УДК 519.6:656.2.022.846

М. Б. КУРГАН (ДІІТ)

РОЗРОБКА МЕТОДА ОПТИМАЛЬНОЇ ПЕРЕБУДОВИ ДІЛЯНКИ ЗАЛІЗНИЦІ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ШВИДКІСНОГО РУХУ ПОЇЗДІВ

Запропонований метод оптимізації базується на використанні неадитивної функції скорочення часу руху поїздів на ділянках (об'єктах), що підлягають реконструкції. Ефект у процедурі оптимізації досягається завдяки введенню нових полуадитивних (знизу і зверху) функцій, що скорочує час оптимізації у порівнянні з прямим перебором варіантів.

Предложенный метод оптимизации базируется на использовании неадитивной функции уменьшения времени хода поездов на участках (объектах), которые подлежат реконструкции. Эффект в процедуре оптимизации достигается благодаря введению новых полуадитивных (снизу и сверху) функций, что уменьшает время оптимизации по сравнению с прямым перебором вариантов.

The proposed optimization method is based on usage of a non-additive function of cutting the train running time upon sections (facilities), subject to reconstruction. The effect in the optimization procedure is being reached thanks to introduction of new semi-additive (from bottom and from top) functions, which reduces the optimization time in comparison with linear search of the options.

1. Постановка задачі – системний підхід

Перебудова ділянок залізниці під швидкісний рух поїздів вимагає певних витрат. Як показує практика, одночасна перебудова великої кількості об'єктів на напрямках, які модернізуються, неможлива за безліччю різних причин, основними з яких є обмеження фінансових і матеріально-технічних ресурсів. Звідси виникає задача вибору оптимальної послідовності реконструкції лінії при обмежених ресурсах. При цьому важливо не тільки раціонально розподілити капітальні вкладення по ділянках, що входять у міжнародні транспортні коридори, але й ефективно їх використовувати.

При вирішенні задачі оптимальної перебудови ділянки транспортного коридора залізнична лінія розглядається як комплексна система, що складається з пристроїв і споруд, які через недосконалий технічний стан можуть обмежувати рівень швидкостей руху поїздів на кожній конкретній ділянці [1]. Тому виникає необхідність по кожному бар'єрному місцю на залізниці знати допустиму швидкість руху поїздів, а також параметри пристроїв, під які необхідно перевлаштувати залізницю, щоб реалізувати ці швидкості.

Для проведення досліджень на різних етапах функціонування система розділяється на підсистеми:

Ω – підсистема 2-го рівня (перегін, станція) – множина об'єктів ω, що обмежують швидкість руху і підлягають реконструкції (крива, ділянка хворого земляного полотна, дефектна штучна споруда, переїзд тощо);

ω – об'єкт, що характеризується довжиною (l), і вартістю реконструкції (K) для досягнення допустимої швидкості $[V]$ із кінцевої кількості можливих варіантів (m);

Ω^* – підмножина $\Omega^* \subseteq \Omega$, що складається з об'єктів ω, які підлягають реконструкції;

Δt – скорочення часу руху;

f_T – результати тягових розрахунків, що враховують стан перегону до $\left(\Omega_{j,k}\right)$ і після $\left(\Omega^*_{j,k}\right)$ реконструкції, результати на попередній $\left(\Omega^*_{j-1,k}\right)$ і наступній $\left(\Omega^*_{j+1,k}\right)$ ділянках, а також параметри ділянки $\left(\Pi_{j,k}\right)$, що не включені в об'єкти можливої реконструкції;

H – підсистема 1-го рівня (*відокремлена* ділянка) – множина ділянок 2-го рівня; *відокремленою* будемо вважати таку залізничну ділянку, яка складається з одного або декількох перегонів, та починається і закінчується станцією, де поїзд має обов'язкову зупинку;

M – система (міжнародний коридор) – множина ділянок 1-го рівня;

D – перелік затримок у русі поїзда, що не враховані в структурі підсистеми H;

i – номер об'єкта реконструкції (ω) від 1 до n у множині Ω;

j – номер перегона (Ω) від p до z у множині H;

k – номер *відокремленої* ділянки (H) від r до q у множині *M*.

$$\Omega_{j,k} = \left\{\omega_{1,j,k}, \omega_{2,j,k}, \ldots, \omega_{i,j,k}, \ldots, \omega_{n,j,k}\right\};$$

$$\omega = \left[l, [V]_s, K_s\right],\ s = \left[1;\ m\right];$$

$$\exists s \in \left[1; m\right]\ K_s = 0,\ \ [V]_s = \min\left\{[V]\right\};$$

$$l\left(\Omega_{j,k}\right) \geq \sum_{i=1}^{n} l\left(\omega_i\right);$$

$$\Omega^*_{j,k} \subseteq \Omega_{j,k};$$

$$\Omega^*_{j,k} = \left\{\omega_{i,j,k} \in \Omega_{j,k} \mid \Delta t\left(\Omega^*_{j,k}\right) \to \right.$$
$$\left. \to \max, K\left(\Omega^*_{j,k}\right) \to \min\right\};$$

$$\Delta t\left(\Omega^*_{j,k}\right) =$$
$$= f_T\begin{pmatrix} \Omega^*_{j-1,k},\ \Omega_{j,k},\ \Omega^*_{j,k},\ \ \Omega^*_{j+1,k},\ \Pi_{j,k}: \\ : \Pi_{j,k} \setminus \Omega_{j,k} = \varnothing \end{pmatrix};$$

$$K\left(\Omega^*_{j,k}\right) = \sum K\left(\omega_{i,j,k} \in \Omega^*_{j,k}\right);$$

$$\mathrm{H}_k = \left\{\Omega_p,\ \Omega_{p+1},\ \ldots,\ \Omega_z\right\};\ j \in \left[p;\ z\right];$$

$$l\left(\mathrm{H}_k\right) = \sum_{j=p}^{z} l\left(\Omega_{j,k}\right);$$

$$\mathrm{H}^*_k \subseteq \mathrm{H}_k \to \begin{cases} \Delta t\left(\mathrm{H}^*_k\right) \to \max \\ K\left(\mathrm{H}^*_k\right) \to \min \end{cases};$$

$$K\left(\mathrm{H}^*_k\right) = \sum_{j=p}^{z} K\left(\Omega^*_{j,k}\right);$$

$$\Delta t\left(\mathrm{H}^*_k\right) = f_T\left(\mathrm{H}^*_k\right);$$

$$M = \left\{H_r,\ H_{r+1},\ \ldots,\ H_q\right\};\ k \in \left[r;\ q\right];$$

$$l\left(M\right) = \sum_{k=r}^{q} l\left(H_k\right);$$

$$M^* \subseteq M \to \begin{cases} \Delta t\left(M^*\right) \to \max \\ K\left(M^*\right) \to \min \end{cases};$$

$$K\left(M^*\right) = \sum_{k=r}^{q} K\left(H^*_k\right);$$

$$\Delta t\left(M^*\right) = \sum_{k=r}^{q} f_T\left(H^*_k\right) - D.$$

<u>Сформулюємо задачу оптимізації.</u>

Знайти такі технічні характеристики $[V]_s$ і K_s для всіх елементарних об'єктів ω системи M ($M = \left\{\omega_{i,j,k}\right\}$), при яких реконструйована система M^* дасть скорочення часу руху Δt не менше потрібного ΔT при мінімальній вартості реконструкції K:

$$M^* \subseteq M \to \begin{cases} \Delta t\left(M^*\right) \geq \Delta T \\ K\left(M^*\right) \to \min \end{cases}.$$

При обмежених інвестиціях на реконструкцію K_0 задача може бути сформульована у наступному вигляді

$$M^* \subseteq M \to \begin{cases} \Delta t\left(M^*\right) \to \max \\ K\left(M^*\right) \leq K_0 \end{cases}.$$

2. Метод вирішення – застосування функції множини в моделі раціональної реконструкції ділянок залізниці при неадитивному критерії

Представимо локальну ділянку залізниці як набір об'єктів ω_i. Нехай Ω – безліч об'єктів ω_i. Тоді задача зводиться до визначення такої підмножини Ω^*, щоб реконструкція обраних об'єктів забезпечувала скорочення часу не менше заданого, а її вартість при цьому була мінімальна.

Розглянемо кілька типів такого роду задач, що відрізняються різновидом деяких умов.

Задача 1. Знайти $\Omega^* \subseteq \Omega$ так, щоб

$$\begin{cases} K(\Omega^*) \to \min \\ \Delta t(\Omega^*) \geq \Delta T \end{cases}, \tag{1}$$

$$K(\Omega^*) = \sum_{\omega \in \Omega^*} C_0(\omega),$$

$$\Delta t(\Omega^*) = f_t\left(\Omega^*\right) > \sum_{\omega\in\Omega^*} \Delta t(\omega),$$

де $K(\Omega^*)$ – вартість реконструкції набору об'єктів Ω^*; $\Delta t(\Omega^*)$ – скорочення часу руху за рахунок реконструкції набору об'єктів Ω^*.

Визначення величини $\Delta t(\Omega^*)$ є складною задачею, тому що об'єкти, розташовані відносно недалеко друг від друга, будуть впливати на визначення відповідних величин $\Delta t(\omega_i)$, рис. 1. Тому функцію скорочення часу $\Delta t(\Omega^*)$ неправильно розглядати як суму скорочень часу по кожному об'єкту. У більшості випадків виграш часу від усунення обмеження залежить від того, на якій швидкості поїзд наближається до бар'єрного місця і яку може набрати швидкість після його проходження. Тому під час рішення задачі оптимізації для кожного набору об'єктів Ω^*, що розглядалися, значення функції $\Delta t(\omega_i)$ визначалися в процесі виконання тягових розрахунків [2].

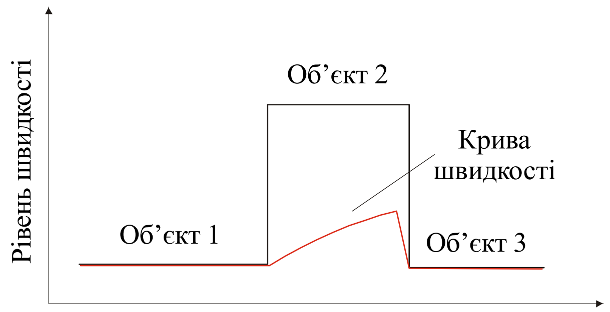

Рис. 1. Вплив близько розташованих об'єктів на визначення функції $\Delta t(\Omega^*)$

Одним зі способів рішення задачі 1 є перебирання усіх можливих варіантів Ω^* з визначенням для кожного з них параметра Δt в процесі тягових розрахунків. У такий спосіб кількість переборів складе $2^m - 1$, де m – кількість розглянутих об'єктів.

Основною складністю в застосуванні для рішення розглянутої задачі математичних методів оптимізації функції множини є *неадитивність* функції скорочення часу руху від набору об'єктів, що підлягають реконструкції.

Одним із способів вирішення неадитивності може бути виділення тільки незалежних об'єктів, розташованих на такій відстані друг від друга, що наявність чи відсутність обмежень на одному об'єкті не впливає на криву швидкості руху поїзда по іншому об'єкту. Такі рішення пропонувалися в ряді робіт [3–5], однак такий підхід сильно обмежує застосування методики, а для вирішення задачі на локальній ділянці, наприклад, у межах перегону, неможливий.

Для розробки нової методики будемо ускладнювати задачу поетапно. На початковому етапі приймемо, що

$$\Delta t(\Omega^*) = \sum_{\omega\in\Omega^*} \Delta t(\omega),$$

де $\Delta t(\omega)$ – скорочення часу руху від зняття обмеження по одному об'єкту ω

$$\Delta t(\omega) = T(\Omega^* = \{\}) - T(\Omega^* = \omega), \qquad (2)$$

де $T(\Omega^*)$ – час руху по ділянці, отриманий за результатами тягових розрахунків при знятті обмежень з об'єктів, що складають підмножину Ω^*.

Тепер можна сформулювати більш просту задачу.

Задача 2. Визначити підмножину $\Omega^* \subseteq \Omega$, щоб мало місце

$$\begin{cases} K(\Omega^*) \to \min \\ \Delta t(\Omega^*) \ge \Delta T \end{cases};$$

$$K(\Omega^*) = \sum_{\omega\in\Omega^*} C_0(\omega);$$

$$\Delta t(\Omega^*) = \sum_{\omega\in\Omega^*} \Delta t(\omega).$$

Для вирішення задачі скористаємося методом, запропонованим проф. Босовим А. А. [6]. Рішенням буде підмножина $\Omega^*(\mu)$

$$\Omega^*(\mu) = \left\{\omega \in \Omega : K(\Omega^*) - \mu\Delta t(\omega) \le 0\right\},$$

де μ – невизначений множник.

Для кожного об'єкта ω визначається співвідношення $\dfrac{K(\omega)}{\Delta t(\omega)}$. Формується множина Ω', що містить у собі елементи множини Ω, упорядковані по зростанню відношення $\dfrac{K(\omega)}{\Delta t(\omega)}$. Шукана підмножина визначається як

$$\Omega^*(\mu) = \left\{\omega \in \Omega' : \frac{K(\omega)}{\Delta t(\omega)} \le \mu\right\}. \qquad (3)$$

Множник μ керує, на якому об'єкті множини Ω' необхідно зупинитися при формуванні підмножини Ω^*, і визначається з нерівності

$$\sum_{\omega \in \Omega^*(\mu)} \Delta t(\omega) \geq \Delta T .$$

Функцію $\Delta t(\omega)$, визначену за формулою (2), можна вважати *напівадитивною знизу*. Позначимо її як $\Delta t_н$, тоді вірна нерівність

$$\sum_{\omega \in \Omega^*} \Delta t_н(\omega) < \Delta t(\Omega^*) ,$$

де $\Delta t(\Omega^*)$ – скорочення часу від реконструкції об'єктів підмножини Ω^*, визначене за результатами тягових розрахунків.

Аналогічно можна визначити функцію скорочення часу руху, що буде *напівадитивною зверху*

$$\sum_{\omega \in \Omega^*} \Delta t_в(\omega) > \Delta t(\Omega^*) ,$$

де $\Delta t_в(\omega) = T(\Omega^* = \Omega \setminus \omega) - T(\Omega^* = \Omega)$.

З урахуванням уведення нових підходів *про напівадитивність функцій*, можна одержати рішення задачі 2 для розглянутого прикладу з використанням функції скорочення часу *як напівадитивної зверху*.

Ґрунтуючись на вищевикладеному, остаточний алгоритм рішення задачі 1 буде наступним.

1. Задається множина Ω – перелік об'єктів можливої реконструкції з відповідними рівнями швидкостей і вартістю переходу, $K(\omega)$. Задається необхідне скорочення часу руху ΔT_0.

2. Виконуються тягові розрахунки для одержання значень функцій $\Delta t_н(\omega)$ і $\Delta t_в(\omega)$, кількість розрахунків $2m$, де m – кількість об'єктів.

3. Вирішується задача 2 з функцією $\Delta t_н(\omega)$. У результаті одержуємо підмножину $\Omega^*_н \subseteq \Omega$, для якої уточнюємо скорочення часу руху $\Delta t(\Omega^*_н)$ тяговими розрахунками.

4. Виконується операція $\Omega^*_н = \Omega^*_н \setminus \omega_к$, де $\omega_к$ – останній елемент підмножини $\Omega^*_н$. Для нового значення $\Omega^*_н$ тяговими розрахунками визначається величина $\Delta t(\Omega^*_н)$. Пункт 4 повторюється доти, поки вірна нерівність $\Delta t(\Omega^*_н) \geq \Delta T$.

5. Вирішується задача 2 з функцією $\Delta t_в(\omega)$. Для результату рішення – підмножини $\Omega^*_в \subseteq \Omega$ – тяговими розрахунками визначається скорочення часу руху $\Delta t(\Omega^*_в)$.

6. Виконується операція $\Omega^*_в = \Omega^*_в / \omega_j$, поки не виконається нерівність $\Delta t(\Omega^*_в) \geq \Delta T$, де ω_j – елемент множини Ω' (див. алгоритм рішення задачі 2), що йде за останнім елементом у підмножині $\Omega^*_в$.

7. Як остаточне рішення вибирається те з двух, вартість об'єктів якого мінімальна

$$\Omega^* = \begin{cases} \Omega^*_н, \ K(\Omega^*_н) < K(\Omega^*_в), \\ \Omega^*_в, \ K(\Omega^*_в) < K(\Omega^*_н) \end{cases} .$$

Необхідність у виконанні пунктів 4 і 6 випливає з властивостей *напівадитивних функцій*, тому що для $\forall \Omega^* \subseteq \Omega$ будуть справедливі наступні нерівності:

$$\sum_{\omega \in \Omega^*} \Delta t_н(\omega) \geq \Delta t(\Omega^*) ;$$

$$\sum_{\omega \in \Omega^*} \Delta t_в(\omega) \leq \Delta t(\Omega^*) .$$

Основні витрати часу при машинному рішенні розглянутих задач приходяться на виконання тягових розрахунків. При переборі усіх варіантів їх необхідно виконати $2^m - 1$ раз, де m – кількість об'єктів. При використанні розглянутого алгоритму кількість тягових розрахунків буде залежати від збіжності (сходимості) процесів у пунктах 4 і 6, у самому несприятливому випадку загальна кількість складе $3m+1$ раз. У такий спосіб буде досягнуте скорочення часу розрахунків не менше, ніж у $\frac{2^m - 1}{3m+1}$ разів. Для розглянутих дев'яти об'єктів час розрахунків скорочується в 9 разів, а, наприклад, для двадцяти об'єктів – у 17190 разів. Важливо відзначити, що при використанні запропонованого алгоритму, по-перше, час розрахунків лінійно залежить від кількості об'єктів, і, по-друге, при їхньому збільшенні буде спостерігатися тенденція зміщення кількості розрахунків до величини $2m+2$. Зазначені переваги дозволяють застосовувати запропоновану методику для одержання швидкого рішення для ділянки з декількома десятками взаємозалежних об'єктів обмеження швидкості руху.

При необхідності одержати рішення для всіх можливих ΔT, щоб мати можливість підібрати оптимальне співвідношення між скороченням часу ходу і необхідними для цього засобами, можлива наступна зміна розглянутого алгоритму.

1–2. Див. вище.

3. Вирішується задача 2 з функцією $\Delta t_{н}(\omega)$ для $\Delta t(\Omega^*{}_{н}) \in (\Delta t(\Omega^* = \{\};\ \Delta t(\Omega^* = \Omega)]$ й уточнюється $\Delta t(\Omega^*{}_{н})$ тяговими розрахунками. Результатом є множина A, елемент якої складається з набору об'єктів Ω^*, скорочення часу $\Delta t(\Omega^*)$ і їхньої вартості $K(\Omega^*)$, причому елементи множини A упорядковані по $\Delta t(\Omega^*)$ і $K(\Omega^*)$.

4. Формується множина B аналогічно множині A в попередньому випадку, але з використанням функції $\Delta t_{в}(\omega)$.

5. Формується множина $C = A \cup B$ і упорядковується за величиною $\Delta t(\Omega^*)$.

6. З множини C виключаються *i-ті* елементи, які не задовольняють умові $K(\Omega^*{}_{i-1}) < K(\Omega^*{}_{i}) < K(\Omega^*{}_{i+1})$. Сформована множина є остаточним результатом.

Застосуємо викладений алгоритм для розглянутої ділянки «Ніжин–Носівка» Південно-Західної залізниці. На рис. 2 показані дев'ять об'єктів можливої реконструкції і криві швидкості руху пасажирського поїзда, що відповідають крайнім станам системи: 1 – при наявності обмежень швидкості по всіх об'єктах, $\Omega^* = \{\}$; 2 – при реконструкції всіх об'єктів, $\Omega^* = \Omega$. У табл. 1 наведені вартості реконструкції кожного з об'єктів і скорочення часу руху поїзда, що будуть досягнуті при реконструкції тільки одного з них, $\Omega^* = \omega_i$.

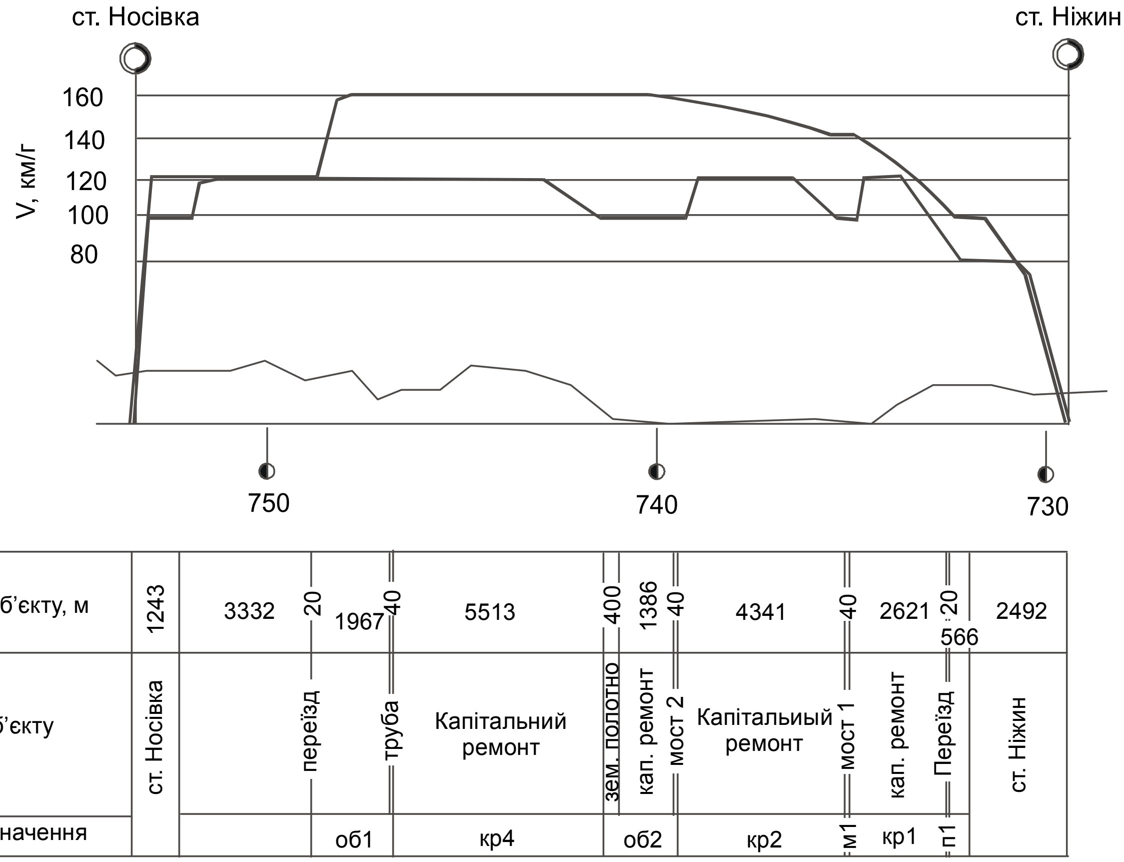

Рис. 2. Об'єкти можливої реконструкції і криві швидкості руху пасажирського поїзда, що відповідають крайнім технічним станам системи

Таблиця 1

Вартість реконструкції об'єктів

Порядковий номер	Позначення об'єкта	Швидкість руху, км/год		Вартість реконструкції, тис. грн	Скорочення часу*, с
		до реконстр.	після реконстр.		
1	Ніжин	80	100	4750	42
2	п1	120	140	600	0
3	кр1	120	140	1570	0
4	м1	100	140	200	12
5	кр2	120	160	3040	12
6	про1	100	160	2875	42
7	кр4	120	160	3860	30
8	про2	120	160	9760	6
9	Носівка	100	120	1980	6

Примітка. * Наведене скорочення часу руху від реконструкції кожного з об'єктів окремо

Поступове отримання результатів наведено в табл. 2–4. На рис. 3 показане зіставлення залежності вартості реконструкції від скорочення часу руху, отримане суцільним перебором варіантів, і за розглянутим алгоритмом. Для наочності рішення конкретне значення скорочення часу руху ΔT не задавалося, а розглядалися всі можливі варіанти $\Delta T \in [0;\ \Delta t(\Omega^* = \Omega)]$, з находженням оптимальної підмножини за критерієм $K(\Omega^*) \to \min$.

Таблиця 2

Множина A

Вартість реконструкції $K(\Omega^*)$, тис. грн	Скорочення часу $\Delta t(\Omega^*)$, с	Набір об'єктів, що підлягають реконструкції, Ω^*
12	200	4,
54	3075	4, 6,
114	6935	4, 6, 7,
180	9975	4, 6, 7, 5,
186	11955	4, 6, 7, 5, 9,
228	59455	4, 6, 7, 5, 9, 1,
258	69215	4, 6, 7, 5, 9, 1, 8,
258	69815	4, 6, 7, 5, 9, 1, 8, 2,
294	71385	4, 6, 7, 5, 9, 1, 8, 2, 3,

Таблиця 3

Множина B

Вартість реконструкції $K(\Omega^*)$, тис. грн	Скорочення часу $\Delta t(\Omega^*)$, с	Набір об'єктів, що підлягають реконструкції, Ω^*
12	200	4,
54	3075	4, 6,
102	6115	4, 6, 5,
180	9975	4, 6, 5, 7,

Закінчення табл. 3

Вартість реконструкції $K(\Omega^*)$, тис. грн	Скорочення часу $\Delta t(\Omega^*)$, с	Набір об'єктів, що підлягають реконструкції, Ω^*
210	11545	4, 6, 5, 7, 3,
210	12145	4, 6, 5, 7, 3, 2,
240	21905	4, 6, 5, 7, 3, 2, 8,
246	23885	4, 6, 5, 7, 3, 2, 8, 9,
294	71385	4, 6, 5, 7, 3, 2, 8, 9, 1,

Таблиця 4

Множина C

Вартість реконструкції $K(\Omega^*)$, тис. грн.	Скорочення часу $\Delta t(\Omega^*)$, с	Набір об'єктів, що підлягають реконструкції, Ω^*
12	200	4,
54	3075	4, 6,
102	6115	4, 6, 5,
114	6935	4, 6, 7,
180	9975	4, 6, 7, 5,
210	11545	4, 6, 5, 7, 3,
240	21905	4, 6, 5, 7, 3, 2, 8,
246	23885	4, 6, 5, 7, 3, 2, 8, 9,
258	69215	4, 6, 7, 5, 9, 1, 8,
294	71385	4, 6, 7, 5, 9, 1, 8, 2, 3,

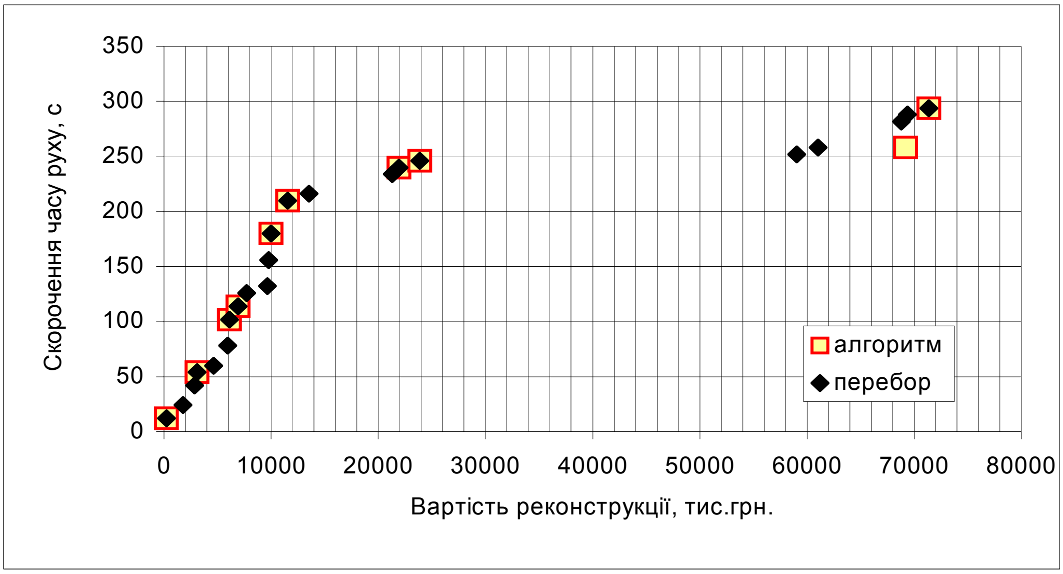

Рис. 3. Залежність вартості реконструкції від скорочення часу руху, отримане суцільним перебором варіантів і за розглянутим алгоритмом

Порівняння результатів розрахунків показує, що використовуючи запропоновану методику отримані набори об'єктів збігаються з отриманими методом суцільного перебору. Однак деякі з можливих рішень виявилися пропущеними. Це можна пояснити тим, що для окремих об'єктів співвідношення $\frac{K(\omega)}{\Delta t(\omega)}$ істотно залежить від того, чи підлягають реконструкції сусідні об'єкти і змінює його положення при упорядкуванні, див. формулу (3). Як правило, пропущеними виявляються об'єкти, близько розташовані до інших за параметрами $K(\Omega^*)$ і $\Delta t(\Omega^*)$, однак загальна тенденція залежності вартості реконструкції від необхідного скорочення часу не порушується. Таким чином, запропонована методика може бути прийнята як оптимізаційний спосіб рішення як задачі 2, так і більш складної – задачі 1.

Новий підхід до оптимізації став можливим завдяки консультаціям проф. Босова А. А. щодо застосування нового класу функцій, а розробка програмного забезпечення – завдяки участі доц. Кургана Д. М., за що автор висловлює їм щиру подяку.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Босов А. А., Корженевич И. П., Курган М. Б., Курган Д. М. Вирішення задачі оптимальної перебудови ділянки для організації швидкісного руху поїздів / Транспорт // Зб. наук. пр. ДІІТу. Вип. 12. – Д., 2002. – С. 43–49.
2. Босов А. А., Рыбкин В. В., Курган Н. Б., Харлан В. И. Назначение этапности мероприятий в путевом хозяйстве по повышению скоростей движения поездов / Вестник Белорусского государственного университета транспорта // Научно-производственный журнал «Наука и транспорт». – 2002, № 2(5). – С. 32–38.
3. Гавриленков А. В., Иванов Г. Г., Макушкина Е. А. Оптимальная стратегия повышения скорости движения поездов // Межвуз. сб. науч. тр. / МИИТ. – 1986. – Вып. 771. – С. 9–12.
4. Копыленко В. А. Технико-экономическая модель задачи оптимального переустройства эксплуатируемой линии для повышения скорости поездов // Межвуз. сб. науч. тр. / МИИТ. – 1986. Вып. 771. – С. 50–66.
5. Игнатова Ж. А., Карпов М. И., Матвиенко А. А. Влияние распределения локальных ограничений на повышение скоростей движения пассажирских поездов / Меж. сб. науч. тр. – Д., 1989. – С. 63–66.
6. Босов А. А. Применение функций множества в инженерных и экономических задачах / Транспорт / Зб. наук. праць ДІІТу. Вип. 12. – Д., 2002. – С. 20–29.

Надійшла до редколегії 08.10.03.