

УДК 531.36, 531.38

Ю. Н. Кононов, Н. В. Киселёва, Д. В. Мишура

## ВЛИЯНИЕ ДИССИПАТИВНОГО И ПОСТОЯННОГО МОМЕНТОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА

Получены в виде системы неравенств условия асимптотической устойчивости равномерного вращения несимметричного тяжелого твёрдого тела, находящегося под действием диссипативного и постоянного моментов. Проведены численные исследования влияния несимметрии твёрдого тела, диссипативного и постоянного моментов на области устойчивости. Обобщены известные результаты для симметричного твёрдого тела на случай динамической несимметрии твёрдого тела и диссипативной несимметрии.

*Ключевые слова:* динамически несимметричное твёрдое тело, сопротивляющаяся среда, асимптотическая устойчивость.

**Введение.** Известно, что в задаче о движении волчка Лагранжа существуют два типа стационарных движений: равномерные вращения вокруг вертикально расположенной оси динамической симметрии и регулярные прецессии. Вращение статически устойчивого волчка и регулярные прецессии всегда устойчивы, а вращение спящего волчка устойчивы при выполнении условия Маевского [1].

В монографиях [2, 3] показано, что динамическая несимметрия твёрдого тела приводит к появлению дополнительного интервала неустойчивости, длина которого стремится к нулю при стремлении к нулю величины дебаланса.

Эволюция вращений твёрдого тела в среде с линейной диссипацией рассмотрены в [4]. Оценено влияние вязкости жидкости, момента сил светового давления на вращение спутника относительно центра масс. В [4] на основании метода усреднения исследовано быстрое движение вокруг неподвижной точки несимметричного твёрдого тела в сопротивляющейся среде. Движение тела состоит из движения Эйлера-Пуансо вокруг вектора кинетического момента с медленно убывающими величинами кинетического момента и кинетической энергией, и из движения самого вектора кинетического момента. Изменения кинетической энергии и модуля кинетического момента зависят только от сопротивления среды. Угловая скорость вращения вектора кинетического момента вокруг вертикали зависит от действия силы тяжести и силы сопротивления среды.

В статье [5] рассмотрена задача о движении тяжелого динамически симметричного твёрдого тела вокруг неподвижной точки, находящегося под действием диссипативного и постоянного моментов. Показано, что эти моменты могут оказывать существенно дестабилизирующее влияние на устойчивость равномерного вращения твёрдого тела. В настоящей работе обобщены результаты этой статьи на случай равномерного вращения динамически несимметричного твёрдого тела и диссипативной несимметрии.

**Постановка задачи и метод решения.** Рассмотрим задачу о движении тяжелого твёрдого динамически несимметричного тела с неподвижной точкой, находящегося под действием диссипативного момента  $\vec{M}_d = -D\vec{\omega}$  ( $D = \text{diag}(D_1, D_2, D_3)$ ) и постоянного момента  $\vec{M}_p = P\vec{\gamma}$ . Будем считать, что  $\vec{M}_p$  приложен к внешней рамке безынерционного карданова подвеса. Здесь  $\vec{\omega}$  – угловая скорость твёрдого тела,  $\vec{\gamma}$  – единичный вектор вертикали,  $D_1, D_2, D_3$  и  $P$  – постоянные ( $D_i > 0, i = \overline{1, 3}$ ).

Проектируя уравнения движения тела на главные оси инерции тела для неподвижной точки, имеем

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_1 + (C - B)\omega_2\omega_3 = \Gamma\gamma_2 + P\gamma_1 - D_1\omega_1, \\ B\dot{\omega}_2 - (C - A)\omega_1\omega_3 = -\Gamma\gamma_1 + P\gamma_2 - D_2\omega_2, \\ C\dot{\omega}_3 + (B - A)\omega_1\omega_2 = P\gamma_3 - D_3\omega_3; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 + \omega_2\gamma_3 - \omega_3\gamma_2 = 0, \\ \dot{\gamma}_2 + \omega_3\gamma_1 - \omega_1\gamma_3 = 0, \\ \dot{\gamma}_3 + \omega_1\gamma_2 - \omega_2\gamma_1 = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  и  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  – проекции векторов  $\vec{\omega}$  и  $\vec{\gamma}$  на главные оси инерции твёрдого тела для неподвижной точки;  $\Gamma = mgL_1$ ,  $m$  – масса волчка,  $L_1$  – расстояние от центра масс до неподвижной точки,  $g$  – ускорение свободного падения.

Система (1) виражає теорему об зміні кінетического моменту  $J\vec{\omega}$  тіла ( $J = \text{diag}(A, B, C)$ ) – тензор інерції твёрдого тіла відносно нерухомих точки), а система (2) визначає умову постійності вектора  $\vec{\gamma}$  в інерціальній системі відліку.

Урівняння руху (1), (2) допускають рішення

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \quad \gamma_3 = 1, \quad \omega_1 = \omega_2 = 0, \quad \omega_3 = \omega_0 = P/D_3, \quad (3)$$

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 0, \quad \gamma_3 = -1, \quad \omega_1 = \omega_2 = 0, \quad \omega_3 = \omega_0 = -P/D_3, \quad (4)$$

відповідають рівномірним обертанням твёрдого тіла з кутовою швидкістю  $\omega_0$  навколо вертикальної осі. При цьому рішення (3) відповідає випадку сплячого волчка (центр мас знаходиться вище нерухомих точки), а рішення (4) – випадку статически стійкого волчка (центр мас знаходиться нижче нерухомих точки).

**Побудова рішення задачі.** Для дослідження стійкості рішення (3) покладемо в збуреному русі  $\gamma_3 = 1 + \delta$ ,  $\omega_3 = \omega_0 + \sigma$  і запишемо лінеаризовані рівняння збуреного руху для системи (1), (2) ( $\omega_1 = \Omega_1$ ,  $\omega_2 = \Omega_2$ )

$$A\dot{\Omega}_1 + (C - B)\Omega_2\omega_0 = \Gamma\gamma_2 + P\gamma_1 - D_1\Omega_1, \quad (5)$$

$$B\dot{\Omega}_2 + (A - C)\Omega_1\omega_0 = -\Gamma\gamma_1 + P\gamma_2 - D_2\Omega_2, \quad (6)$$

$$C\dot{\sigma} = D_3\omega_0\delta - D_3\sigma, \quad (7)$$

$$\dot{\gamma}_1 + \Omega_2 - \omega_0\gamma_2 = 0, \quad (8)$$

$$\dot{\gamma}_2 + \omega_0\gamma_1 - \Omega_1 = 0, \quad (9)$$

$$\dot{\delta} = 0. \quad (10)$$

Характеристическе рівняння, відповідає системі (5)–(10), завжди має місце нульовий корінь, обумовлений наявністю геометрического інтеграла  $\gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 = 1$ , і один дійсний отрицательний корінь, рівний  $-D_3/C$ . Крім того, рівняння (5), (6), (8), (9) відділяються від інших рівнянь системи (5)–(10). Тому рішення (3) асимптотически стійке, якщо всі корні характеристического рівняння, відповідає підсистемі (5), (6), (8), (9), мають отрицательні дійсненні частини, і рішення (3) асимптотически нестійке, якщо хоча б один корінь характеристического рівняння має додативну дійсненну частину. Асимптотическа стійкість по змінній  $\gamma_3$  слідує з асимптотическою стійкістю по змінним  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  і співвідношенню  $\gamma_3^2 = 1 - \gamma_1^2 - \gamma_2^2$ .

Рішення системи (5)–(10) будемо шукати в формі  $\Omega_i = \Omega_{i0}e^{\lambda t}$ ,  $\gamma_i = \gamma_{i0}e^{\lambda t}$ . Тоді (5), (6), (8) і (9) запишуться слідуєчим образом

$$\begin{cases} A\lambda\Omega_{10}e^{\lambda t} + (C - B)\Omega_{20}e^{\lambda t}\omega_0 = \Gamma\gamma_{20}e^{\lambda t} + P\gamma_{10}e^{\lambda t} - D_1\Omega_{10}e^{\lambda t}, & (11) \\ B\lambda\Omega_{20}e^{\lambda t} + (A - C)\Omega_{10}e^{\lambda t}\omega_0 = -\Gamma\gamma_{10}e^{\lambda t} + P\gamma_{20}e^{\lambda t} - D_2\Omega_{20}e^{\lambda t}, & (12) \\ \lambda\gamma_{10}e^{\lambda t} + \Omega_{20}e^{\lambda t} - \omega_0\gamma_{20}e^{\lambda t} = 0, & (13) \\ \lambda\gamma_{20}e^{\lambda t} + \omega_0\gamma_{10}e^{\lambda t} - \Omega_{10}e^{\lambda t} = 0. & (14) \end{cases}$$

Из (13) и (14) выразим  $\gamma_{10}$ ,  $\gamma_{20}$  и подставим в (11), (12)

$$A\lambda\Omega_{10} + (C - B)\Omega_{20}\omega_0 - \frac{\Gamma(\Omega_{10}\lambda + \Omega_{20}\omega_0)}{\lambda^2 + \omega_0^2} - \frac{P(\Omega_{10}\omega_0 - \Omega_{20}\lambda)}{\lambda^2 + \omega_0^2} + D_1\Omega_{10} = 0, \quad (15)$$

$$B\lambda\Omega_{20} + (A - C)\Omega_{10}\omega_0 + \frac{\Gamma(\Omega_{10}\omega_0 - \Omega_{20}\lambda)}{\lambda^2 + \omega_0^2} - \frac{P(\Omega_{10}\lambda + \Omega_{20}\omega_0)}{\lambda^2 + \omega_0^2} + D_2\Omega_{20} = 0. \quad (16)$$

Полученные уравнения (15) и (16) являются однородной системой двух линейных уравнений с двумя неизвестными. Для того, чтобы однородная система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имела нетривиальное решение, необходимо и достаточно, чтобы определитель матрицы этой системы был равен нулю.

Таким образом, характеристическое уравнение для системы (5), (6), (8) и (9) примет вид

$$\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0, \quad (17)$$

где

$$a_3 = \frac{AD_2 + BD_1}{AB}, \quad a_2 = \frac{J^2 + D_1D_2 + A\Gamma_1 + B\Gamma_2}{AB}, \quad a_1 = \frac{A\Gamma_1 + B\Gamma_2 + (\tilde{D}_1 + \tilde{D}_2)J}{AB},$$

$$a_0 = \frac{\Gamma_1\Gamma_2 + \tilde{D}_1\tilde{D}_2}{AB}, \quad \Gamma_1 = (C - A)\omega_0^2 - \Gamma, \quad \Gamma_2 = (C - B)\omega_0^2 - \Gamma, \quad J_s = J\omega_0,$$

$$J = A + B - C, \quad \tilde{D}_1 = D_1\omega_0 - P, \quad \tilde{D}_2 = D_2\omega_0 - P, \quad \Gamma = mgL_1.$$

Так же, как и в [5], уравнения (5), (6), (8) и (9) описывают движение линейной механической системы с двумя степенями свободы, находящейся под действием сил произвольной структуры: диссипативных, потенциальных, гироскопических и циркуляционных.

В [5] из-за динамической симметрии ( $B = A$ ) и в случае одинаковых коэффициентов диссипации ( $D_2 = D_1$ ) было возможно введение комплекснозначных координат, что существенно упростило нахождение границ областей устойчивости.

Исследование характеристического уравнения (17) будем проводить с помощью иннерного подхода. Согласно критерию Льенара-Шипара из [6], для существования асимптотически устойчивых решений необходимо и достаточно, чтобы матрица третьего порядка, составленная из коэффициентов многочлена (17)

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \\ a_3 & a_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

была иннерно-положительной [6], а также положительна половина коэффициентов уравнения (17). Для решения нашей задачи пусть это будут коэффициенты  $a_2$  и  $a_0$ .

Иннерная положительность матрицы (18) определяется двумя неравенствами  $a_3 > 0$  и  $\det(I_3) = -a_0a_3^2 + a_1a_2a_3 - a_1^2 > 0$ . Неравенство  $a_3 = (AD_2 + BD_1)/AB > 0$  выполняется всегда, т.к.  $A$ ,  $B$ ,  $D_1$  и  $D_2$  положительны по определению. Определитель матрицы  $I_3$  представляется в виде кубического многочлена по  $\omega_0$

$$\begin{aligned} & 2CPJ^2(AD_2 + BD_1)\omega_0^3 - \\ & -J\left(\left(B(2B - C)D_1^2 + A(2A - C)D_2^2 + (A(2B - C) + B(2A - C))D_1D_2\right)\Gamma + \right. \\ & \quad \left. + 4ABP^2J\right)\omega_0^2 + P(2(A - B)(AD_2 - BD_1)J\Gamma - \\ & \quad - (AD_2 + BD_1)\left((J - C)D_1D_2 - (AD_2^2 + BD_1^2)\right))\omega_0 + \\ & + (A - B)^2D_1D_2\Gamma^2 - (D_1 + D_2)(AD_2 + BD_1)D_1D_2\Gamma - P^2(AD_2 + BD_1)^2 = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, определяющие условия асимптотической устойчивости для решения (3), будут следующими

$$J^2 + D_1D_2 + A\left((C - A)\omega_0^2 - \Gamma\right) + B\left((C - B)\omega_0^2 - \Gamma\right) > 0, \quad (19)$$

$$\left((C - A)\omega_0^2 - \Gamma\right)\left((C - B)\omega_0^2 - \Gamma\right) + (D_1\omega_0 - P)(D_2\omega_0 - P) > 0, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & 2CPJ^2(AD_2 + BD_1)\omega_0^3 - \\ & -J\left(\left(B(2B - C)D_1^2 + A(2A - C)D_2^2 + (A(2B - C) + B(2A - C))D_1D_2\right)\Gamma + \right. \\ & \quad \left. + 4ABP^2J\right)\omega_0^2 + P(2(A - B)(AD_2 - BD_1)J\Gamma - \\ & \quad - (AD_2 + BD_1)\left((J - C)D_1D_2 - (AD_2^2 + BD_1^2)\right))\omega_0 + \\ & + (A - B)^2D_1D_2\Gamma^2 - (D_1 + D_2)(AD_2 + BD_1)D_1D_2\Gamma - P^2(AD_2 + BD_1)^2 > 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Для того, чтобы получить условия устойчивости, соответствующие решению (4), необходимо в неравенствах (19)–(21) заменить  $P$  на  $-P$ .

Таким образом, три неравенства (19)–(21) являются условиями асимптотической устойчивости равномерного вращения вокруг неподвижной точки несимметричного тяжелого твёрдого тела, находящегося под действием диссипативного и постоянного моментов.

Рассматриваемая механическая система является многопараметрической и зависит от главных моментов инерции  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , восстанавливающего или опрокидывающего момента  $\Gamma$ , коэффициентов диссипации  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  и величины постоянного момента  $P$ . В связи с этим дальнейшие аналитические вычисления представляют большие сложности, поэтому исследование условий асимптотической устойчивости (19)–(21) проведем численно для твёрдого тела.

**Анализ численных результатов.** В статье [7] были получены условия асимптотической устойчивости равномерного вращения в сопротивляющейся среде волчка Лагранжа с осесимметричной полостью, содержащей идеальную жидкость. В этой связи возникает задача об оценке относительного движения жидкости и несимметрии твёрдого тела на области устойчивости. Для этого необходимо провести расчеты в случае «затвердевшей» жидкости, поэтому на примере эллипсоидальной полости с полуосями  $a$  и  $c$  были исследованы неравенства (19)–(21). Значения коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$  для твёрдого тела с эллипсоидальной полостью приведены в [8]:

$$m = m_0 + \frac{4}{3}\pi\rho a^3\beta, \quad B_0 = A_0(1 - \varepsilon), \quad D_2 = D_1(1 - \varepsilon_D),$$

$$A = A_0 + \frac{ma^2}{5}(1 + \beta^2) + (L + L_1)^2 m, \quad B = B_0 + \frac{ma^2}{5}(1 + \beta^2) + (L + L_1)^2 m,$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $A_0$ ,  $B_0$  и  $C_0$  – главные моменты инерции твёрдого тела относительно неподвижной точки;  $m_0$  – масса твёрдого тела;  $L$  и  $L_1$  – соответственно расстояние от центра масс тела с жидкостью до центра масс жидкости и до неподвижной точки, отнесенное к полуоси эллипсоида  $a$ ;  $c$  – длина полуоси эллипсоидальной полости, являющейся ее осью симметрии ( $\beta = c/a$ ).

Численные расчёты были проведены для следующих значений параметров:  $A_0 = 10$ ,  $C_0 = 11$ ,  $m_0 = 0,1$ ,  $L = 1$ ,  $L_1 = 1$ ,  $\beta \in [0; 10]$ ,  $\varepsilon \in (-1; 1)$ ,  $\varepsilon_D \in (-1; 1)$ ,  $\omega_0 = P/D_3$ ,  $P = 1$ ,  $\Gamma = 0$  и  $\Gamma = -mgL_1$ .

На рис. 1 представлены границы областей устойчивости в зависимости от параметров  $D_{13} = D_1/D_3$  и  $\beta$ , построенные при  $\Gamma = 0$  и различных значениях  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_D$ . На рис. 1, а горизонтально заштрихованы области устойчивости при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0$ , вертикально заштрихованы области при  $\varepsilon = 0,5$  и  $\varepsilon_D = 0$ . На рис. 1, б горизонтально заштрихованы области устойчивости при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0$ , вертикально заштрихованы области при  $\varepsilon = 0,5$  и  $\varepsilon_D = 0,5$ . На рис. 1, в горизонтально заштрихованы области устойчивости при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0$ , вертикально заштрихованы области при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0,5$ .

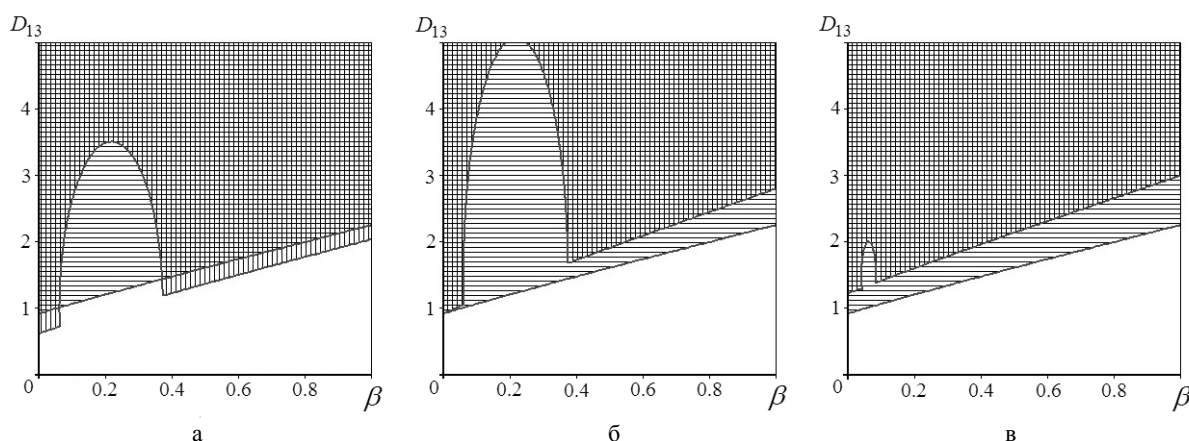


Рис. 1. Области устойчивости при  $\Gamma = 0$

На основании проведенных расчетов и приведенного рис. 1 можно сделать вывод, что при увеличении только  $\varepsilon$  от 0 до 1 отмечается появление дополнительной области неустойчивости на отрезке  $\beta \in [0; 1]$  и некоторое увеличение существующей области устойчивости (нижняя граница области сместилась ниже (рис. 1, а)). При увеличении только  $\varepsilon_D$  от 0 до 1 также отмечается появление дополнитель-

ной области неустойчивости на отрезке  $\beta \in [0; 1]$ , а также уменьшение существующей области устойчивости (нижняя граница области переместилась выше (рис. 1, в)). При одновременном увеличении величины дебалансов  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_D$  от 0 до 1 также отмечается появление дополнительных областей неустойчивости и уменьшение существующих областей устойчивости (рис. 1, б). Дополнительные области неустойчивости зависят от величин дебалансов  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_D$  и исчезают при одновременном  $\varepsilon \rightarrow 0$  и  $\varepsilon_D \rightarrow 0$ .

На рис. 2 представлены границы областей устойчивости в зависимости от параметров  $D_{13}$  и  $\beta$ , построенные при  $\Gamma = -mgL_1$  и различных значениях  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_D$ . На рис. 2, а горизонтально заштрихованы области устойчивости при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0$ , вертикально заштрихованы области при  $\varepsilon = 0,5$  и  $\varepsilon_D = 0$ . На рис. 2, б горизонтально заштрихованы области устойчивости при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0$ , вертикально заштрихованы области при  $\varepsilon = 0,5$  и  $\varepsilon_D = 0,5$ . На рис. 2, в горизонтально заштрихованы области устойчивости при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0$ , вертикально заштрихованы области при  $\varepsilon = 0$  и  $\varepsilon_D = 0,5$ .

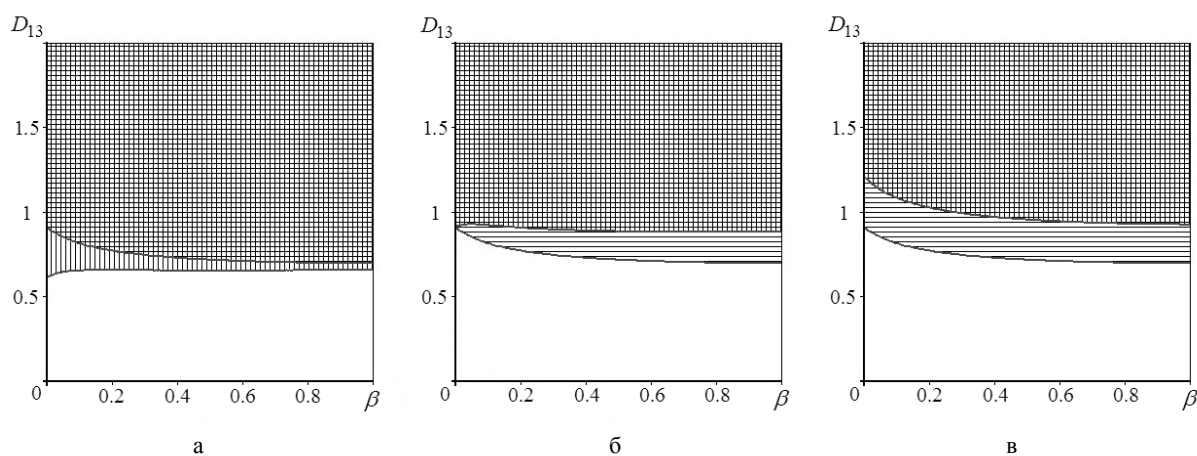


Рис.2. Области устойчивости при  $\Gamma = -mgL_1$

Из проведенных дальнейших численных расчетов и приведенного рис. 2 следует, что при увеличении только  $\varepsilon$  от 0 до 1 отмечается увеличение области устойчивости на отрезке для  $\beta \in [0; 1]$  (рис. 2, а). При увеличении только  $\varepsilon_D$  от 0 до 1 отмечается уменьшение области устойчивости для  $\beta \in [0; 1]$  (рис. 2, в). При одновременном увеличении величины дебалансов  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_D$  от 0 до 1 также отмечается уменьшение существующих областей устойчивости (рис. 2, б). Отметим еще раз, что на рис. 2 представлены области устойчивости для  $\beta \in [0; 1]$ . Дополнительные области неустойчивости, аналогичные рис. 1, появляются для  $\Gamma = -mgL_1$  на отрезке  $\beta \in [5; 6]$ . Дополнительные области неустойчивости зависят от величин дебалансов  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_D$  и исчезают при одновременном  $\varepsilon \rightarrow 0$  и  $\varepsilon_D \rightarrow 0$ .

**Выводы.** Динамическая несимметрия твёрдого тела ( $B \neq A$ ) и диссипативная несимметрия ( $D_2 \neq D_1$ ) приводят к появлению дополнительных областей неустойчивости, которые исчезают при  $B = A$  и  $D_2 = D_1$ . Динамическая несимметрия твёрдого тела оказывает большее влияние на дополнительные области неустойчивости, чем диссипативная несимметрия. С увеличением коэффициента динамической несимметрии область устойчивости может как увеличиваться, так и уменьшаться, а с увеличением коэффициента диссипативной несимметрии область устойчивости может только уменьшаться.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Четаев Н. Г. Устойчивость движения / Н. Г. Четаев. – М.: Наука, 1990. – 176 с.
2. Савченко А. Я. Устойчивость движения систем связанных твёрдых тел / А. Я. Савченко, И. А. Болграбская, Г. А. Кононыхин. – К.: Наук. думка, 1991. – 166 с.
3. Болграбская И. А. Динамика систем связанных твёрдых тел / И. А. Болграбская, М. Е. Лесина, Д. А. Чебанов // Задачи и методы: математика, механика, кибернетика. – Том 9. – К.: Наукова Думка, 2012. – 395 с.
4. Возмущенные и управляемые вращения твёрдого тела / Л. Д. Акуленко, Д. Д. Лещенко, А. Л. Рачинская, Я. С. Зинкевич. – Одесса: Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова. – 2013. – 288 с.

5. Карапетян А. В. О влиянии диссипативного и постоянного моментов на вид и устойчивость стационарных движений волчка Лагранжа / А. В. Карапетян, И. С. Лагутина // Изв. РАН. Механика твёрдого тела. – 1998. – № 5. – С. 29–33.
6. Джури Э. Инноры и устойчивость динамических систем / Э. Джури. – М.: Наука, 1979. – 304 с.
7. Кононов Ю. Н. Об устойчивости вращения в сопротивляющейся среде волчка Лагранжа с полостью, содержащей идеальную жидкость / Ю. Н. Кононов, Н. В. Киселёва // Вісник Донецького ун-ту. Сер. А. Природничі науки. – 2007. – № 1. – С. 48–51.
8. Докучаев Л. В. Об устойчивости стационарного вращения твёрдого тела с полостью, содержащей жидкость / Л. В. Докучаев, Р. В. Рвалов // Изв. АН СССР. Механика твёрдого тела. – 1973. – № 2. – С. 6–14.

*Поступила в редакцию 14.03.2014 г.*

## РЕЗЮМЕ

Отримано у вигляді системи нерівностей умови асимптотичної стійкості рівномірного обертання несиметричного важкого твердого тіла, що знаходиться під дією дисипативного та постійного моментів. Проведено чисельні дослідження впливу несиметрії твердого тіла, дисипативного і постійного моментів на області стійкості. Узагальнено відомі результати для симетричного твердого тіла на випадок динамічної несиметрії твердого тіла і дисипативної несиметрії.

*Ключові слова:* динамічно несиметричне тверде тіло, середа, що чинить опір, асимптотична стійкість.

## SUMMARY

The conditions for asymptotic stability of the uniform rotation of an asymmetric heavy rigid body under the action of a dissipative and permanent moments were obtained in the form of inequalities. Numerical studies of the influence of asymmetry solid, permanent and dissipative moments on the field of sustainability were conducted. Were summarized the known results for symmetric rigid body in case of dynamic asymmetry of a rigid body and dissipative asymmetry.

*Keywords:* dynamic asymmetry of a rigid body, resisting medium, asymptotic stability.