УДК 656.2:51.001.57

І. М. КУКУШКІНА (ДІІТ)

МОДЕЛЬ ПЛАНУ РОЗПОДІЛУ ПОРОЖНІХ ВАГОНІВ ПІД НАВАНТАЖЕННЯ

Запропоновано економіко-математичну модель раціонального регулювання потоків порожніх вагонів із врахуванням витрат, що пов'язані з втратами часу вагонами та вантажем у чеканні навантаження, а також на пересування між пунктами навантаження та розвантаження.

Предлагается экономико-математическая модель рационального регулирования потоков порожних вагонов с учетом затрат, связанных с потерями времени вагонами и грузом в ожидании погрузки, а также на перемещение между пунктами погрузки и разгрузки.

An economic and mathematical model of empty carflow rational regulation has been offered, with account of expenditures, related to the time losses by cars and the freight in a pre-loading demurrage, and also the costs of the cars moving from the points of loading to those of unloading.

Однією з найважливіших задач експлуатаційної роботи на залізничному транспорті є раціональне використання порожніх вагонів. За своєю природою ця задача багатокритеріальна. Питанню раціонального регулювання парку вагонів присвячена увага в трудах Е. Г. Гольштейна, Д. Б. Юдіна [1], де пропонується критерій мінімума експлуатаційих витрат на навантаження. У роботі А. В. Крушевського, К. І. Швецова пропонується модель комплексного регулювання вагонів за критерієм мінімума загального пробігу навантажених і порожніх вагонів [2]. Модель планування перевезень на замкненому полігоні пропонується в роботі [4]. Група авторів в [3] розглядає оперативний оптимальний розподіл потоків поржніх вагонів на полігоні дирекції перевезень як стохастичну задачу.

Комерціалізація перевезень висуває додаткові вимоги до плану регулювання потоків порожніх вагонів. З одного боку, необхідно по можливості скоротити час простоїв порожніх вагонів між вантажними операціями, а з другого – вчасно задовольнити потреби в порожніх вагонах у пунктах навантаження.

Припустимо, що в рамках визначених регіону та періоду планування маємо N пунктів $ПП_i\left(i=1,2,\ldots,N\right)$, в яких є потреба в порожніх вагонах, і множина моментів часу потреби в них $t_{i\lambda}\left(\lambda\in E_i\right)$, а також M пунктів звільнення вагонів $ПЗ_j\left(j=1,2,\ldots,M\right)$ з моментами звільнення $\tau_{j\mu}\left(\mu\in H_j\right)$ вагонів від вантажу та готовності їх до відправки в пункт навантаження.

Крім того, є інформація відносно проміжку часу $r_{ij}\left(i=1,2,\ldots,N;\ j=1,2,\ldots,M\right)$, що необхідний для переміщення вагону з пункту звільнення $ПЗ_j$ до пункту потреби в ньому $ПП_i$. Якщо при цьому $p_{j\mu}$ – умовна оцінка одиниці часу простою вагона, який звільнився після розвантаження в пункті $ПЗ_j$ в момент $\tau_{j\mu}$ та готовий до відправки для завантаження в пункт $ПП_i$; $d_{i\lambda}$ – умовна оцінка одиниці часу чекання навантаження вантажем, що готовий до цієї операції в пункті $ПП_i$ в момент часу $t_{i\lambda}$, а c_{ij} – умовна оцінка часу переміщення порожнього вагона з пункту $ПЗ_j$ до пункту $ПП_i$, то цільову функцію математичної моделі можна записати таким чином:

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}\sum_{\lambda\in E_i}\sum_{\mu\in H_j}(g_{ij\lambda\mu}+c_{ij})x_{ij\lambda\mu}\Rightarrow\min;$$

$$g_{ij\lambda\mu}=\left[t_{i\lambda}-\left(\tau_{j\mu}+r_{ij}\right)\right]d_{i\lambda},\ \text{якщо}\ t_{i\lambda}\geq\tau_{j\mu}+r_{ij};$$

$$g_{ij\lambda\mu}=\left[\left(\tau_{j\mu}+r_{ij}\right)-t_{i\lambda}\right]p_{j\mu},\ \text{якщо}\ t_{i\lambda}<\tau_{j\mu}+r_{ij};$$

$x_{ij\lambda\mu}=1$, якщо вагон (група вагонів), який звільнився в пункті $ПЗ_j$ в момент часу $\tau_{j\mu}$, треба подати під навантаження в пункт $ПП_i$ в момент часу $t_{i\lambda}$;

$x_{ij\lambda\mu}=0$ – у протилежному випадку.

Ця функція цілі відповідає наміру скласти такий план розподілу порожніх вагонів під навантаження, при якому сумарні витрати на простій вагонів у чеканні навантаження та чекання вантажем початку навантаження з урахуванням витрат на доставку вагона з пункту розвантаження до пункту завантаження були б мінімальними при деяких обмеженнях.

Обмеження моделі забезпечують:

- подачу порожнього вагона або групи вагонів під навантаження для кожного моменту потреби в кожному пункті потреби не пізніше деякого критичного моменту часу $T_{i\lambda}$:

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{\mu\in H_j}(\tau_{j\mu}+r_{ij})x_{ij\lambda\mu}\le T_{i\lambda};$$

$$i=1,2,\ldots,N;\ \lambda\in E_i;$$

- вимоги реальності виконання плану:

$$\sum_{j=1}^{m}\sum_{\mu\in H_j}x_{ij\lambda\mu}=1;\ \ i=1,2,\ldots,N;\ \ \lambda\in E_i;$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{\lambda\in E_i}x_{ij\lambda\mu}\le 1;\ \ j=1,2,\ldots,M;\ \ \mu\in H_j,$$

тобто у визначений пункт до кожного моменту потреби необхідно подати один вагон або групу вагонів, а також після звільнення у визначеному пункті в кожний момент звільнення після розвантаження до наступного навантаження направляється не більш як один вагон або група вагонів.

Побудована модель відноситься до класу задач лінійного програмування з бульовими змінними.

Для застосування відомих алгоритмів потрібно спочатку перетворити чотирьохіндексну модель на двохіндексну. Із цією метою потрібно замінити пари індексів (i, λ) та (j, μ) двома індексами l і k за наступними формулами:

$$l=\lambda+\sum_{s=1}^{i-1}N_s;\ k=\mu+\sum_{s=1}^{j-1}N_s,$$

де N_i та M_j – кількість елементів множин E_i та H_j відповідно.

Введемо заміну змінних $x_{ij\lambda\mu}=y_{lk}$ та позначимо крім того:

$g_{ij\lambda\mu}+c_{ij}=b_{lk}$; $\tau_{j\mu}+r_{ij}=a_{lk}$; $T_{i\lambda}=u_l$;

$$l=1,2,\ldots,n;\ k=1,2,\ldots,m;$$

$$\left(n=\sum_{i=1}^{N}N_i,\ m=\sum_{j=1}^{M}M_j\right).$$

Після цього математична модель може бути представлена в такому вигляді:

$$\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}b_{lk}y_{lk}\Rightarrow \min;$$

$$\sum_{k=1}^{m}y_{lk}=1;\ l=1,2,\ldots,n;$$

$$\sum_{l=1}^{n}y_{lk}\le 1;\ k=1,2,\ldots,m;$$

$$\sum_{k=1}^{m}a_{l\kappa}y_{lk}\le u_l\ ;\ l=1,2,\ldots,n.$$

За допомогою деяких перетворень цю модель можна звести до так званої «задачі про призначення» [1]. Для цього:

– по перше, якщо $m>n$, присвоїти b_{lk} значення $Q,.(l=1,2,\ldots,n,k=m+1,m+2,\ldots,n)$;

– по друге, якщо $a_{lk}>u_l$, присвоїти b_{lk} значення Q, де Q – досить велике число, наприклад $Q=\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}b_{lk}$; у результаті одержимо квадратну матрицю елементів b_{lk} розміром ($n\times n$).

Для «задачі про призначення» існують відомі алгоритми [1]. Але має сенс розробити спеціальний алгоритм, який дозволяв би у випадку потреби, крім тих обмежень, які описані в моделі, враховувати додаткові умови, наприклад, завершення деякого обсягу перевезень у певний час. У такому випадку доцільно мати алгоритм, який дозволяв би, крім оптимального плану, аналізувати деяку кількість допустимих планів, близьких до оптимального. Такий алгоритм можна побудувати на ідеях методу неявного перебору, при цьому прийняти до уваги, що допустимі плани знаходяться на множині перестановок з n елементів $\Pi=(\pi_1,\pi_2,\ldots,\pi_n)$.

В алгоритмах, побудованих на ідеях методу неявного перебору, дуже важливим є вдалий вибір упорядкування елементів, що підлягають перебору, організація самої процедури перебору та процедури визначення оцінки плану. Суттєвим є те, щоб у процесі перебору два послідовні варіанти плану мінімально відрізнялися за структурою і щоб ця відмінність була в останніх елементах.

Пропонується наступна послідовність дій в алгоритмі.

Перша дія: Формування першого допустимого плану: $\pi_l = l; p_l = n - l + 1\left(l = 1, 2, \ldots, n\right)$; $L = \sum_{l=1}^{n} b_{l\pi_l}$.

Друга дія: $D_l = \sum_{r=l}^{n} \min(b_{r1}, b_{r2}, ... b_{rn})$.

Третя дія: $k = n - 1$.

Четверта дія: $p_k = p_k - 1$.

П'ята дія: Якщо $p_k = 0$, переходимо до п'ятої дії; якщо $p_k \neq 0$, переходимо до восьмої дії.

Шоста дія: Якщо $p_{k-1} \neq 1$, проводимо циклічне зрушення $\pi_l\left(l = k, k+1, \ldots, n\right)$ за правилом $\pi = \pi_k$, $\pi_k = \pi_{k+1}$, $\left(k = 1, 2, \ldots, n-1\right)$, $\pi_n = \pi$.

Сьома дія: $p_k = n - k + 1$.

Восьма дія: $k = k - 1$. Якщо $k > 0$, переходимо до третьої дії.

Дев'ята дія: Проводимо циклічне зрушення $\pi_l\left(l = k, k+1, \ldots, n\right)$ за правилом

$$\pi = \pi_k,\ \pi_k = \pi_{k+1},\ \left(k = 1, 2, \ldots, n-1\right),\ \pi_n = \pi.$$

Десята дія: Якщо $\sum_{l=1}^{n} b_{l\pi_l} < L$, $L = \sum_{l=1}^{n} b_{l\pi_l}$, переходимо до дванадцятої дії, якщо $\sum_{l=1}^{n} b_{l\pi_l} \geq L$, переходимо до одинадцятої дії.

Одинадцята дія: Якщо $\sum_{l=1}^{n-k} b_{l\pi_l} + D_l \geq L$, переходимо до восьмої дії; якщо $\sum_{l=1}^{n-k} b_{l\pi_l} + D_l < L$, переходимо до дванадцятої дії.

Дванадцята дія: $k = k + 1$, переходимо до четвертої дії.

Після закінчення роботи алгоритму L – значення функції цілі, яке відповідає оптимальному плану. Для того, щоб одержати план, який відповідає цьому значенню функції, необхідно провести наступні дії з індексами.

Перша дія. $x_{ij\lambda\mu} = 0$; $i = 1, 2, \ldots, N$; $j = 1, 2, \ldots, M$; $\lambda \in E_i$; $\mu \in H_j$; $l = 1$.

Друга дія: $i = 1$, $s = l$.

Третя дія: $s = s - N_i$.

Четверта дія: Якщо $s > 0$, $i = i + 1$, переходимо до третьої дії; якщо $s = 0$, $\lambda = \sum_{k=1}^{i} N_k$, переходимо до п'ятої дії; якщо $s < 0$, $\lambda = l - \sum_{k=1}^{i-1} N_k$, переходимо до п'ятої дії.

П'ята дія: $j = 1$, $s = \pi_l$.

Шоста дія: $s = s - M_j$.

Сьома дія: Якщо $s > 0$, $j = j + 1$, переходимо до шостої дії; якщо $s = 0$, $\mu = \sum_{k=1}^{j} M_k$, переходимо до восьмої дії, якщо $s < 0$, $\mu = \pi_l$ - $\mu = \pi_l - \sum_{k=1}^{j-1} N_k$, переходимо до восьмої дії.

Восьма дія: $x_{ij\lambda\mu} = 1$.

Дев'ята дія: $l = l + 1$.

Десята дія: Якщо $l \leq n$, переходимо до другої дії, якщо $l > n$, оптимальний план сформований відповідно до $x_{ij\lambda\mu}$.

Перелік дій з індексами, який дозволяє повернутися від двохіндексної моделі до чотирьохіндексної, необхідно застосувати і в тому випадку, коли для одержання оптимального плану використовується один з відомих у літературі методів розв'язування задачі «про призначення» [1].

Побудована модель відповідає задачі в новій постановці, запропонований алгоритм ураховує особливості моделі і при відповідних сполученнях вихідних даних є більш ефективним для визначення раціонального плану розподілу порожніх вагонів під навантаження ніж відомі в науковій літературі.

Не зважаючи на те, що вибір порядку елементів (розташування по стрічках і стовпчиках матриці $\left[b_{lk}\right]$ відповідно до моментів потреби в порожніх вагонах і моментів звільнення вагонів) є природним, доцільно провести додаткове дослідження з метою відшукання більш ефективного правила вибору початкового порядку.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. – М.: Наука, 1969. – 382 с.
2. Крушевский А. В., Швецов К. И. Математическое программирование и моделирование в экономике. – К.: Вища школа. Головное изд-во, 1979. – 456 с.

3. Великодный В. В., Кириченко А. И., Скалозуб В. В., Цейтлин С. Ю. Оперативное оптимальное распределение потоков порожних вагонов на полигоне дирекции перевозок // Проблемы экономики транспорта: 2-я Международная научная конференція: Тез. докл. – Д., 2002. – С. 173–174.
4. Кукушкіна І. М., Новікова Н. Г. Планування перевезень на замкненому полігоні // Математичне моделювання в інженерних і фінансово-економічних задачах: Зб. наук. пр. – Д.: Січ, 1998. – С. 5–8.

Надійшла до редколегії 22.09.03.