

УДК 625.855.3, 514.18

Е. В. КОНОПАЦКИЙ, А. И. БУМАГА

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Проведен анализ эффективности существующих методов математического моделирования и предложен способ геометрического моделирования физико-механических свойств строительных материалов, реализованный в БН-исчислении. В соответствии с существующей план-матрицей эксперимента по определению предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО, получена последовательность аналитических зависимостей, которая позволяет определить физико-механические свойства строительных материалов в зависимости от двух параметров: напряженности электростатического поля и длительности электрообработки.

геометрическая модель, БН-исчисление, прочность, напряженность электростатического поля, длительность электрообработки, параболическая интерполяция, точечное уравнение, поверхность отклика, план-матрица

АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Важной составляющей современных исследований в любой отрасли науки и техники является обработка и аналитическое описание полученного в результате эксперимента массива данных. Особенно это актуально для исследования свойств многокомпонентных систем, к которым относятся различные строительные материалы, для которых важной задачей является определение оптимального состава материала для получения необходимых физико-механических свойств. Здесь следует отметить, что для исследования свойств строительных материалов и оптимизации их состава широкой популярностью у отечественных учёных пользуются методы математической статистики и компьютерного моделирования, а геометрическому моделированию отводится лишь роль визуализации полученных результатов. Между тем во многих случаях, ставя в соответствие любому процессу или явлению геометрический объект, который получен на основе имеющегося экспериментального массива данных, можно получать результаты гораздо более высокого качества, чем те, которые получены другими способами математического и компьютерного моделирования.

Вообще под моделью объекта понимается любой другой объект, отдельные свойства которого частично или полностью совпадают со свойствами исходного объекта. В данном случае нужно понимать, что полученная математическая модель исчерпывающе полной быть не может. Она всегда ограничена и должна соответствовать исключительно целям моделирования, отражая ровно столько свойств исходного объекта, сколько необходимо для данного конкретного исследования. Поэтому при оценке эффективности моделирования всегда встаёт вопрос об адекватности полученных моделей. Оценка адекватности модели оценивается по близости результатов расчётов к экспериментальным данным. Для оценки адекватности моделей, полученных на основе методов математической статистики, используются соответствующие критерии адекватности (например, критерий Фишера), которые показывают, насколько полученная математическая модель отличается от значений экспериментальных данных. Исходя из выше сказанного, можно сделать вывод, что такие отклонения будут в любом случае в большей или меньшей степени. При большом массиве экспериментальных данных, когда геометрически мы имеем облако точек, такой подход оправдан, поскольку позволяет оценить характер протекания процесса, но при небольшом количестве экспериментальных данных он даёт достаточно большую погрешность. С другой стороны, методами геометрического моделирования можно создавать геометрические объекты с наперед заданными свойствами. Геометрически это значит, что объект должен проходить через множество точек, каждая из которых соответствует своей

ячейке из полученного экспериментальным путём массива данных. Преимуществом такого подхода является полное отсутствие отклонений от исходных данных, поскольку это условие было заложено изначально в свойства геометрического объекта уже на стадии его формирования.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Перед решением задач оптимизации на основе полученной модели важно убедиться в её адекватности. Иначе и результат оптимизации можно будет считать сомнительным. Авторами в работах [1, 2] были проанализированы результаты математического моделирования физико-механических свойств модифицированного дегтебетона на основе регрессионного анализа и обоснован выбор математического аппарата – БН-исчисления [3] для геометрического моделирования физико-механических свойств модифицированного дегтебетона и их аналитического описания.

Данная статья является продолжением работы авторов по сравнению эффективности методов математического моделирования физико-механических свойств строительных материалов. Так в работе [4] исследуется зависимость предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряженности электростатического поля и длительности электрообработки. Эта работа примечательна тем, что для решения задач математического моделирования и оптимизации используются не только регрессионный анализ, но другие методы математического и компьютерного моделирования. Несмотря на изобилие рассмотренных в работе [4] методов моделирования их результат можно считать удовлетворительным, но далеко не самым удачным, если сравнивать его с результатами, полученными на основе методов геометрического моделирования.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Разработать геометрическую модель зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряженности электростатического поля и длительности электрообработки, а также сравнить полученные результаты с другими методами математического и компьютерного моделирования.

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

Для начала проанализируем имеющийся массив экспериментальных данных, полученных в работе [4]. Реструктурируем этот массив данных по длительности электрообработки. В результате получим модифицированный массив экспериментальных данных, представленный в таблице 1.

Таблица 1 – План-матрица эксперимента и значения варьируемых факторов

№ п/п	Значение факторов варьирования				Среднее значение параметра оптимизации
	Кодированные		Натуральные		
	Напряженность электростатического поля, E, кВ/см	Длительность электрообработки, τ, мин	Напряженность электро- статического поля, E, кВ/см	Длительность электро- обработки, τ, мин	Предел прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО, Rсж, МПа
1	−1	−1	1,0	10	5,06
2	0	−1	1,5	10	5,03
3	+1	−1	2,0	10	4,39
4	−1	0	1,0	20	5,14
5	0	0	1,5	20	6,79
6	+1	0	2,0	20	4,24
7	−1	+1	1,0	30	5,02
8	0	+1	1,5	30	4,46
9	+1	+1	2,0	30	4,26

В данном случае предел прочности при сжатии газобетона зависит от двух факторов: напряженности электростатического поля и длительности электрообработки. С геометрической точки зрения объект, который определяется с помощью двух параметров, является отсеком поверхности, расположенным в трёхмерном пространстве. Для построения такой поверхности воспользуемся методом подвижного симплекса [5] и выделим из девяти имеющихся точек, которым соответствуют натуральные значения факторов варьирования и среднее значение параметра оптимизации, три направляющих

дуги, которые соответствуют длительности электрообработки 10, 20 и 30 мин. Воспользуемся точечным уравнением дуги параболы второго порядка, проходящей через три наперед заданные точки [6], для параболической интерполяции экспериментальных данных. Выбор параболической интерполяции обусловлен количеством наперед заданных точек дуги кривой и напрямую зависит от количества проведенных экспериментов. Точечные уравнения направляющих дуг, согласованные с помощью параметра u , будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} M_{10} &= A_1^{10}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{10}\bar{u}u + A_2^{10}u(2u-1), \\ M_{20} &= A_1^{20}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{20}\bar{u}u + A_2^{20}u(2u-1), \\ M_{30} &= A_1^{30}\bar{u}(1-2u) + 4A_{1,5}^{30}\bar{u}u + A_2^{30}u(2u-1), \end{aligned} \quad (1)$$

где A_i^j – соответствует среднему значению параметра оптимизации при i -й напряженности электростатического поля и j -й длительности электрообработки, которые принимаются в соответствии с план-матрицей, представленной в таблице 1.

По этим направляющим параболическим дугам движется симплекс трёх точек M_{10} , M_{20} и M_{30} , в котором зададим образующую дугу параболы с помощью аналогичного точечного уравнения:

$$M = M_{10}\bar{v}(1-2v) + 4M_{20}\bar{v}v + M_{30}v(2v-1). \quad (2)$$

В результате получим последовательность точечных уравнений, зависящих от двух параметров u и v , которые определяют поверхность, проходящую через девять наперед заданных точек. Причём значению параметра u , который меняется в пределах от 0 до 1, соответствует напряженность электростатического поля, изменяющаяся в пределах от 1 до 2 кВ/см, а значению параметра v , который также меняется в пределах от 0 до 1, соответствует длительность электрообработки, изменяющаяся от 10 до 30 мин. Для программной реализации, апробации и визуализации предложенной последовательности однотипных точечных уравнений воспользуемся программным пакетом Maple (рис.).

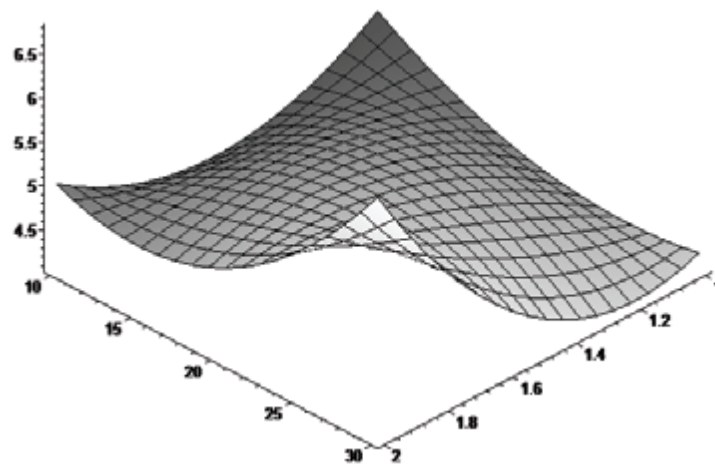


Рисунок – Графическая визуализация поверхности отклика зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряженности электростатического поля и длительности электрообработки.

Следует отметить, что на рисунке для корректного отображения поверхности отклика выбран разный масштаб по осям глобальной декартовой системы координат.

Проанализируем полученные результаты и сравним их с математической моделью, полученной в работе [4]. Результаты анализа представим в виде таблицы 2.

Как видно из таблицы 2, регрессионный анализ дал неплохой результат. Его погрешность не превышает 17 %. С другой точки зрения геометрическое моделирование таковой погрешности вообще не имеет, поскольку все необходимые условия были изначально заложены на стадии формирования поверхности отклика. Также следует отметить, что в работе [4] в процессе моделирования были задействованы не натуральные параметры, а соответствующие им кодированные факторы варьирования, что не даёт возможности осуществить пересчёт результатов моделирования в натуральных параметрах. При этом теряется сам смысл моделирования. Кроме этого, в работе [4] приведены номограммы, которые, как

Таблица 2 – Сравнительный анализ эффективности математического моделирования зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряженности электростатического поля и длительности электрообработки

№ п/п	Напряженность электростатического поля, Е, кВ/см	Длительность электрообработки, τ, мин	Предел прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО, Рсж, МПа			Погрешность, %	
			Натуральные значения	Регрессионный анализ	Геометрическое моделирование	Регрессионный анализ	Геометрическое моделирование
1	-1	-1	5,06	5,119	5,06	1,2	0
2	0	-1	5,03	5,717	5,03	13,7	0
3	+1	-1	4,39	4,387	4,39	0,1	0
4	-1	0	5,14	5,455	5,14	6,1	0
5	0	0	6,79	6,053	6,79	10,9	0
6	+1	0	4,24	4,723	4,24	11,4	0
7	-1	+1	5,02	4,603	5,02	8,3	0
8	0	+1	4,46	5,201	4,46	16,6	0
9	+1	+1	4,26	3,871	4,26	9,1	0

утверждает автор, получены на основе программы «CurveExpert 1.3». Результаты, полученные на основе этой программы в работе [4], не приводятся, но приводится расчетный коэффициент корреляции и стандартная ошибка. Если сравнивать и такой подход к моделированию, то можно отметить, что даже при низких показателях ошибки она всё равно имеет место быть в отличии от методов геометрического моделирования, реализованных в БН-исчислении.

ВЫВОДЫ

В статье получена последовательность аналитических зависимостей, определяющих геометрическую модель зависимости предела прочности при сжатии образцов газобетона после ТВО от напряженности электростатического поля и длительности электрообработки, что позволяет использовать полученную модель как средство прогнозирования и делает возможным проведение оптимизации параметров электростатической активации газобетонной смеси. Кроме этого, проведено сравнение полученной модели с существующими моделями, что подтверждает эффективность применения методов геометрического моделирования при аналитическом описании природных, технических и технологических процессов и явлений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Найдыш, А. В. Теоретические основы геометрического моделирования физико-механических свойств асфальтобетонов методами БН-исчисления [Текст] / А. В. Найдыш, Е. В. Конопацкий, А. И. Бумага // Математика. Геометрия. Информатика : Наук. вісник Мелітопольського держ. педаг. унів. ім. Б. Хмельницького. – Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Т. 1. – С. 111–117.
2. Бумага, А. І. Геометрична модель залежності фізико-механічних властивостей асфальтобетону від чотирьох параметрів у БН-численні [Текст] / А. І. Бумага // Сучасні проблеми моделювання : зб. наук. праць. – Мелітополь : Видавництво МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2014. – Вип. 3. – С. 28–33.
3. Балюба, И. Г. Точечное исчисление [Текст] : учебное пособие / И. Г. Балюба, В. М. Найдыш. – Мелітополь : МГПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – 236 с.
4. Мартынова, Рита Борисовна. Модифицированный неавтоклавный газополистиролбетон с повышенными физическими и механическими свойствами [Текст] : дис. ... канд. техн. наук / Мартынова Рита Борисовна. – Макеевка, 2012. – 197 с.
5. Давиденко, Иван Петрович. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу [Текст] : дис. ... канд. техн. наук / Давиденко Иван Петрович. – Макеевка, 2008. – 187 с.
6. Бумага, А. І. Точкове рівняння дуги параболи другого порядку [Текст] / А. І. Бумага // Прикладна геометрія та інженерна графіка : Міжвідомчий науково-технічний збірник. – К. : КНУБА, 2012. – Вип. 90. – С. 49–52.

Получено 14.03.2016

Є. В. КОНОПАЦЬКИЙ, А. І. БУМАГА
ДЕЯКІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИКО-
МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ БУДІВЕЛЬНИХ МАТЕРІАЛІВ
Донбаська національна академія будівництва і архітектури

У роботі проведено аналіз ефективності існуючих методів математичного моделювання і запропоновано спосіб геометричного моделювання фізико-механічних властивостей будівельних матеріалів, реалізований у БН-численні. Відповідно до існуючої план-матриці експерименту з визначення межі міцності при стисканні зразків газобетону отримана послідовність аналітичних залежностей, яка дозволяє визначити фізико-механічні властивості будівельних матеріалів, в залежності від двох параметрів: напруженості електростатичного поля і тривалості електрооброблення.

геометрична модель, БН-числення, міцність, напруженість електростатичного поля, тривалість електрооброблення, параболічна інтерполяція, точкове рівняння, поверхня відгуку, план-матриця

EVGENIY KONOPATSKIY, ALLA BUMAGA
SOME QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL AND
MECHANICAL PROPERTIES OF CONSTRUCTION MATERIALS
Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture

This paper analyzes the effectiveness of existing methods of mathematical modeling and the proposed method of geometric modeling the physical and mechanical properties of building materials, implemented in BN-calculation. According to the existing plan matrix experiment on determination of the compressive strength of aerated concrete samples the sequence analysis of dependencies, which allows to determine the physical and mechanical properties of building materials, depending on two parameters: electric field intensity and duration of electrotreatment has been obtained.

geometric model, BN-calculation, compressive strength in, electrostatic field strength, duration of electric treatment, parabolic interpolation, point equation, response surface, the plan matrix

Конопацький Євген Вікторович – кандидат технічних наук, доцент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: визначення геометричних багатовидів за допомогою багатокуткових і багаторадіальних параметризацій методом узагальнених тригонометричних функцій у точковому численні Балюби-Найдиша; розробка інструментів багатовимірної геометрії у точковому численні Балюби-Найдиша для геометричного моделювання багатопараметричних явищ і процесів.

Бумага Алла Іванівна – магістр технічних наук, асистент кафедри спеціалізованих інформаційних технологій і систем Донбаської національної академії будівництва і архітектури. Наукові інтереси: визначення геометричних багатовидів за допомогою багатокуткових і багаторадіальних параметризацій методом узагальнених тригонометричних функцій у точковому численні Балюби-Найдиша; розробка інструментів багатовимірної геометрії у точковому численні Балюби-Найдиша для геометричного моделювання багатопараметричних явищ і процесів.

Конопацкий Евгений Викторович – кандидат технических наук, доцент кафедры специализированных информационных технологий и систем Донбасской национальной академии строительства и архитектуры. Научные интересы: определение геометрических многообразий с помощью многоугольных и многорадиальных параметризаций методом обобщенных тригонометрических функций в точечном исчислении Балюбы-Найдыша; разработка инструментов многомерной геометрии в точечном исчислении Балюбы-Найдыша для геометрического моделирования многопараметрических процессов и явлений.

Бумага Алла Ивановна – магистр технических наук, ассистент кафедры специализированных информационных технологий и систем Донбасская национальная академия строительства и архитектуры. Научные интересы: определение геометрических многообразий с помощью многоугольных и многорадиальных параметризаций методом обобщенных тригонометрических функций в точечном исчислении Балюбы-Найдыша; разработка инструментов многомерной геометрии в точечном исчислении Балюбы-Найдыша для геометрического моделирования многопараметрических процессов и явлений.

Konopatskiy Evgeniy – Ph.D. (Eng.), Associate Professor, Specialized Information Technologies and Systems Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: the definition of geometric manifolds using multiangle and multiradial parameterizations by generalized trigonometric functions in a dot calculation by Balyuba-Naydysh, development tools multidimensional geometry in a dot calculation by Balyuba-Naydysh for geometric modeling multiparametric processes and phenomena's.

Bumaga Alla – Master of Engineering, assistant, Specialized Information Technologies and Systems Department, Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. Scientific interests: the definition of geometric manifolds using multiangle and multiradial parameterizations by generalized trigonometric functions in a dot calculation by Balyuba-Naydysh, development tools multidimensional geometry in a dot calculation by Balyuba-Naydysh for geometric modeling multiparametric processes and phenomena's.