЩИНЫ (ПРИМЕНИТЕЛЬНО К МОДЕЛИ ДИСКРЕТНЫХ ТРЕЩИН)**

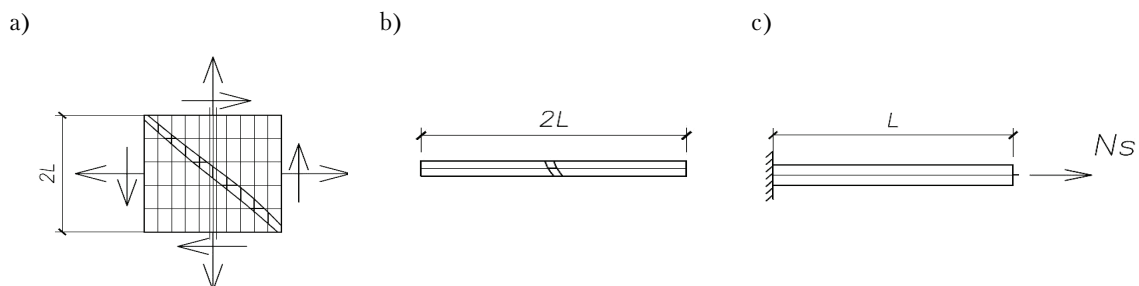
Предложена математическая модель деформирования железобетонного элемента в виде объединения моделей деформирования арматуры, бетона и контакта между ними. Ее анализ позволил установить зависимость реакции арматурной связи в трещине от взаимного смещения ее берегов.

**бетон, арматурный стержень, ширина раскрытия трещин**

Модель дискретных трещин применяют, когда в результате нагружения конструкции процесс образования трещин только начался, образовалась одна, две или три трещины. А также когда есть источник концентрации напряжения (локальная нагрузка, наличие отверстия, проёма, дефекта). Ею занимались: D. Ngo, A. Scarpas, F. Vecchio, M. P. Collins, H. A. и др., однако в отличие от детально разработанной модели дисперсных трещин (В. И. Мурашев, А. А. Гвоздев, Н. И. Карпенко [1], Ю. П. Гуца, J. A. Figueiras D. R. G. Qwen, O. Buyukozturk, Z. P. Bazant и А. Ф. Барашиков, А. Д. Журавский и др.) данная модель изучена существенно слабее и недостаточно верифицирована.

Цель исследования – установить зависимость продольной жёсткости арматурной связи в трещине железобетонной пластины от уровня нагружения или деформирования на основе анализа комплексной структурной модели пластины в окрестности трещины. Данная модель основывается на подходе, изложенном в [2].

Объект моделирования представляет собой воображаемый «экспериментальный образец» в виде растянутого железобетонного стержня с одиночным армированием в центре (рис. 1), который мысленно вырезан из пластины перпендикулярно трещине.



**Рисунок 1** – Растянутый железобетонный стержень с одиночным армированием в центре: а) железобетонная пластина с трещиной; б) вырезаемая полоса; в) исходный объект моделирования.

Исходными положениями для разработки модели послужили условия равновесия арматурной и бетонной части стержня, физический закон для арматуры и бетона и закон сцепления. Арматура – упругая; диаграмма напряжений – деформаций для растянутого бетона по предложению Н. И. Карпенко [1] (принята здесь только восходящая ветвь); сцепление бетона и арматуры описывается нормальным законом сцепления М. М. Холмянского [3]. В результате преобразования исходных гипотез

получена следующая математическая модель деформирования рассматриваемого стержня в виде нелинейной краевой задачи:

$$\begin{aligned}\frac{dU_s}{dx} &= \varepsilon_s(N_s); \\ \frac{dU_b}{dx} &= \varepsilon_b(N_b); \\ \frac{dN_s}{dx} &= T(g); \\ \frac{dN_b}{dx} &= -T(g);\end{aligned}\quad (1)$$

Граничные условия:

$$U_s(0)=0; U_b(0)=0; N_b(0,5)=0; N_s(0,5)=\sigma_s \cdot A_s;$$

где  $U_s$  – смещение арматуры;

$U_b$  – смещение бетона;

$N_s$  – усилия в арматуре;

$N_b$  – усилия в бетоне;

$T = B \cdot \frac{\ln(1+\alpha \cdot g)}{1+\alpha \cdot g} \cdot \pi \cdot d_s$  – усилие сцепления на единицу длины стержня при нормальном законе сцепления;

$B$  и  $\alpha$  – параметры закона сцепления;

$g = U_s - U_b$  – взаимное смещение арматуры и бетона после образования трещины;

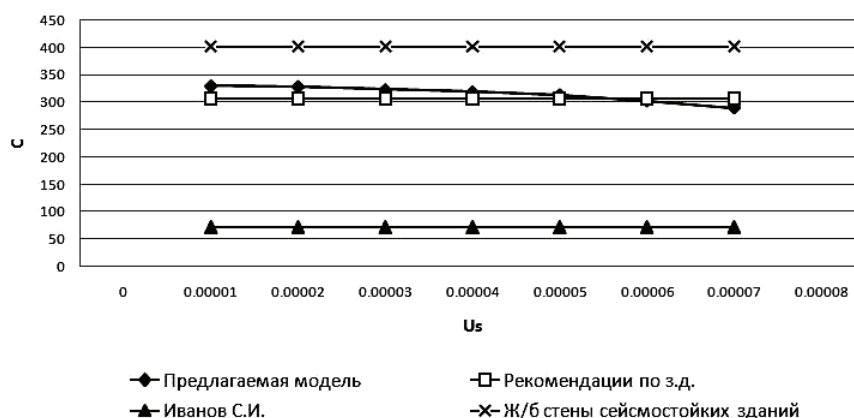
$d_s$  – диаметр арматуры;

$\varepsilon_s(N_s), \varepsilon_b(N_b)$  – физические соотношения для арматуры и бетона.

В результате анализа модели получены распределения перемещений арматуры и бетона, усилия в их нормальных сечениях по длине стержня, а также установлена зависимость секущей жёсткости от уровня загрузки и от уровня деформирования для различных прочностей бетона, диаметров арматуры и коэффициентов армирования. Жёсткость вычисляется как удвоенное отношение усилия на конце арматурного стержня к перемещению данного конца

$$C = 2 \cdot \frac{N_s(l)}{U_s(l)}.\quad (2)$$

Результаты сопоставлены с расчётами (рис. 2) по источникам [4...6].



**Рисунок 2** – Зависимость жёсткости арматурной связи в трещине от перемещения конца арматурного стержня.

По [4] сопоставление выполнялось без коэффициента 2, поскольку определялось взаимное смещение одного берега бетона и стальной закладной детали.

Верификация полученных результатов анализа осуществлялась также на методиках расчёта ширины раскрытия трещин. Результаты расчёта по данной модели сравнивались с результатами

расчётов по нормам (Eurocode 2, ДБН В.2.6-98-2009, СНиП 2.03.01-84\*, СП 63.13330.2012), максимальные отклонения составили: 21,8, 21,8, 28,9, 46,8 %.

## ВЫВОД

С помощью данной модели можно построить теоретическую методику определения нормальной жесткости арматурной связи в трещине в железобетонных конструкциях. Наличие варьируемых параметров позволяет согласовать ее с экспериментальными данными.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Карпенко, Н. И. Общие модели механики железобетона [Текст] / Н. И. Карпенко. – М. : Стройиздат, 1996. – 416 с. : ил. – ISBN 5-274-01682-0.
2. Левин, В. М. Напряжённо-деформированное состояние железобетонной стены после возникновения первой трещины [Текст] / В. М. Левин // Современные проблемы строительства : Ежегодный научно-технический сборник / Донецкий ПромстройНИИпроект. – Донецк : ООО «Лебедь», 2001. – С. 246–250.
3. Холмянский, М. М. Контакт арматуры с бетоном [Текст] / М. М. Холмянский. – М. : Стройиздат, 1981. – 184 с.
4. Рекомендации по проектированию стальных закладных деталей для железобетонных конструкций [Текст] / НИИЖБ. – М. : Стройиздат, 1989. – 87 с.
5. Иванов, С. И. Учёт трещин при расчёте конструкций монолитных зданий методом конечных элементов [Текст] / С. И. Иванов // Бетон и железобетон. – 2000. – № 3. – С. 20–23.
6. Железобетонные стены сейсмостойких зданий. Исследования и основы проектирования [Текст] / Г. Н. Ашкинадзе, М. Е. Соколов, Л. Д. Мартынов [и др.] ; Под ред. Г. Н. Ашкинадзе и М. Е. Соколова. – М. : Стройиздат, 1988. – 504 с.

Получено 02.03.2015

В. М. ЛЕВИН, М. Ю. РОГОЖИН  
МАТЕМАТИЧНЕ МОДУЛЮВАННЯ СПІЛЬНОГО ДЕФОРМУВАННЯ  
АРМАТУРНОГО СТЕРЖНЯ І БЕТОНУ ПОБЛИЗУ ІЗОЛОВАНОЇ  
ТРІЩИНИ (СТОСОВНО ДО МОДЕЛІ ДИСКРЕТНИХ ТРІЩИН)  
Донбаська національна академія будівництва і архітектури

Запропонована математична модель деформування залізобетонного елемента у вигляді об'єднання моделей деформування арматури, бетону і контакту між ними. Її аналіз дозволив встановити залежність реакції арматурного зв'язку в тріщині від взаємного зміщення її берегів.  
**бетон, арматурний стержень, ширина розкриття тріщин**

VIKTOR LEVIN, NIKITA ROHOZHYN  
MATHEMATICAL MODELING OF JOINT DEFORMATION OF THE  
REINFORCING BAR AND CONCRETE IN THE VICINITY OF AN ISOLATED  
CRACK (APPLIED TO DISCRETE CRACKS MODEL)  
Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture

A mathematical model of deformation of reinforced concrete element as the union of deformation models of reinforcement, concrete and contact between them, has been suggested. The analysis of this model revealed the dependence of reinforcing tie in the crack of the relative displacement of its banks.  
**concrete, reinforcement, the width of the crack**