# УДК 538.9:536.1

#### Л. С. Метлов

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины, г. Донецк

# НЕРАВНОВЕСНАЯ ЭВОЛЮЦИОННАЯ ТЕРМОДИНАМИКА С УЧЕТОМ НАКОПЛЕННОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Теория неравновесной эволюционной термодинамики развита с учетом накопленной пластической деформации. Разработан принципиально новый алгоритм расчета совместной упругой и пластической деформации, основанный на учете смещения равновесной отсчетной конфигурации за счет смещений при пластической деформации. В статье исследована сходимость алгоритма и проведен анализ начальной стадии процессе деформирования для схемы РКУ-прессования.

Ключевые слова: неравновесная эволюционная термодинамика, теория пластичности, дефекты

Введение. Ранее автором была предложена и развита некоторая модификация высокодемпфированной неравновесной термодинамики для описания процессов структурообразования в твердых телах при интенсивных внешних воздействиях [1–5]. Теория носила сугубо локальный характер и могла описывать локальные системы или системы с перемешиванием или качественно реальные системы в процессе ИПД. Условно эту теорию можно назвать 0-мерной, поскольку зависимости вот координат в ней не рассматривались. Не учет координатной зависимости (неоднородности) задачи существенно сдерживал развитие теории и применимость ее для описания реальных процессов. Кроме того это и сдерживало включение этой теории в уже существующие и хорошо развитые и апробированные компьютерные программные комплексы для расчетов процессов деформирования материалов.

В настоящей статье предпринята попытка применить теорию для описания реальных процессов, протекающих при РКУ-прессовании. Основной идеей ее является комбинирование известной теории пластического течения и неравновесной эволюционной термодинамики (НЭТ). Причем НЭТ подключается на стадии учета законов упрочнения. Первые стадии процесса деформирования рассчитываются на основании представлений классической теории пластического течения, а на стадии развитой деформации вместо феноменологических постулатов механической теории упрочнения используются законы упрочнения, следующие из расчетов методами НЭТ.

Постановка задачи. Рассматриваем систему как совокупность конечных, но достаточно малых элементов. В начальном состоянии элементы выбираем в форме квадратов. Идея алгоритма следующая. Задаем начальную конфигурацию элементов в пространстве. Дальше, продвигаем систему на начальную длину одного конечного элемента. Если крайний передний ряд конечных элементов упирается в стенку связанного канала, то заготовка начинает деформироваться, сначала упруго, а затем и пластично. В этих условиях решаем задачу упругопластической для каждого конечного элемента системы. При этом на стыках элементов могут нарушиться "предельные" условия соединения, как по напряжению, так и по деформациям. Записываем условия этой невязки в виде поправочных уравнений, и по идеям методов прогонки повторяем вычисление задачи до тех пор, пока невязка не станет ниже допустимой величины погрешности.

Выберем геометрию канала в виде двух одинаковых по сечению каналов ширины d, сочлененных между собой под углом 90° (рис. 1). Выберем размер конечного элемента, чтобы по ширине канала в ненапряженном состоянии размещалось, например, 10 элементов dfe = d / 10. По длине заготовки, выберем число конечных элементов, например в 10 раз больше, то есть, 100 элементов, так что всего конечных элементов в этом случае будет равно 1000. В начальный момент времени передний ряд из 10 элементов сжимается без напряжения из стенкой другого канала, ортогонального к первому. Задается скорость движения v<sub>1</sub> крайней (нижней) границы последнего замыкающего ряда конечных элементов, и вычисляем положения каждого элемента в этих условиях.



Рис. 1. Геометрия задачи (*a*) в общем виде (*б*) на начальной стадии. Пунктирными линиями обозначена активная зона

Зададим, что 10 правых элементов в голове заготовки перемещаются жестко в горизонтальном направлении с некоторой скоростью  $v_2$ . Скорости  $v_1$  и  $v_2$  могут изменяться в процессе деформации, они могут быть разными (на начальной стадии процесса, когда необходимо обеспечить режим сжатия материала) и одинаковыми (на конечной стадии, когда процесс выходит на стационарный режим). Введем для всех величин двойные индексы, что характеризует принадлежность до конкретного конечного элемента системы.

Если каналы установки РКУ-прессования жесткие, то задача значительно упрощается, потому что теперь можно воспользоваться приближением плоскодеформованого состояния. Кроме того, считается, что для РКУ–прессования используется идеальное масло с нулевой силой трения. Такое приближение физически значит, что вдоль всех границ действуют условия идеального скольжения, какие аналогичны условиям сверхпластической деформации. То есть, материал может проскальзывать по плоскостям пластического скольжения, которые направлены под углом 45° к главным компонентам действующих напряжений, то есть приблизительно под таким же углом к внешним границам образца, по крайней мере, на начальной стадии процесса, а также вдоль самих границь. Такая идеализация позволяет также существенно упростить задачу. Учет силы трения является сугубо технической проблемой и она может быть учтена при последующем развитые алгоритма.

**Упруга часть задачи.** Хорошо известна формула динамической теории упругости – уравнение движения [6]

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} \,. \tag{1}$$

Вместо него введем релаксационное уравнение с теми же стационарными точками

$$R\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i}.$$
(2)

В стационарном состоянии будет выполняться

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0.$$
(3)

Динамическое уравнение (1) обладает колебательными решениями и без учета затухания система никогда не придет в равновесие. Релаксационное уравнение (2) обладает сильным демпфированием и прямо приводит к равновесному стационарному решению (состоянию) без всяких переходных колебаний и волновых процессов. Поэтому использование уравнения (2) дает наиболее быстродействующий алгоритм для нахождения равновесного состояния. В то же время, следует отметить, что оно не отвечает реальному движению среды.

Следовательно, (2) в декартовых компонентах

$$R\frac{\partial u_x}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y},\tag{4}$$

$$R\frac{\partial u_{y}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y}.$$
(5)

Поскольку

$$\sigma_{ii} = \lambda \delta_{ii} \varepsilon_{ii} + 2\mu \varepsilon_{ii} \,, \tag{6}$$

или в компонентах

$$\sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{yy}, \quad \sigma_{yy} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{yy} + \lambda\varepsilon_{xx}, \quad \sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy}, \tag{7}$$

то через компоненты тензора деформаций релаксационное уравнение будет иметь вид

$$R\frac{\partial u_x}{\partial t} = \left(\lambda + 2\mu\right)\frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial x} + \lambda\frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial x} + 2\mu\frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial y},\tag{8}$$

$$R\frac{\partial u_{y}}{\partial t} = 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial x} + \left(\lambda + 2\mu\right)\frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial y}.$$
(9)

А учитывая связь тензора деформаций с вектором перемещений

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right), \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}$$
(10)

получим

Метлов Л. С.

$$R\frac{\partial u_x}{\partial t} = \left(\lambda + 2\mu\right)\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \left(\lambda + \mu\right)\frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y},\tag{13}$$

$$R\frac{\partial u_{y}}{\partial t} = \mu \frac{\partial^{2} u_{y}}{\partial x^{2}} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^{2} u_{y}}{\partial y^{2}} + (\lambda + \mu) \frac{\partial^{2} u_{x}}{\partial x \partial y}.$$
 (14)

Теперь, используя двухмоментный вариант определения смешанной производной, запишем эти уравнения в конечноразностном виде

$$Ru_{x}^{N}(i,j) = Ru_{x}^{O}(i,j) + (\lambda + 2\mu) \left( u_{x}^{O}(i+1,j) + u_{x}^{O}(i-1,j) - 2u_{x}^{O}(i,j) \right) + \\ + \mu \left( u_{x}^{O}(i,j+1) + u_{x}^{O}(i,j-1) - 2u_{x}^{O}(i,j) \right) + \\ + (\lambda + \mu) \left( u_{y}^{O}(i+1,j+1) + u_{y}^{O}(i-1,j-1) - u_{y}^{O}(i-1,j+1) - u_{y}^{O}(i+1,j-1) \right) / 4,$$

$$Ru_{y}^{N}(i,j) = Ru_{y}^{O}(i,j) + (\lambda + 2\mu) \left( u_{y}^{O}(i,j+1) + u_{y}^{O}(i,j-1) - 2u_{y}^{O}(i,j) \right) + \\ + \mu \left( u_{y}^{O}(i+1,j) + u_{y}^{O}(i-1,j) - 2u_{y}^{O}(i,j) \right) +$$

$$(16)$$

$$+ (\lambda + \mu) (u_x^O(i+1,j+1) + u_x^O(i-1,j-1) - u_x^O(i-1,j+1) - u_x^O(i+1,j-1)) / 4.$$

Условие на левой вертикальной границе везде, кроме крайней верхней и нижней точки.

$$u_x(1,j) = 0$$
  $(j = 1, N).$  (17)

Уравнение для первого слоя левого вертикального предела везде, кроме крайней верхней и нижней точки перепишутся в виде

$$Ru_{y}^{N}(1,j) = Ru_{y}^{O}(1,j) + (\lambda + 2\mu) \left( u_{y}^{O}(1,j+1) + u_{y}^{O}(1,j-1) - 2u_{y}^{O}(1,j) \right) + \mu \left( u_{y}^{O}(2,j) + u_{y}^{O}(0,j) - 2u_{y}^{O}(1,j) \right) + \frac{1}{4} (\lambda + \mu) \left( u_{x}^{O}(2,j+1) + u_{x}^{O}(0,j-1) - u_{x}^{O}(2,j-1) - u_{x}^{O}(0,j+1) \right).$$

$$(18)$$

Здесь в первом и во втором уравнении все величины нормально определены, кроме двух величин  $u_x^O(0,j)$  и  $u_y^O(0,j)$ . Нулевой слой можно рассматривать, как зеркальный ко второму реальному слою. Первый слой лежит строго на пределе, то есть зеркальный сам себе. Через зеркальное предельное условие  $u_x^O(0,j) \equiv u_x^O(2,j)$  и  $u_y^O(0,j) \equiv u_y^O(2,j)$ . Отсюда

$$Ru_{y}^{N}(1,j) = Ru_{y}^{O}(1,j) + (\lambda + 2\mu)(u_{y}^{O}(1,j+1) + u_{y}^{O}(1,j-1) - 2u_{y}^{O}(1,j)) + 2\mu(u_{y}^{O}(2,j) - u_{y}^{O}(1,j)).$$
(19)

Для верхнего угла по этому же (левой) пределу справедливое условие

$$u_x(1,1) = 0, \quad u_y(1,1) = 0.$$

Условие на правой вертикальной не свободной части границы

$$\iota_x(n, j) = 0 \quad (j = n + 1, N).$$
 (21)

Производные, которые задевают n + l слой, берем из предельных условий  $u_x^O(n+1, j) \equiv u_x^O(n-1, j)$  и  $u_y^O(n+1, j) \equiv u_y^O(n-1, j)$ . Отсюда

$$Ru_{y}^{N}(n,j) = Ru_{y}^{O}(n,j) + (\lambda + 2\mu) \Big( u_{y}^{O}(n,j+1) + u_{y}^{O}(n,j-1) - 2u_{y}^{O}(n,j) \Big) + 2\mu \Big( u_{y}^{O}(n-1,j) - u_{y}^{O}(n,j) \Big).$$
(22)

Условие на нижней горизонтальной границе

$$u_{y}(i, N) = u_{tot}, \quad (i = 1, n)$$
 (23)

Учтем предельные условия в шаблонах  $u_x^O(i, N+1) \equiv u_x^O(i, N-1)$  и  $u_y^O(i, N+1) \equiv u_y^O(i, N-1)$ . Тогда условие на верхней горизонтальной границе

(20)

$$u_{y}(i,1) = 0$$
  $(i=1,n)$  (24)

Учтем также в шаблонах предельное условие  $u_x^O(i,0) \equiv u_x^O(i,2)$  и  $u_y^O(i,0) \equiv u_y^O(i,2)$ .

Алгоритм программы составляет из двух больших вставленных циклов - внешний по реальному времени, и внутренний по условному времени, которое является релаксационной переменной. Она дает возможность на каждом шаге реального времени вычислить стационарное состояние. Сходимость релаксационной процедуры продемонстрировано на рис. 2. На графике выведены приращения компонент вектора смещения в текущий и в предыдущий момент времени. Видно, что с ростом номера итерации приращения обоих компонент стремятся к нулю, что является признаком сходимости алгоритма. Причем следует отметить, что приращение Ү-компоненты сначала растет, и только потом начинает уменьшаться, в то же время даже в максимальном значащиеся оно не превышает приращения Х-компоненты.



Рис. 2. Приращения компонент смещения узлов расчетной решетки в зависимости от номера итерации, 1 – Х-компоненты, 2 – Y-компоненты.

Распределение вдоль оси образца компонент самого смещения имеет характерные черты. Укомпонента смещения наиболее простая и отображает тот факт, что образец почти равномерно напряжен вдоль оси, за исключением небольшого загибу при малых j < n в активной зоне (рис. 3, *a*). Поскольку это напряжение вызвано сжатием образца (рис. 3, *a*), то оно имеет отрицательные значения. Х-компонента изменяется более существенно. При больших  $j \sim N$  она почти равна нулю, а в активной области действия сопряженного канала при малых j < n (рис. 3, *б*) она имеет существенно положительные значения с выходом на максимальное значение в торцевой части образца.



Рис. 3. Смещение узлов расчетной решетки: (а) Х-компонента; (б) Ү-компонента для *i* = 6

Распределение напряжений также имеет характерные черты. В области удаленной от активной зоны образца при  $j \sim N$  напряжения имеет то же самое (асимптотическое) значение, что при одноосном сжатии в стесненных условиях. А именно, максимальное отрицательное значение вдоль оси сжатия ( $\sigma_{yy}$  компонента), и более низкое по абсолютной величине отрицательные значения за счет пуассоновского «расширения», точнее за счет невозможности такого расширения, в поперечном направлении ( $\sigma_{xx}$  компонента). И, кроме того, нулевое значение смешанной компоненты напряжений  $\sigma_{xy}$ . Последнее является признаком того, что главные направления тензора напряжений в этой области образца совпадают с  $\sigma_{yy}$  и  $\sigma_{xx}$ .

В активной зоне j < n компонента напряжений  $\sigma_{\chi\chi}$  начинает принимать положительные значения, что соответствует растяжению материала в Х-направлении. Растяжение материала является следствием того, что для опробования алгоритма использовалось условие равенства скоростей  $v_0$  и  $v_1$  для обеих торцевых граней образца. Движение грани во втором канале слишком быстрое, чтобы обеспечить условия сжатия материала на начальной стадии процесса такого варианта РКУ-прессования. Чтобы обеспечить условия сжатия на этом этапе, очевидно, нужно задавать соотношение скоростей движения граней  $v_0 > v_1$ , и только когда процесс выходит на стационарный режим естественным является условие равенства этих скоростей.

Расчет максимальных напряжений сдвигов вдоль площадок скольжения показывает, что наиболее максимальное их значение для выведенного на график профиля (i = 6) достигается в середине активной зоны. Расчеты свидетельствуют, что наиболее высокие значения этого параметра принимаются в угловой области при значениях i = 10 и j = 11 (сплошная кривая, рис. 4, *a*). Это свидетельствует о том, что первым кандидатом на начало пластичного течения является именно конечный элемент в нижней угловой области (точка В' на рис. 1, *a*).



Рис. 4. Характеристики напряженного состояния: (*a*) максимальные сдвиговые напряжения; ( $\delta$ ) угол на главное направление тензора напряжений для *i* = 2 (пунктирная кривая), *i* = 6 (точечная кривая), *i* = 10 (сплошная кривая)

**РКУ-прессование. Зарождение пластичного течения.** Поскольку главным параметром, который определяет начало пластического течения, является максимальное сдвиговое напряжение и угол на главное направление тензора напряжений [7, 8], то рассмотрим эти параметры более детально. На рис. 4 выведены три профиля этих параметров вдоль оси образца, два из которых (i = 2 и i = 10) расположены у границ образца, а один из профилей (i = 6) совпадает с осью в центре модели (этот профиль является

основным на рис. 1). Для крайнего левого профиля (i = 2) наибольшее максимальное слвиговое напряжение достигается в области верхнего угла (ј = 2 или точка В, рис. 1, а). Для центрального профилю (i = 6) наиболее максимальное сдвиговое напряжение несколько возрастает и соответствует конечному элементу в центре активной зоны (j = 6). Однако наибольмаксимальное сдвиговое напряжение mee наблюдается на крайнем правом профиле (i = 10) в области нижнего угла (j = 11) или точка В', рис. 1, а). Именно поэтому конечный элемент (10, 11) является первым кандидатом на очаг пластической деформации, и возникает интерес рассмотреть эту кривую отдельно в большем масштабе (рис. 5).



Рис. 5. Максимальные напряжения сдвигов на профиле *i* = 10

Важной чертой этого распределения является то, что максимальное напряжение сдвига в соседних точках очень отличаются (на величину порядка 250 МПа). Это может значить, что некоторое время пластическая деформация будет происходить лишь в одном изолированном конечном элементе, который будет окружен элементами, находящимися в упругом состоянии. Это очень важна деталь, которая указывает не то, что общий алгоритм должен предусматривать возможность одновременного сосуществования как конечных элементов, которые находятся в чисто упругом состоянии, так и конечных элементов, которые находятся в состоянии упругопластической деформации. Пластическая деформация конечного элемента снимает часть напряжения в своем объеме, в результате чего конечные элементы, которые его окружают, выйдут из равновесия, и начнут релаксировать (но упруго) к новому положению равновесия. В итоге наличие хотя бы одного пластичного элемента приведет к полному перераспределению напряженного состояния.

Самосогласованная эволюция пластичного течения и упругого состояния. Пластичное течение играет двоякую роль. С одной стороны она смещает точку равновесия для упругой деформации, а с другой стороны перераспределяет упругие смещения в соседних точках среды. Будем считать, что начальные равновесные положения точек системы задаются компонентами векторов X и Y, а текучие положеня в процессе упругой деформации завдвються компонентами векторов  $X_t$  и  $Y_t$ . Тогда упругие смещения системы будут равняться

$$u_x^e = X_t - X, \quad u_y^e = Y_t - Y.$$
 (25)

Пластическая деформация сместит точку равновесия для упруго пластичного элемента

$$X' = X + u_x^p, \quad Y' = Y + u_y^p,$$
(26)

так что новое равновесное значение теперь будет равняться

$$u_x'^e = X_t - X', \quad u_y'^e = Y_t - Y'.$$
 (27)

А с учетом (25) и (26)

$$u_x^{\prime e} = u_x^e - u_x^p , \quad u_y^{\prime e} = u_y^e - u_y^p .$$
<sup>(28)</sup>

Это дает возможность рассматривать систему как суперпозицию упругой и пластичной подсистем, которые приспосабливаются друг к другу через самосогласованную процедуру, которую мы назовем релаксационной процедурой. Она не соответствует реальным релаксационным процессам, которые физически протекают в среде, а является лишь итерационной процедурой, как метод поиска равновесного состояния при заданных внешних воздействиях на систему. Поскольку на границях системы, в соответствии с моделью, действуют идеальные условия проскальзывания, то для узлов, которые совпадают с границями, пластичное течение учитывать на обязательно. Пограничные конечные элементы имеют возможность передвинуться на будь какое расстояние за счет только упругих сил.

Для расчета вектора перемещения, связанного с пластической деформацией, рассмотрим произвольный конечный элемент (рис. 6). Перейдем в систему кооринат, оси которой совпадают с главными направлениями тензора напряжений.

$$Y' = Y \cos \alpha - X \sin \alpha,$$
  

$$X' = Y \sin \alpha + X \cos \alpha.$$
(29)

В собственной системе координат, связанной с данным конечным элементом, пластическая деформация будет сводиться к удлинению элемента в направлении главного напряжения  $\sigma_1$  и укорочению его в направлении  $\sigma_3$  пропорционально соответствующему расстоянию

$$\delta u_x'^p = Metl \frac{\tau_{\max} - \sigma_s}{\sigma_s} X', \qquad (30)$$

$$\delta u_{y}^{\prime p} = -Metl \frac{\tau_{\max} - \sigma_{s}}{\sigma_{s}} Y^{\prime}, \qquad (31)$$

где Metl – некоторый несущественный подгоночный параметр процедуры релаксации  $\sigma_s$  – предел пластичного течения. Из приведенных выражений видно, что пластическое течение в итерационной процедуре прекращается в момент, когда максимальное напряжение сдвига уравняется с предельным пластичным напряжением. Это возможно лишь при достижении упругого равновесия между всеми конечными элементами систем с учетом изменения их формы в результате пластического деформирования.

Легко показать, что в старой системе координат эти смещения будут выражены как

$$\delta u_x^p = Metl \frac{\tau_{\max} - \sigma_s}{\sigma_s} (Y \sin 2\alpha + X \cos 2\alpha), \tag{32}$$

$$\delta u_y^p = Metl \frac{\tau_{\max} - \sigma_s}{\sigma_s} \left( -Y \cos 2\alpha + X \sin 2\alpha \right).$$
(33)

Именно на этих вектора смещены положения узлов, которые окружают выделенный узел (см. векторы на рис. 6). Чтобы не возникала путаница, когда один и тот же узел может перемещаться «под действием» разных «пластичных» узлов, будем всегда рассматривать лишь один единственный узел в ситеме, для которого максимальное значение напряжения сдвига является наибольшим. Другие конечные элементы будут двигаться упруго и ожидать своей очереди, когда избыток напряжения сдвига будет скомпенсовано именно для них. Учитывая большое количество итерационных циклов, такая процедура приведет в конечном итоге к нахождению равновесного состояния с заданной точностью.





Рис. 6. Схема пластичного течения в главных координатах напряжений. Узлы 1, 2, 3, 4 относятся к первой координационной сфере конечных элементов, узлы 5, 6, 7, 8 – ко второй

Вызывает определенный интерес прослелить эволюцию максимального напряжения сдвига на разных стадиях деформационного процесса, когда в него вовлечен лишь один конечный элемент и когда вовлечено большое количество элементов. На рис. 7 приведен такой график. Видно, в моменты времени, соответствующие шагам 8 и 11 к значению предельного пластичного течения причастен лишь один элемент, в момент 15 к этому значению система приближается в двух точках, а в момент 17 уже много точек на профиле i = 10 выходят на это значение. Чтобы приблизительно представить динамику охватывания конечных элементов процессом вычислительной релаксации на рис. 8 выведены положения конечных элементов и переходов между ними. Из рис. 8 видно, что все охваченные конечные элементы находятся в активной зоне (квадрат В-В', рис. 1, а).

Рис. 7. Максимальные напряжения сдвигов на профиле *u* = 10. Цифры указывают номера часовых шагов



Рис. 8. Координаты конечных элементов, которые охвачены процессом вычислительной релаксации

Таким образом, развита неравновесная эволюционная термодинамика с учетом накопленной деформации. Это дало возможность предложить алгоритм самосогласованного расчета пластичного течения и роста плотностей дефектов (дислокаций и границ зерен), который дает принципиальную возможность рассчитывать конкретные схемы разных методов интенсивной пластической деформации. Алгоритм был опробуваний на схеме 90-градусной схемы РКУ-прессования. Для данного случая удалось отладить алгоритм на стадии упругого нагруження и на стадии начала пластичного течения.

Согласно расчетам максимальное напряжение сдвига вначале достигает напряжения предельного пластичного течения для конечного элемента расположенного в области внутреннего угла сочлененных каналов. Потом пластичное течение расширяется и охватывает всю переходную область между соединенными каналами. При этом максимальное напряжение сдвига для всех конечных элементов этой области выходит на плато, которое совпадает с напряжением предельного пластичного течения для выбранного материала.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Метлов Л. С. Структурная перестройка твердых тел / Л. С. Метлов // Вестник Донецкого университета. Сер. А: Прирдничі науки. 2009. Вип. 1. С. 219–238.
- Metlov L. S. Formation of the internal structure of solids under severe load / L. S. Metlov // Phys. Rev. E. 2010. Vol. 81. – P. 051121–051130(9).

- Metlov L. S. Nonequilibrium Evolution Thermodynamics of Vacancies / L. S. Metlov // Phys. Rev. Lett. 2011. Vol. 106. – P. 165506–165510.
- 4. Метлов Л. С. Моделирование законов упрочнения при ИПД твердых тел методами неравновесной эволюционной термодинамики. І. Зависимость вот параметров задачи / Л. С. Метлов, В. Н. Варюхин // Физика и техника высоких давлений. 2012. Т. 22, № 2. С. 7–21.
- Metlov L. S. Nonequilibrium dynamics of a two-defect system under severe load / L. S. Metlov // Phys. Rev. E. 2014. Vol. 90. – P. 022124(8).
- 6. Ляв А. Математическая теория упругости / А. Ляв. М.-Л.: НКТП СССР, 1935. 674 с.
- 7. Качанов Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. М.: Наука, 1969. 420 с.
- Можаровский Н. С. Теория пластичности и ползучести в инженерном деле. Ч. I / Н. С. Можаровский. К.: Выща школа, 1991. – 264 с.

Поступила в редакцию 28.05.2014 г.

### РЕЗЮМЕ

Теорія нерівноважної еволюційної термодинаміки розвинута з урахуванням накопиченої пластичної деформації. Розроблено принципово новий алгоритм розрахунку сумісної пружної і пластичної деформації, який базується на урахувані зміщень рівноважної конфігурації за рахунок зміщень пластичної деформації. В статті досліджено збіжність алгоритму і проведено аналіз початкової стадії процесу деформування для схеми РКК-прессування.

Ключові слова: нерівноважна еволюційна термодинаміка, теорія пластичності, дефекти.

#### SUMMARY

A theory of nonequilibrium evolution thermodynamics is developed with taking in account of plastic deformation accumulation. A principal new algorithm for calculation of jointed elastic and plastic deformation is proposed, which ground on taking in account of displacement of equilibrium configuration at the expense of plastic displacement. In the paper the algorithm convergence is investigated and analysis of initial stage of deformation for ECA-pressing is executed.

Keywords: nonequilibrium evolution thermodynamics, theory of plastification, defects.